

## Estudo de Engenharia através da reprodução da máquina de corte ancestral, movida a roda d'água, de Marco Aurélio Amiano

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2023.4668

José Henrique Mouallem Gonçalves - josehmg@unifei.edu.br  
Universidade Federal de Itajubá

Raquel Akemi Takahashi - akemiraquel12@gmail.com  
Universidade Federal de Itajubá

**Resumo:** *Uma das técnicas utilizadas para conhecer a origem de equipamentos é a análise de relevos gravados que retratam feitos e máquinas ancestrais. Um desses relevos está localizado na lápide do sarcófago de Marco Aurélio Amiano, datado de meados do século III d.C. e que apresenta um moinho hidráulico acoplado a uma serra de corte duplo. Denota-se por esta escultura que Amiano pretendia reivindicar para si o "feito de ter, ou saber, fazer" uma máquina moderna para a época e com isso, demonstrar a invenção da transmissão ou engrenagem a qual poderia ser usada para movimentar uma serra. Esse trabalho tem por objetivo analisar os dados resultantes de uma pesquisa bibliográfica e reproduzir a máquina de corte de Amiano à luz das evidências obtidas de autores contemporâneos e dos relatos deixados na história. Para isso pretende-se, a partir do conhecimento atual (século XXI) calcular as dimensões e potência da máquina e a partir daí realizar uma modelagem tridimensional da máquina projetada e produzir um modelo que reproduza esse equipamento.*

**Palavras-chave:** *Roda d'Água, Motor hidráulico, Serraria Ancestral, Amiano*

## ESTUDO DE ENGENHARIA ATRAVÉS DA REPRODUÇÃO DA MÁQUINA DE CORTE ANCESTRAL, MOVIDA A RODA D'ÁGUA, DE MARCO AURÉLIO AMIANO

### 1 INTRODUÇÃO

Conhecer a origem dos equipamentos e como a tecnologia avançou é um recurso promissor para ampliar o horizonte de conhecimento acerca do atual estágio de desenvolvimento em que nos encontramos. Uma das técnicas utilizadas são escavações de achados arqueológicos que trazem indícios de projetos e máquinas ancestrais.

Em 2005, descobriu-se um relevo gravado durante uma escavação em Hierápolis de Frígia, atual território da Turquia, em frente ao sarcófago de Marco Aurélio Amiano, datado de meados do século III d.C. (GREWE, 2010). O epitáfio do sarcófago, decifrado por Tullia Colegial, continha a seguinte mensagem: "Marco Aurélio Amiano, cidadão de Hierápolis, tão habilidoso como Dédalo<sup>1</sup> na elaboração de uma máquina em movimento para uma roda. Agora descanse aqui para sempre, neste sarcófago". Ao analisar o relevo, Klaus Grewe identificou um desenho técnico de grande interesse. Tratava-se de uma representação em alto relevo de uma serraria de pedras da antiguidade, que era movida por uma roda d'água, Figura 1 (GREWE, 2010).

Figura 1: Parte do alto relevo do sarcófago de Marco Aurélio Amiano em Hierápolis que apresentava uma antiga serra dupla de corte de pedras (2º metade do século III d.C.)



Fonte: GREWE (2010)

Segundo Grewe (2010), à primeira vista, tem-se a impressão de que o que Amiano pretendia em primeiro lugar demonstrar com este relevo a invenção da transmissão ou engrenagem e, em segundo lugar a serra que foi conectada a ela. Os princípios básicos de

<sup>1</sup> Semideus filho de Atenas e descendente de Erecteu.

conversão de energia e de sistemas de transmissão estão presentes nesse mecanismo e se tornam importantes, pois se constituem em um testemunho da inventividade e senso de inovação presentes na humanidade.

Este estudo buscou reproduzir a máquina de corte de Amiano à luz das evidências obtidas de autores contemporâneos e dos relatos deixados na história e, a partir do conhecimento atual (século XXI) de equacionamento tradicional, calcular as dimensões deste mecanismo, a potência da máquina, modelar um modelo tridimensional da máquina a partir do projetado e construir um modelo que reproduza esse equipamento. Desta forma, promovendo um processo educacional a partir do estudo de achados ancestrais.

