

USO DO GEOGEBRA COMO TIC PARA ENSINAR ALGORITMO PARA O PROBLEMA DA ÁRVORE DE STEINER

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2023.4363

Alayna Marcia Garcia Conceição - alaynamgarcia@gmail.com
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Ana Luísa Carvalho Furtado - ana.furtado@cefet-rj.br
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

ANA LUCIA DORNELES DE MELLO - anadmello1@gmail.com
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Resumo: *Uma cadeia de suprimento pode ser caracterizada como uma rede. Os fluxos de atendimento dessa rede devem ser gerenciados de forma eficiente. Muitos problemas de rede estão relacionados à otimização combinatória, em busca da melhor solução de uma grandeza em estudo, de forma a analisar diferentes combinações das variáveis. A grande questão da gestão da cadeia de suprimentos é fazer com que o processo logístico dos produtos e materiais, ou seja, o fluxo de movimentação, seja mais rápido e transparente entre a empresa e os clientes. Nesse sentido, aplicar conhecimento e técnicas para otimização do problema de redes é uma função importante de um engenheiro de produção em uma organização. Nesse cenário, surge o Problema da Árvore de Steiner em busca de uma rede mínima, para interligar um conjunto de pontos fixos com o acréscimo de novos pontos alocados de forma eficiente para otimizar a rede. O Algoritmo de Melzak, fornece a primeira solução finita e é a base dos algoritmos para Árvores de Steiner no plano euclidiano. O presente estudo, utilizou-se da abordagem sobre TIC's - Tecnologia da Informação e Comunicação - como ferramenta educacional para criação de um ferramental didático e dinâmico sobre o Algoritmo de Melzak por meio do uso do software Geogebra, uma interface online de matemática dinâmica que utiliza conceitos de álgebra e geometria através de programação. Por tanto, a TIC criada através do software Geogebra vem para facilitar o aprendizado sobre o algoritmo, bem como sobre as propriedades e definições de árvores de Steiner, de forma a auxiliar o processo de aprendizagem de engenheiros de produção sobre um tema importante na área de Gestão de Cadeias de Suprimentos.*

"ABENGE 50 ANOS: DESAFIOS DE ENSINO, PESQUISA E
EXTENSÃO NA EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA"

18 a 20 de setembro
Rio de Janeiro-RJ



2023

51º Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia
VI Simpósio Internacional de Educação em Engenharia

Palavras-chave: Gestão da Cadeia de Suprimentos; TIC; Árvore de Steiner;
Algoritmo; Geogebra

Realização:



Organização:



USO DO GEOGEBRA COMO TIC PARA ENSINAR ALGORITMO PARA O PROBLEMA DA ÁRVORE DE STEINER

1 INTRODUÇÃO

Uma cadeia de suprimento pode ser caracterizada como uma rede, que possui ligações entre terminais (pontos de origem e destino) e possíveis pontos intermediários. Os fluxos de atendimento dessa rede devem ser gerenciados de forma eficiente. Para tal, considera-se algumas variáveis, tais como os tempos de transporte, as capacidades dos veículos e os custos entre as rotas de origem e destino.

Muitos problemas de rede estão relacionados à otimização combinatória, cujo objetivo consiste em obter a melhor solução de uma grandeza em estudo, de forma a analisar diferentes combinações das variáveis. Assim, procura-se determinar dentro do conjunto de casos possíveis, qual a melhor combinação que atende às restrições do problema (CARVALHO, 2017). Problemas como de fluxo máximo, caminho mínimo, designação e de transporte fazem parte desse grupo amplo (GOLDEN; BALL; BODIN, 1981).

A grande questão da gestão da cadeia de suprimentos é fazer com que o processo logístico dos produtos e materiais, ou seja, o fluxo de movimentação, seja mais rápido e transparente entre a empresa e os clientes (VIANA et al., 2014). Nesse sentido, aplicar conhecimento e técnicas para otimização do problema de transporte é uma função importante de um engenheiro de produção em uma organização. Segundo ABEPRO (2023) a gestão da cadeia de suprimentos é uma área de trabalho da Engenharia de Produção, onde o profissional engenheiro precisa utilizar de "Técnicas para o tratamento das principais questões envolvendo o transporte, a movimentação, o estoque e o armazenamento de insumos e produtos, visando a redução de custos, a garantia da disponibilidade do produto, bem como o atendimento dos níveis de exigências dos clientes."

