

UTILIZAÇÃO DA LINGUAGEM C++ COM AUXÍLIO DO GUROBI COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR, PROGRAMAÇÃO BINÁRIA E INTEIRA

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2023.4276

Michel do Vale Pereda - michel.vale@ufpr.br
UFPR

Cassius Tadeu Scarpin - cassiusts@ufpr.br
UFPR

Lucas Willian Unruh Ferrer - lucas.willianferrer@gmail.com
UNIFATEC

Resumo: *A Pesquisa Operacional é uma área fundamental para a engenharia civil e de produção, pois visa utilizar técnicas e métodos matemáticos para otimizar processos, tomar decisões eficientes e resolver problemas complexos. No entanto, lidar com problemas altamente complexos neste campo durante a graduação pode ser um processo desafiador e demorado se resolvido manualmente. Cálculos que envolvam otimização de problemas de Programação Linear, Inteira e Binária podem ser facilmente realizados com o auxílio de bibliotecas em diversas linguagens de programação. O presente artigo apresenta uma proposta do emprego da linguagem de programação C++ com o auxílio da extensão Gurobi como ferramenta didática a ser empregada na resolução de tais problemas afim de reduzir o tempo despendido pelos discentes em operações longas e repetitivas com o intuito de ampliar o tempo para raciocínio e aplicação de outras etapas do processo de resolução da PO.*

Palavras-chave: *Pesquisa Operacional, Programação Linear, Programação Inteira, Linguagem de Programação C++, Gurobi.*

UTILIZAÇÃO DA LINGUAGEM C++ COM AUXÍLIO DO *GUROBI* COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR, PROGRAMAÇÃO BINÁRIA E INTEIRA

1 INTRODUÇÃO

A Pesquisa Operacional é uma área fundamental para as engenharias civil e produção, pois visa a utilização de técnicas e métodos matemáticos para otimizar processos, tomar decisões de maneira eficiente e resolver problemas complexos. Contudo, tratar problemas de alta complexidade desta área na graduação pode ser um processo desafiador e lento ao ser resolvido de maneira manual.

De acordo com Hillier e Lieberman (2013), a Pesquisa Operacional é uma abordagem científica essencial para a investigação de problemas empresariais, abrangendo a gestão e coordenação de operações de forma imparcial em relação às áreas específicas em que as organizações estão classificadas. Através da PO, é possível analisar de forma sistemática e embasada problemas complexos, utilizando técnicas matemáticas e algoritmos para tomar decisões eficientes e otimizar processos.

Resolver problemas de pesquisa operacional, como problemas de Programação Linear e Problemas de Programação Inteira, utilizando linguagem de programação é de suma importância na busca por soluções eficientes. Além disso, a programação possibilita a utilização de algoritmos avançados e técnicas de otimização para resolver os problemas de pesquisa operacional de maneira eficiente.

Adicionalmente, o uso de linguagens de programação na pesquisa operacional contribui para a reprodutibilidade dos estudos. Ao documentar e compartilhar o código fonte, é possível reproduzir os resultados obtidos e permitir que outros alunos e pesquisadores validem e aprimorem o trabalho desenvolvido.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Pesquisa Operacional

Segundo Hillier e Lieberman (2013), a Pesquisa Operacional (PO) é uma metodologia científica usada para investigar problemas empresariais, os quais englobam o gerenciamento e coordenação das operações, sendo imparcial na questão da área as quais as organizações estão classificadas. A PO tem sido utilizada nos mais diversos setores como construção, manufatura, planejamento financeiro, transporte, dentre outras, o que indica o quão amplo tem sido seu campo de aplicação.

Para Silva (2017, p. 1) a PO “consiste na descrição de um sistema organizado com o auxílio de um modelo, e através da experimentação com o modelo, na descoberta da melhor maneira de operar o sistema.”

A Pesquisa Operacional surgiu durante a Segunda Guerra Mundial, com um grupo de cientistas ingleses que foram incumbidos da missão de solucionar problemas relacionados à logística e decisão referente aos escassos recursos militares na época. Após os resultados efetivos ao longo da guerra, a PO espalhou-se pelos Estados Unidos onde, sob o comando de George B. Dantzig, desenvolveu-se o método Simplex para resolução de problemas de Programação Linear (BELFIORE e FÁVERO, 2012).