## 2 METODOLOGIA

A observação deste relevo, Figura 1, permite observar inicialmente uma grande roda à sua direita, a qual se trata de uma roda de golpe médio, onde a água atinge as pás da roda à meia altura. Esse fluxo de água, move a roda causando uma rotação constante, fornecendo a potência necessária para o funcionamento de duas serras, através de um sistema de transmissão.

O sistema possui um pinhão (engrenagem motora) montado na extremidade do eixo da roda, girando na mesma direção. Este pinhão por sua vez, movimenta uma engrenagem (movida) que funciona como um virabrequim, e ao girar, transforma a rotação em um movimento de vai e vem com o auxílio de bielas fixadas em um ponto excêntrico deste "virabrequim".

Foi realizada então uma revisão bibliográfica a respeito de serrarias movidas a rodas d'água e, uma vez compreendido o mecanismo, buscou-se projetar uma roda d'água a partir de equacionamentos modernos para a reconstrução da serraria de Amiano.

### 2.1 Potências, Perdas e Rendimento

O trabalho útil desenvolvido por uma roda hidráulica é diretamente relacionado à altura de queda e a vazão de água e inversamente proporcional às perdas por atrito, choques e descargas (BRESSE, 1869).

De acordo com Rubio (1944), para uma roda d'água genérica, considerando  $T_i$  o trabalho das forças interiores, como choque e atrito,  $T_r$  o trabalho de atrito e perdas no momento em que a água deixa a roda,  $c_2$  a velocidade de saída da água da roda e o trabalho mecânico definido pela Equação (1), obtém-se o Trabalho Útil,  $T_u$ , pela Equação (2).

$$T_m = 1000 * Q * H \quad (1)$$

$$T_u = 1000 * Q \left[ H - \frac{1}{2} * \frac{c_2^2}{g} \right] - T_i - T_r \dots \quad (2)$$

Onde,

$T_m$ : Trabalho Mecânico de uma roda d'água;

$Q$ : Vazão da água;

$H$ : Altura da queda d'água;

$g$ : Aceleração da gravidade;

Da Equação (2), pode-se observar que quanto menores forem  $c_2$ ,  $T_i$ , e  $T_r$ , maior é o trabalho útil, e conseqüentemente o rendimento da roda d'água. Além disso, para reduzir o trabalho das forças internas deve-se reduzir a velocidade de entrada da água na roda, uma vez que a baixa velocidade irá gerar menos impactos (choques) e perdas.

Os autores Sanjuán (1944) e Bresse (1869) propõem a existência de 3 perdas hidráulicas em uma roda d'água: perdas referentes aos choques produzidos no momento que a água entra da roda, perdas referentes a perda de potência devido a água deixar a roda antes de seu ponto mais baixo e perdas referentes as perdas no canal de entrada, antes da água entrar na roda.

Sanjuán (1944) indica a potência perdida durante a entrada de água na roda, P1, em watts (w) pela a Equação (3).

$$P1 = \frac{\rho \cdot Q}{2} \cdot w_1^2 = \frac{1000Q}{2} [c_1^2 + u^2 - 2 \cdot c_1 \cdot u \cdot \cos \alpha_1] \quad (3)$$

Onde,

$\rho$ : massa específica da água (kg/m<sup>3</sup>);

$\alpha_1$ : Ângulo entre  $c_1$  e  $u_1$  na entrada da roda (°).

Bresse (1869) indica a potência perdida em decorrência da água deixar a roda antes de seu ponto mais baixo, P2, pela Equação (4).

$$P2 = \frac{u^2}{2g} + \frac{1}{P} \Sigma mgz = \frac{u^2}{2g} + \frac{1}{2} (c + c') \quad (4)$$

Onde,

$c$ : altura onde inicia o derramamento (m);

$c'$ : altura onde termina o derramamento (m).