Nesse cenário, surge o Problema da Árvore de Steiner em busca de uma rede mínima, para interligar um conjunto de pontos fixos com o acréscimo de novos pontos alocados de forma eficiente para otimizar a rede. Para solucionar o problema de Steiner, diversos algoritmos foram criados. O Algoritmo de Melzak, fornecendo a primeira solução finita em 1961, é a base dos algoritmos para Árvores de Steiner no plano euclidiano (RAMA, 2013). Segundo Coelho (2016) esse algoritmo encontra todas as árvores mínimas de Steiner possíveis e escolhe aquela que possui o menor comprimento.

Coelho (2016) aborda que o algoritmo desenvolvido por Melzak trouxe a solução ao problema de árvore mínima de Steiner, através de construções geométricas utilizando-se de régua e compasso, baseadas em propriedades de grafos árvores. Visto a necessidade de criação manual de construções geométricas e do conhecimento das propriedades de árvores, o algoritmo torna-se dispendioso.

O presente estudo, utilizou-se da abordagem com TIC's - Tecnologia da Informação e Comunicação - como ferramenta educacional para criação de um ferramental didático e dinâmico sobre o Algoritmo de Melzak por meio do uso do software Geogebra, uma interface online de matemática dinâmica que utiliza conceitos de álgebra e geometria através de programação. Segundo Araújo e Benati (2019), TIC's são tecnologias utilizadas para distribuição e compartilhamento de informações. Todas as tecnologias que auxiliam nos processos informacionais e comunicativos podem ser consideradas como TIC's

(SILVA, 2001). A tecnologia, se utilizada de forma correta, facilita o aprendizado (BITANTE et al., 2017).

Dessa forma, este estudo desenvolve uma TIC para o aprendizado do algoritmo de Melzak de forma a auxiliar o processo de aprendizagem de engenheiros de produção sobre um tema importante na área de Gestão de Cadeias de Suprimentos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Teoria dos Grafos

Caracteriza-se como um grafo $G = (V, E)$ a estrutura composta por um conjunto de pontos, denominados vértices (ou pontos terminais) e um conjunto de ligações $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots\}$ entre os vértices, denominadas arestas. Além disso, caracteriza-se como vértices adjacentes os nós que estão associados a uma mesma aresta (MATOS, 2013). Uma sequência de vértices adjacentes partindo de um nó inicial para um nó final é chamada de caminho. Um caminho que começa e termina no mesmo vértice é considerado um ciclo. Um grafo é dito conexo quando possui um caminho que conecta um vértice para qualquer outro vértice (OLIVEIRA, 2019).

Define-se o grafo como direcionado quando composto por arestas com orientação e grafo não direcionado quando o sentido não importa. Para representar situações reais, os grafos podem ser valorados com atribuições de pesos a suas arestas ou nós. Grafos valorados são denominados de rede e possui muitas aplicações em problemas de otimização relacionadas a transporte, fluxo e distribuição de cargas (ARENALES et al., 2011).

Um grafo é considerado árvore quando é conexo, não possui ciclos e o seu número de arestas é $|E| = |V| - 1$. Além disso, uma árvore é um grafo não direcionado (MATOS, 2013). É definido como subgrafo de $G = (V, E)$ um grafo $G' = (V', E')$, onde $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$, ou seja, as arestas e os nós pertencentes a G' também pertencem a G (ARENALES et al., 2011). Considera-se uma árvore geradora de $G = (V, E)$ um subgrafo de G que inclui todos os vértices de G e não forma ciclos. Considerando o caso de redes, onde as arestas são valoradas, uma árvore geradora mínima é definida como um subgrafo de G que resulte na soma mínima dos pesos das arestas, ou seja, um problema de otimização para interligar um conjunto de pontos dados (MATOS, 2013).