Após o fim da Segunda Guerra Mundial, houve interesse por parte das organizações civis na aplicação da PO, uma vez que o pós-guerra iniciou uma aceleração nas indústrias

muito rapidamente, o que gerou, desta forma, problemas de alta complexidade. Em razão desse processo, os especialistas que participaram ao longo da guerra observaram que tratava-se dos mesmos problemas (tomadas as devidas proporções e contexto) enfrentados anteriormente. Já na década de 50, a PO foi introduzida em organizações de diversos ramos de serviço, governamentais e privadas (HILLIER E LIBERMAN, 2013).

Ao longo dos anos, a Pesquisa Operacional tornou-se cada vez mais robusta, tanto pelo desenvolvimento de ferramentas padrão da PO (Programação Linear, Programação Dinâmica e Teoria das Filas, por exemplo) quanto pelo aprimoramento de ferramentas computacionais (entre as décadas de 50 a 80), uma vez que problemas complexos demandam grandes volumes de cálculos. A partir da década de 80, com o avanço significativo em relação à tecnologia de processamento e elaboração de computadores pessoais, a Pesquisa Operacional tornou-se cada vez mais acessível (HILLIER E LIBERMAN, 2013).

Hillier e Lieberman (2013) ressaltam ainda o impacto econômico que a Pesquisa Operacional apresenta ao longo dos anos. Além disso, a PO apresenta resultados consideravelmente mais comedidos (mas não menos importantes) em relação aos dados apresentados. Organizações nacionais e internacionais realizam periodicamente conferências e publicações em jornais demonstrando as implicações da utilização deste método nas organizações.

Assim, a Pesquisa Operacional é um conjunto de técnicas de otimização e auxílio a tomada de decisão aplicada a diversas áreas de negócios, como engenharia, gestão de transportes, economia e logística, dentre outras. Sua principal função é a otimização de sistemas e processos. Entretanto, para se alcançar o resultado no processo de estudo dentro da PO, se faz necessário uma série de etapas para resolução do problema, os quais serão apresentados a seguir.

Processos da Pesquisa Operacional

A metodologia da Pesquisa Operacional, seja dentro de uma organização ou qualquer problema real, envolve, além de seu gradativo processo de resolução, a tomada de decisão, o que inclui outras variáveis, como valores, crenças e recursos (Freiras *apud* Liczbinski, 2002).

Pode-se averiguar que os objetivos da organização estão diretamente relacionados com a tomada de decisão. A comunicação entre os agentes envolvidos no processo, tanto na fase de coleta de informação, quanto no delineamento do objetivo e raciocínio do grupo, também influencia as decisões a serem tomadas (BELFIORE e FÁVERO, 2012).

Na presente seção abordaremos apenas as etapas da aplicação da Pesquisa Operacional.

Segundo Costa (2021), as etapas da PO, na busca do ótimo para solucionar problemas reais de uma organização, são seis, descritas a seguir:

- **Formulação do Problema:** além de buscar os dados e informações da forma mais precisa possível, na formulação do problema, especifica-se o objetivo, delimitam-se as restrições para o problema e ponderam-se possíveis formas de resolução.
- **Construção do Modelo:** caracteriza-se pela modelagem matemática referente aos dados levantados anteriormente. Descreve-se as restrições, função objetivo e variáveis aplicadas ao problema.
- **Resolução do Modelo:** nesta fase, também por cálculo do modelo, utiliza-se técnicas da PO para resolução do problema descrito, dependendo do nível

de complexidade do mesmo. Atualmente, apresentam-se *software* no mercado que auxiliam neste ponto.

- **Teste do Modelo e da Solução:** avalia-se se os resultados encontrados satisfazem o modelo real do problema.
- **Controle das Soluções:** constatam-se os parâmetros e valores fixos que determina o problema. Auxilia no controle de desvios que poderão ocorrer ao longo do processo.
- **Implantação e Acompanhamento:** durante esta etapa, analisa-se constantemente os resultados obtidos a fim de, caso haja a necessidade, realizar ajustes ao modelo.

Para Hillier e Lieberman (2013), as equipes que trabalham com a Pesquisa Operacional enfrentam cada vez mais problemas relacionadas a grande quantidade de informações e dados das organizações. Por conta disto, as duas primeiras etapas descritas anteriormente podem se tornar atividades extremamente complicadas.