Ainda segundo Bresse (1869), além das duas perdas já determinadas, deve-se adicionar a perda caracterizada por trazer a água da parte superior do canal até a roda. Para arranjos bem adotados, esta perda pode ser pequena e seu valor pode ser representado pela Equação (5), em metros.

$$P3 = 0,1 * \frac{v^2}{2g} \quad (5)$$

Onde:

P3: Perdas no canal superior (m);

$v$ : velocidade da água no canal superior que alimenta a roda (m).

Com posse das perdas hidráulicas pode-se encontrar a potência útil ( $P_U$ ) de acordo com a Equação (6) (Sanjuán, 1944).

$$Pu = Pm - Pt \quad (6)$$

Onde,

Pt: Soma das perdas 1, 2 e 3 ;

Deste modo, o rendimento hidráulico ( $\eta$ ) pode ser encontrado de acordo com a Equação (7).

$$\eta = \frac{Pu}{Pm} = \frac{Pm - Pt}{Pm} \quad (7)$$

## 2.2 Dimensionamento de uma roda d'água

Pode-se calcular a vazão por metro de largura da roda, sendo "q" o volume de água em cada pá, "L" a largura da roda e "t" o passo das pás. Sendo o número de pás por segundo  $\frac{u}{t}$ , é possível obter a vazão, indicada na Equação (8) (SANJUÁN, 1944).

$$Q = \frac{u}{t} q; \quad q = Q \cdot \frac{t}{u} \quad (8)$$

Para diminuir o derrame antecipado de água, assume-se que a água ocupa apenas  $\frac{1}{3}$  da capacidade de cada pá e, portanto, o volume de água em cada pá se dá pela Equação (9) (SANJUÁN, 1944).

$$q = \frac{1}{3} L \cdot p \cdot t \quad (9)$$

Onde,  
p: profundidade da pá (m);

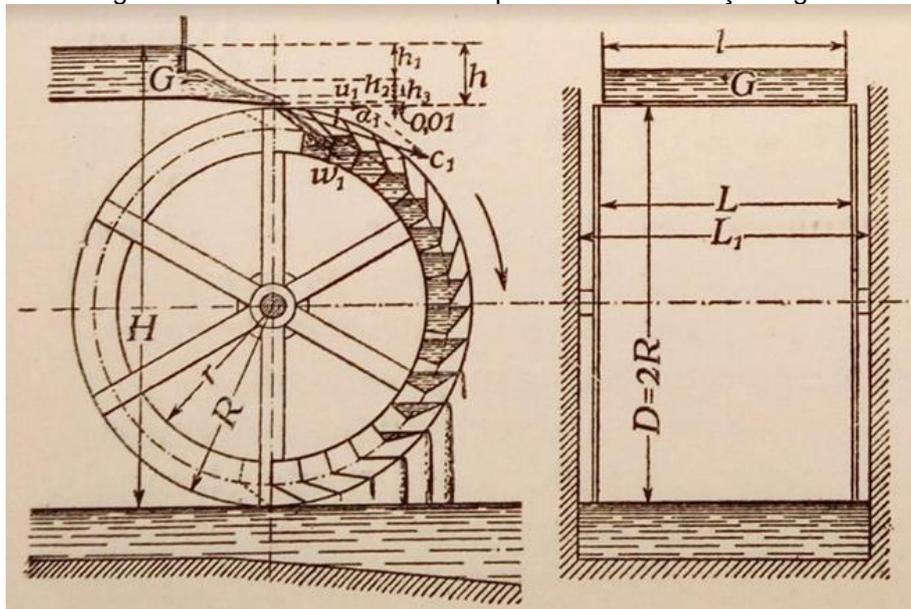
É possível então encontrar a relação entre Vazão (Q) e Largura da Roda (L), como demonstra a Equação (10).

$$\frac{1}{3} L \cdot p \cdot t = Q \cdot \frac{t}{u}; \quad \frac{Q}{L} = \frac{1}{3} u \cdot p \quad (10)$$

### 2.3 Cálculo de roda d'água movida por cima

Considerando uma roda d'água com cabeça d'água de fluxo superior, como na Figura 2, é possível calcular as principais dimensões de projeto.

Figura 2: Motor hidráulico movido por cima com cabeça d'água



Fonte: Sanjuán (1944).

A elevação da comporta,  $h_2$ , a velocidade absoluta de entrada,  $c_1$ , e a velocidade tangencial,  $u$ , podem ser encontradas pelas Equações (11), (12) e (13) (SANJUÁN, 1944).

$$2h_2 = 5 \text{ a } 10 \text{ cm} \quad (11)$$

$$c_1 = \sqrt{2g(h_1 - 1,6h_2)} \quad m/s \quad (12)$$

$$u = 0,5c_1 a 0,8c_1 \quad m/s \quad (13)$$

O diâmetro da roda pode ser encontrado pela Equação (14), onde  $h$  é a altura de carga total e pode ser encontrada pela Equação (15).

$$D = 2R = H - (h + 0,01 m) \quad (14)$$

$$h = h_1 + h_2 + h_3 \quad (15)$$

Onde,

D: Diâmetro externo da Roda (m);

R: Raio externo da roda (m);

h: Altura de carga total

$h_1, h_2$  e  $h_3$ : Alturas definidas na Figura 2 para cálculo de  $h$ .

A largura do canal de entrada,  $l$ , da comporta, pode ser encontrada pela Equação (16). Assumindo que  $2h_2=0,08m$ , tem-se a Equação (17) e encontra-se finalmente a largura da roda,  $L$ , pela Equação (18) (SANJUÁN, 1944).

$$l = \frac{Q}{1,24h_2\sqrt{2g(h_1 - h_2)}} \quad (16)$$

$$l = \frac{Q}{0,1\sqrt{h_1 - 0,04}} \quad (17)$$

$$L = l + 0,15 m \quad (18)$$

Uma vez que a profundidade da pá,  $p$ , é a diferença entre o raio externo e interno da roda, a quantidade de água que entra da roda em  $n$  voltas por segundo pode ser encontrada pelas Equações (19) e (20).

$$L\pi(R^2 - r^2)\frac{n}{60}; u = \frac{\pi Dn}{60} \quad (19)$$

Onde,

R: Raio externo da roda (m);

r: Raio interno da roda (m);

$$L(R^2 - r^2)\frac{u}{D} = Q \quad (20)$$

Com a finalidade de minimizar as perdas por derramamento, Sanjuán (1944) introduz um coeficiente de vazão  $k=0,25$  a  $0,33$  e  $k=0,66$  para velocidades maiores, obtendo-se uma vazão como na Equação (21). Este coeficiente  $k$  garante um menor enchimento das pás, tornando o derramamento mais tardio.

$$Q = k \frac{Lu}{D} (R^2 - r^2) \quad (21)$$

Uma vez que  $D$  é fixo,  $R=0,5D$  e o valor do raio interno pode ser isolado, obtém-se a Equação (22).

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{QD}{kLu}} \quad (22)$$

Finalmente, é possível encontrar  $p$  pela Equação (23).

$$p = R - r \quad (23)$$

O passo das pás  $t$  é a distância entre duas pás consecutivas, medidas na circunferência exterior da roda. O número total de pás,  $Z$ , pode ser encontrado pela Equação (24), e deve ser múltiplo do número de braços da roda. Uma vez fixo  $Z$ , o passo pode ser recalculado pela mesma Equação (24). Seus limites estão entre 0,25 a 0,35 m.