Entretanto, Belfiore e Fávero (2012) ressaltam a importância de uma análise e tratamento dos dados refinados pois, quando aplicados de maneira correta, oferecem o diferencial do conhecimento. Desta forma, a aplicabilidade da Pesquisa Operacional apresenta informações extremamente relevantes voltadas para a tomada de decisão, tão fundamental em ambientes cada vez mais competitivos.

Programação Linear

A Programação Linear, conhecida como PL, está entre as técnicas mais utilizadas na Pesquisa Operacional. Trata-se de um modelo que, em seus problemas, possui a característica de ser delineado por meio de equações e inequações lineares. A PL está diretamente ligada ao sentido da tomada de decisão no cotidiano, quando se tem uma grande quantidade de opções disponíveis (COSTA, 2021).

Um dos mais populares modelos matemáticos, a Programação Linear possui uma gama grande de aplicabilidade, sendo utilizada em áreas científicas e sociais, pelo menos de modo aproximado (MOREIRA, 2018).

Nesse contexto, pode-se afirmar que a PL é uma importante ferramenta onde seu impacto é perceptível desde os anos 50, otimizando tempo, dinheiro e recurso de diversas empresas de vários setores diferentes. A palavra "Linear" trata-se de das funções matemáticas desse modelo onde são, necessariamente, funções lineares; já a palavra "Programação" refere-se, essencialmente, a um sinônimo de planejamento (HILLIER E LIBERMAN, 2013).

No problema de Programação Linear, a função objetivo e todas as restrições do modelo são representadas por sentenças matemáticas lineares. Após construir um modelo matemático representando o problema real de PL em estudo, a próxima etapa é determinar a solução ótima do modelo, que é a solução com maior (caso seja um problema de maximização) ou menor (caso seja um problema de minimização) valor na função objetivo, satisfazendo as restrições impostas. Vários algoritmos ou métodos de solução podem ser aplicados para determinar a solução ótima do modelo, dentre eles, o método Simplex é o mais conhecido e utilizado. Desde sua criação nos anos 40 por Geoger B. Dantzig, o Método Simplex é utilizado para resolução de problemas de PL em vários setores como: transporte, automobilístico, comércio, dentre outros (BELFIORE e FÁVERO, 2012).

Segundo Hillier e Liberman (2013, p. 28), a formulação matemática para um problema de PL (também chamada de modelo geral) é dada por:

- Função Objetivo:

$$\text{maximiza } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

- Restrições:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \quad (3)$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \quad (4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (5)$$

A equação (1) a ser maximizada, chamada de Função Objetivo, poderá ser também voltada à um problema de minimização. O problema estará sujeito às restrições (2) a (4) são chamadas de restrições funcionais ou estruturais. Já a restrição (5) estabelece a condição de não negatividade (ou condições não negativas). Vale ressaltar que, para alguns problemas de PL, as restrições poderão ser do tipo \geq (maior ou igual) e, até mesmo, = (igualdade).

Os valores de x_1, x_2, \dots, x_n são denominadas *variáveis de decisão*. Já c_j, b_i e a_{ij} , para $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$, são as constantes de entrada do modelo, também denominadas de *parâmetros* do modelo de Programação Linear.

O modelo padrão, por sua vez, deve seguir os requisitos, segundo Belfiore e Fávero (2012), descritos a seguir:

- Termos independentes das restrições devem ser não negativos;
- Todas as restrições devem estar na forma de equações lineares (igualdade);
- Não negatividade das variáveis de decisão.

Desta forma, a representação matemática da forma padrão será:

- Função Objetivo:

$$\text{max ou min } z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (6)$$

- Restrições:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad (7)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \quad (8)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \quad (9)$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Entretanto, um problema de Programação Linear encontra-se na forma canônica quando, para maximização, as restrições são representadas por inequações que utilizam o símbolo de \leq (menor ou igual), exceto a de não negatividade das variáveis de decisão. De forma análoga, para um problema de minimização, todas as restrições são representadas por inequações do tipo \geq (maior ou igual). Caso um problema de PL não esteja modelado na forma padrão ou canônica, algumas operações elementares podem ser efetuadas na forma geral para que tal modelo cumpra os critérios, tanto em sua função objetivo quanto em suas restrições (BELFIORE e FÁVERO, 2012).