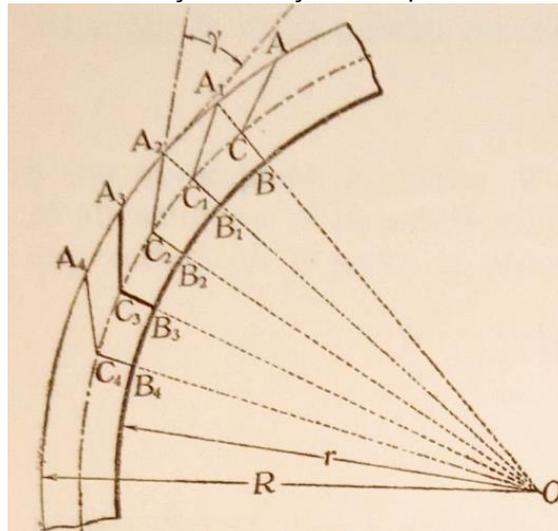
$$t = \frac{2\pi R}{Z} \quad (24)$$

## 2.4 Traçado das pás

Para o traçado de pás conforme a Figura 3, 1ª Construção apresentada por Sanjuán (1944), primeiramente são traçadas as circunferências dos raios  $R$ ,  $r = R - p$ , e o raio médio a partir do centro comum.

Assumindo um passo  $t=R-r=p$ , desenha-se este passo sobre o traçado exterior, obtendo-se  $AA_1$ ,  $A_1A_2$ ,  $A_2A_3$ , ..., traçando retas destes pontos até o centro  $O$ , obtém-se os pontos  $B$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ , ... na intersecção da reta com a circunferência interna. As linhas quebradas  $ACB$ ,  $A_1C_1B_1$ ,  $A_2C_2B_2$ , ... representam os perfis das seções das pás, tendo cada lado a metade da espessura  $p$ . As relações são apresentadas nas Equações (25) e (26).

Figura 3: 1ª construção de traçado das pás da roda d'água



Fonte: Sanjuán (1944).

$$A_1A_2 = A_2B_1 = R - r = p; \quad A_2C_1 = A_1A_2 \tan \alpha \quad (25)$$

$$\text{tang } \alpha = (A_2 C_1) / (A_1 A_2) = 1/2 p : p = 0,5; \alpha \sim 26^\circ 30' \quad (26)$$

### 3 DESENVOLVIMENTO

Para o início deste projeto de roda d'água movida por cima com cabeça d'água, adotou-se a vazão (Q) e a altura de queda (H) como parâmetros iniciais, considerados como condições do local adotado para futura instalação da roda, Tabela 1. A velocidade tangencial também foi definida como parâmetro inicial como Sanjuán (1944) propõe para a rotina de cálculos.

Tabela 1: Parâmetros iniciais de projeto da roda d'água.

Parâmetro	Unidade	Valor adotado
Q	(m <sup>3</sup> /s)	0,15
H	(m)	4
u	(m/s)	1,3

Fonte: Definido pelos autores.

Os resultados encontrados a partir da rotina de cálculos podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros encontrados para o projeto.

Parâmetro	Unidade	Valor Encontrado
Q	[m <sup>3</sup> /s]	0,150
H	[m]	4,000
L	[m]	1,681
p	[m]	0,222
t	[m]	0,379
u	[m/s]	1,300
c1	[m/s]	2,000
α1	°	22
w1	[m/s]	0,932
P1	[W]	65,148
P2	[W]	483,589
P3	[W]	30,000
R	[m]	1,812
r	[m]	1,593
h1	[m]	0,264
h2	[m]	0,038

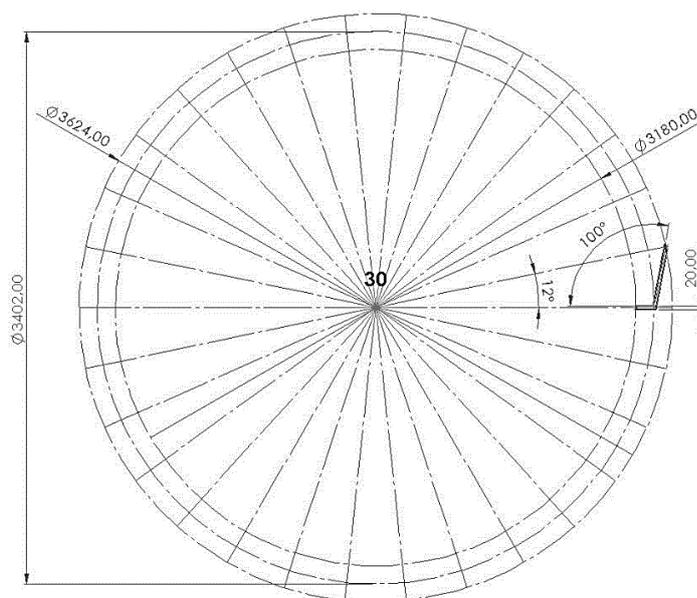
Parâmetro	Unidade	Valor Encontrado
h3	[m]	0,065
Comp. CE	[m]	1,300
Inc. CE	[m]	0,050
h	[m]	0,366
D	[m]	3,624
Z	unid.	30,000
l	[m]	1,531
q	[m <sup>3</sup> ]	0,047
Pm	[W]	5886,000
Pu	[W]	5307,26
Rendimento	[%]	0,902
c2	[m/s]	2,539
d	[m]	0,485
d'	[m]	0,000
n	rpm	10,708

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

## 4 RESULTADOS

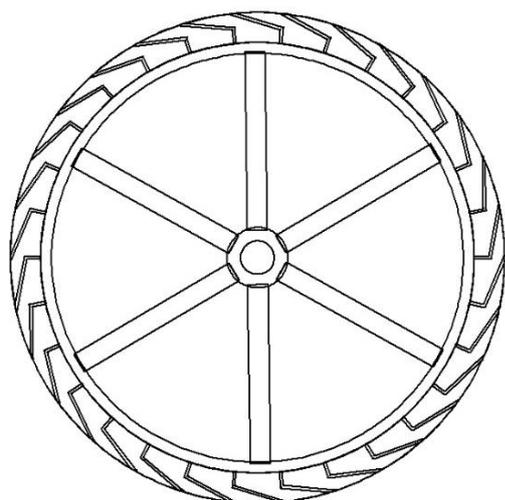
Nas Figuras 4, 5, 6 e 7 são apresentados os desenhos do projeto utilizando o software SolidWorks.

Figura 4: Desenvolvimento do traçado das pás da roda d'água de acordo segundo o primeiro método.



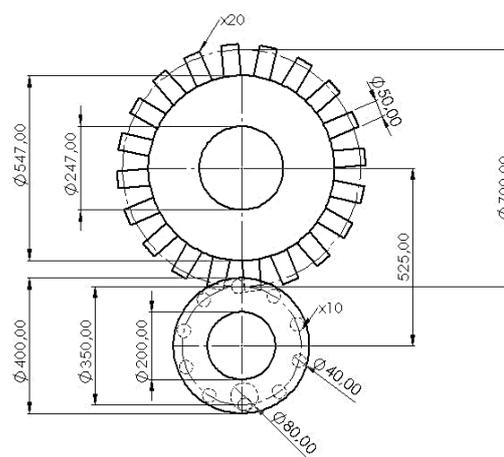
Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Figura 5: Traçado das pás da roda d'água.



Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Figura 7: Projeto das engrenagens ancestrais para aumento de velocidade angular.

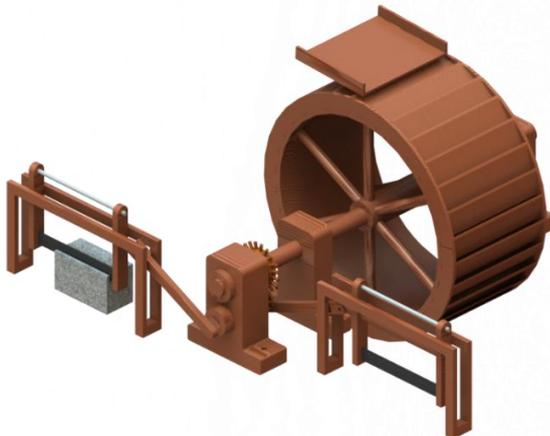


Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Em seguida, foi realizada a modelagem tridimensional do sistema completo no software SolidWorks conforme as Figuras 8, 9, 10 e 11. A água entra na roda pelo canal de entrada possuindo energia potencial gravitacional e provoca a rotação da roda. O eixo