Programação Binária e Inteira

Um problema é classificado como de Programação Inteira (PI) quando as variáveis de decisão podem assumir valores dentro de um conjunto finito ou enumerável, o que denomina-se variáveis de decisão discretas. Já se parte destas variáveis forem discretas e parte contínuas, classifica-se o problema como Programação Inteira Mista (PIM). Contudo, se todas as variáveis de decisão do modelo podem assumir apenas valores de um,

característica presente na variável, e zero, caso contrário, denomina-se problema de Programação Binária (PB) (BELFIORE e FÁVERO, 2012).

Segundo Belfiore e Fávero (2012, p. 357), o modelo geral de PI e/ou PMI é dado por:

- Função Objetivo:

$$\max \text{ ou } \min z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (11)$$

- Restrições:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{\leq, =, \geq\} b_1 \quad (12)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{\leq, =, \geq\} b_2 \quad (13)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{\leq, =, \geq\} b_m \quad (14)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (15)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \text{ são inteiras e/ou binárias} \quad (16)$$

As restrições em um problema de programação inteira (Equações 12 a 14) são as condições que limitam as soluções viáveis e devem ser satisfeitas para que uma solução seja considerada válida. Essas restrições são formuladas em termos das variáveis de decisão e ajudam a definir as limitações e as relações entre as diferentes partes do problema.

2.2 Da Linguagem C ao C++

A linguagem de programação C é amplamente associada ao sistema operacional Unix, mas sua popularidade, eficácia e poder derivam do fato de não estar vinculada a nenhum sistema operacional ou máquina específica. Isso é fundamental para que C seja reconhecida como a linguagem de programação de sistemas por excelência. C foi desenvolvida como uma evolução das linguagens BCPL e B. A linguagem BCPL foi criada por Martin Richards, enquanto a linguagem B foi desenvolvida por Ken Thompson em 1970 para o sistema operacional Inix do computador DEC PDP-7. C incorporou conceitos e recursos dessas linguagens anteriores, adicionando novas funcionalidades e se tornando uma linguagem de programação poderosa e flexível (AGUILAR, 2008).

A linguagem C foi introduzida em 1978 com a publicação de "*The C Programming Language*" por Brian Kernighan e Dennis Ritchie e tem crescido em popularidade desde então. Ao longo dos anos, as mudanças sucessivas na linguagem, com a criação de compiladores por grupos não envolvidos em sua criação, levaram à necessidade de padronizar a definição da linguagem C.

Assim, em 1983, o *American National Standard Institute* (ANSI), uma organização internacional de padronização, formou um comitê chamado X3J11 com a principal tarefa de criar "uma definição não ambígua da linguagem C, independente da máquina". Surgiu então o padrão ANSI da linguagem C. Com essa definição de C, garante-se que qualquer fabricante de software que venda um compilador ANSI C incorpore todas as características da linguagem especificadas pelo padrão. Isso também significa que os programadores que escrevem programas em C padrão podem ter a garantia de que suas modificações podem ser feitas em qualquer sistema que possua um compilador C (AGUILAR, 2008).

C é uma linguagem de alto nível que permite a programação com instruções de propósito geral. Embora seja definida como uma linguagem de programação estruturada de propósito geral, seu projeto destaca-se pelo fato de ter sido especificada como uma linguagem de programação de sistemas, o que proporciona uma imensa quantidade de poder e flexibilidade (WILLRICH, 2000).

Embora o C seja uma linguagem poderosa, ele apresenta duas características que o tornam inadequado como uma introdução moderna à programação. Em primeiro lugar, o C exige dos usuários um nível de sofisticação que dificulta a aprendizagem, devido à sua complexidade. Em segundo lugar, o C foi projetado no início dos anos 1970, e a natureza da programação mudou significativamente nas décadas de 1980 e 1990. Para superar essas "limitações", Bjarne Stroustrup, nos Laboratórios Bell da AT&T, desenvolveu o C++ no início da década de 1980. Stroustrup projetou o C++ como uma melhoria do C, adicionando recursos e introduzindo a programação orientada a objetos, que é uma técnica poderosa e será abordada na última parte deste livro (AGUILAR, 2008).