principal, acoplado a roda transfere este movimento a engrenagem de entrada, que também está acoplada ao eixo principal. A engrenagem de saída recebe o movimento da engrenagem de entrada e o transfere ao eixo secundário, entretanto, como a engrenagem de saída possui um diâmetro menor, sua velocidade de rotação será superior. Um engenhoso sistema de pivôs fixados excêntricamente nas extremidades do eixo secundário e bielas permitem transformar este movimento de rotação em um movimento linear nas serras. Três mancais são utilizados para sustentação do conjunto suportando os dois eixos e restringindo seus movimentos nos 3 graus de liberdade cartesianos, entretanto permitem a rotação em torno de seu próprio eixo.

Figura 8: Modelagem completa do projeto desenvolvido.



Fonte: Desenvolvido pelos autores com o software SolidWorks 2018.

Figura 9: Vista posterior da modelagem completa do projeto desenvolvido.



Fonte: Desenvolvido pelos autores com o software SolidWorks 2018.

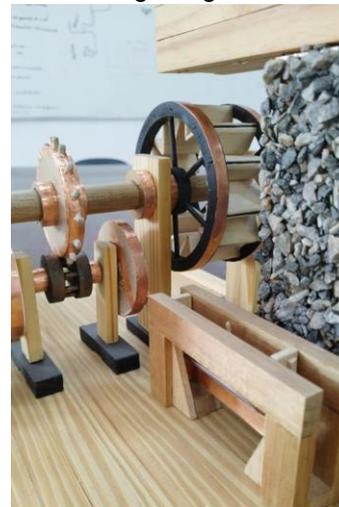
Com base em todo o projeto desenvolvido, um modelo foi criado para representar o funcionamento de uma serraria ancestral de pedras movida a roda d'água. O modelo possui a estrutura para a entrada de água na roda e a representação das pás, Figura 11, a representação do eixo e do conjunto de engrenagens, Figura 12, e o conjunto de todo o projeto pode ser melhor visualizado na Figuras 13.

Figura 11: Representação da estrutura de entrada de água, a roda e as pás



Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Figura 12: Representação do eixo e conjunto de engrenagens



Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Figura 1: Visão superior do modelo com base no projeto



Fonte: Desenvolvido pelos autores.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A máquina projetada a partir do projeto no relevo de Amiano apresenta características inovadoras para a época e mecanismos fundamentais para o desenvolvimento da engenharia. A roda d'água dimensionada teria uma potência útil de cerca de 5,3 kW e apresenta um rendimento próximo aos 90%.

Beretta (1988) indica que a potência do trabalho humano pode ser estimada em 0,1 CV (Cavalos de potência ou cavalo-vapor) e que a potência de trabalho animal pode ser estimada em 1 CV. Entretanto, o autor destaca que nestes casos a potência média aplicada durante o trabalho é de 6/10 da potência normal (BERETTA, 1988).

Deste modo, de modo comparativo a potência útil da roda d'água projetada, esta roda seria equivalente a cerca de 12 animais ou 120 homens. Além disso, o trabalho humano e animal, obviamente, é capaz de desempenhar seu trabalho por uma quantidade de horas diárias inferior em relação a uma máquina como a roda d'água e isso não foi considerado na comparação. A possibilidade de utilizar máquinas como esta representou um salto significativo nas capacidades produtivas humanas.

Este estudo partiu da análise do relevo gravado encontrado no sarcófago de Marco Aurélio Amiano, que retrata uma máquina ancestral composta de uma roda d'água que através de uma transmissão por engrenagens alimenta uma serra de corte duplo. Este relevo é de grande interesse por se tratar, possivelmente, da primeira representação conhecida de uma transmissão por engrenagens.

As dimensões da roda foram calculadas de acordo com as literaturas contemporâneas consultadas e as principais perdas hidráulicas foram consideradas, resultando em um projeto funcional e de bom rendimento. A modelagem tridimensional do projeto e a confecção de um modelo, possibilitaram a visualização e a compressão da máquina e da disposição de seus principais componentes. Além disso, se desejado, a modelagem tridimensional poderia ser utilizada para demais ajustes e simulações computacionais (estruturais e CFD, por exemplo) e para a execução de desenhos técnicos.

Este trabalho demonstra como a análise de equipamentos ancestrais permite um estudo minucioso de mecanismos e equações fundamentais para a engenharia moderna. Desta forma, trabalhos como este podem ser ótimos instrumentos para o estudo da engenharia.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao professor Dr. Carlos Barreira Martinez da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) pela disposição, ensinamentos e orientações durante a execução deste trabalho. Agradecemos a Universidade Federal de Itajubá pela infraestrutura e qualidade de ensino e a todos os professores e colaboradores que contribuíram para este trabalho, em especial ao Eng. Adriano Bastos.

## REFERÊNCIAS

BERETTA, C. C. **Tração Animal na Agricultura**. São Paulo: Nobel, 1988.

BOCK, M. "**Hidroenergia**". *Hidroenergia*, 21 de junho de 2018. Disponível em: <https://www.hidroenergia.com.br/blog/tipos-turbinas-hidraulicas/>. Acesso em: 29 de maio de 2023.

BRESSE, M. **Hydraulic Motors**. New York: The New York Printing Company, 1869.

GREWE, K. "**Las Técnicas y las Construcciones de la Ingeniería Romana**". In: V Congresso de las Obras Públicas Romanas.

MANGARZ, F. "A máquina de corte de pedra hidráulica bizantina de Ephesos (Turquia): um relatório preliminar". In: Máquinas hidráulicas e de levantamento de água na antiguidade [online]. Nápoles: Publications du Centre Jean Bérard, 2007.

Museu WEG de Ciência e Tecnologia. "História da roda d'água e sua importância para nosso desenvolvimento". Blog com Ciência, 19 de abril de 2021. Disponível em: <https://museuweg.net/blog/historia-da-roda-dagua-e-sua-importancia-para-nosso-desenvolvimento/>. Acesso em: 29 de maio de 2023.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 4ª ed. Bookman, 2013.

REYNOLDS, T. S. **Stronger than a hundred men**. United States of America: The Johns Hopkins University Press, 1983.

SANJUÁN, R. **Hidráulica General y Aplicada**. Barcelona|Madri: Editorial Labor S.A., 1944.

SEIGNE, J. "Sixth-Century Waterpowered Sawmill". Journal of the International Society of Molinology, vol. 64, pp. 10, 2002.

SOLIDWORKS. Dassault Systèmes SolidWorks Corporation, 2018.

Tri Curioso. "Para que serve uma roda d'água?". Tri Curioso, 2019. Disponível em: <https://www.tricurioso.com/2019/03/12/para-que-serve-uma-roda-dagua/>. Acesso em: 29 de maio de 2023.

VITRÚVIO, M. **Zehn Bücher über Architektur**. Darmstadt, 1976.

**Abstract:** One of the techniques used to find out about the origin of equipment is the analysis of engraved reliefs that portray ancient deeds and machines. One of these reliefs is located in front of the sarcophagus of Marco Aurélio Amiano, dating from the mid-3rd century AD. and represents a water wheel that moves a double-cut saw. The relief gives the impression that Amiano intended to claim for himself the "feat of having, or knowing how to make" a modern machine for the time and with that, to demonstrate the invention of the transmission or gear which could be used to move a saw. This project aims to analyze the data resulting from bibliographical research and to reproduce the Amiano cutting machine in the light of the evidence obtained from contemporary authors and the reports left in history. For this, it is intended, based on current knowledge (21st century), to calculate the dimensions and power of the machine and from there perform a three-dimensional modeling of the designed machine and produce a model that reproduces this equipment.

**Key words:** Water wheel, Hydraulic engine, Ancestral Sawmill, Amiano.