Extensão Gurobi para C++

A extensão do Gurobi para C++ permite utilizar a biblioteca *Gurobi Optimization* na linguagem de programação C++. O Gurobi é um poderoso software de otimização matemática que oferece recursos avançados para resolver problemas de programação linear, inteira mista e quadrática e, por possuir licença grátis para estudantes, o Gurobi pode ser amplamente utilizado em aulas da disciplina de Pesquisa Operacional.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após o estudo de disciplinas que envolvam Algoritmos e Programação, torna-se essencial para alunos de engenharias como Produção e Civil desenvolver a prática com linguagem de programação. A resolução de extensos processos e cálculos matemáticos como os envolvidos em problemas de Programação Linear, Inteira e Binária apoderam-se de um grande período de tempo de aula, o que poderá ser melhor aproveitado caso os discentes possam gerar seus códigos ou aproveitar códigos abertos para resolução de tais processos.

A utilização da linguagem C++ com auxílio do GUROBI como ferramenta didática na resolução de problemas de programação linear, inteira e binária pode ser um recurso muito útil e eficaz para estudantes e profissionais da área de otimização. Com o GUROBI, é possível desenvolver algoritmos e resolver problemas lineares e inteiros, além de fazer uso de diversas técnicas de modelagem, como diferentes tipos de restrições e variáveis com inúmeros atributos. Com melhor distribuição do tempo dispendido em cálculos repetitivos, os processos da Pesquisa Operacional poderão ser realizados com maior cuidado por parte dos estudantes, visto que trata-se de um processo dinâmico na busca pela solução ótima de problemas em organizações.

Em suma, a utilização da linguagem C++ com auxílio do GUROBI como ferramenta didática na resolução de problemas de programação linear, inteira e binária pode contribuir significativamente para o aprendizado e desenvolvimento de habilidades em otimização matemática e científica, bem como auxiliar na resolução de problemas de otimização em diversas áreas nos quais essa problematização é aplicada.

REFERÊNCIAS

AGUILAR, Luis J. **Programação em C++**. São Paulo: Grupo A, 2008. E-book. ISBN 9788580550269. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580550269/>. Acesso em: 09 mar. 2023.

BELFIORE, P.; FÁVERO, L.P. **Pesquisa Operacional Para Cursos de Engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

GUROBI, **Why Choose Gurobi**. Disponível em: <https://www.gurobi.com/faqs/why-choose-gurobi/>. Acesso em: 07 mai. 2023.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Porto Alegre-RS: Grupo A, 2013. E-book. ISBN 9788580551198. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580551198/>. Acesso em: 12 nov. 2022.

SILVA, E. M., *et al.* **Pesquisa Operacional** - Para os Cursos de Administração e Engenharia, 5ª edição. São Paulo: Atlas, 2017. E-book. ISBN 9788597013559. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597013559/>. Acesso em: 18 nov. 2022.

WILLRICH, R. Linguagens de Programação. *In: Introdução à Informática*. Florianópolis. UFSC: 2000. P. 2-15. Disponível em: http://algot.dcc.ufla.br/~monserrat/icc/Introducao_linguagens.pdf. Acesso em: 03 mar. 2023.

THE USE OF C++ PROGRAMMING LANGUAGE WITH THE ASSISTANCE OF GUROBI AS A DIDACTIC TOOL IN SOLVING PROBLEMS OF LINEAR PROGRAMMING, BINARY PROGRAMMING, AND INTEGER PROGRAMMING.

Abstract: *Operations research is a fundamental field for civil and production engineering, as it aims to use mathematical techniques and methods to optimize processes, make efficient decisions, and solve complex problems. However, dealing with highly complex problems in this field during graduation can be a challenging and time-consuming process if solved manually. Calculations involving optimization problems of Linear, Integer and Binary Programming can be easily performed with the help of libraries in several programming languages. This article presents a proposal for the use of the C++ programming language with the help of the Gurobi extension as a didactic tool to be used in the resolution of such problems in order to reduce the time spent by students in long and*

repetitive operations in order to increase time for reasoning and applying other stages of the OR resolution process.

Keywords: *Operations Research, Linear Programming, Integer Programming, C++ Programming Language, Gurobi.*