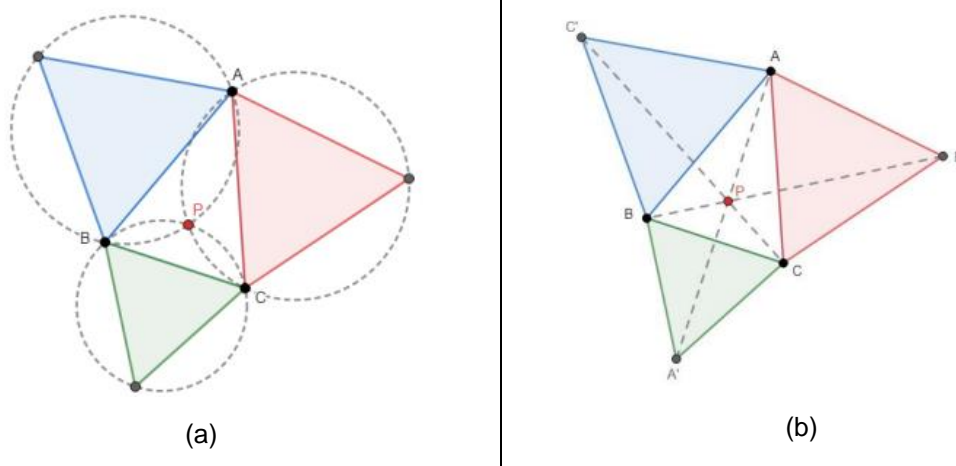
2.2 Árvores de Steiner Euclidianas

O problema de Steiner surge com o problema proposto por Fermat no século XVII, onde dados três pontos em um plano, busca-se o quarto ponto que minimiza a distância entre os três pontos dados (COELHO, 2016). Torricelli definiu a primeira solução para o problema de Fermat da seguinte forma: forma-se um triângulo com os três pontos inicialmente dados e em cada lado desse triângulo, cria-se um triângulo equilátero. Por fim, deve-se circunscrever cada triângulo equilátero e o ponto de interseção das circunferências é o quarto ponto desejado. Assim, sejam A, B e C os três pontos inicialmente dados P é o ponto encontrado para minimizar a distância entre eles, como ilustrado na Figura 1(a).

Simpson propôs uma outra solução para o problema de Fermat, a qual consiste em seguir a etapa de criar os triângulos equiláteros, entretanto, liga-se os vértices exteriores de cada triângulo equilátero ao vértice oposto correspondente do triângulo inicial. Esses segmentos foram denominados como linhas de Simpson, e a interseção dessas linhas é a localização do quarto ponto procurado, conforme identificado na Figura 1(b). O ponto de

Torricelli e o ponto da linha de Simpson coincidem (OLIVEIRA, 2005; RAMA, 2013; YAMAMOTO, 2013; SILVA, 2020).

Figura 1:(a) Quarto ponto encontrado por Torricelli e (b) por Simpson



Fonte: Elaborada pelo autor(a)

Os métodos de solução propostos por Torricelli e Simpson são úteis apenas quando todos os ângulos internos do triângulo ABC forem menores que 120° . Quando essa condição não é verdadeira, o método de Torricelli gera um ponto fora do triângulo ABC e no método de Simpson as linhas não se interceptam (YAMAMOTO, 2013).

Posteriormente, esse problema ficou conhecido como o Problema de Steiner, e foi generalizado para o caso em que n pontos são definidos em um plano e busca-se determinar o menor caminho entre esses pontos chamados terminais, sendo possível acrescentar k pontos, denominados como pontos de Steiner, de forma a minimizar a distância percorrida para conectá-los, onde $k \leq n - 2$ (OLIVEIRA, 2005; COELHO, 2016).

A condição de ângulo é uma propriedade de árvores de Steiner que determina que em uma Árvore Mínima de Steiner duas arestas se encontram apenas com um ângulo igual a 120° , por conseguinte, não podem existir arestas se cruzando e cada ponto de Steiner possui grau três (RAMA, 2013).

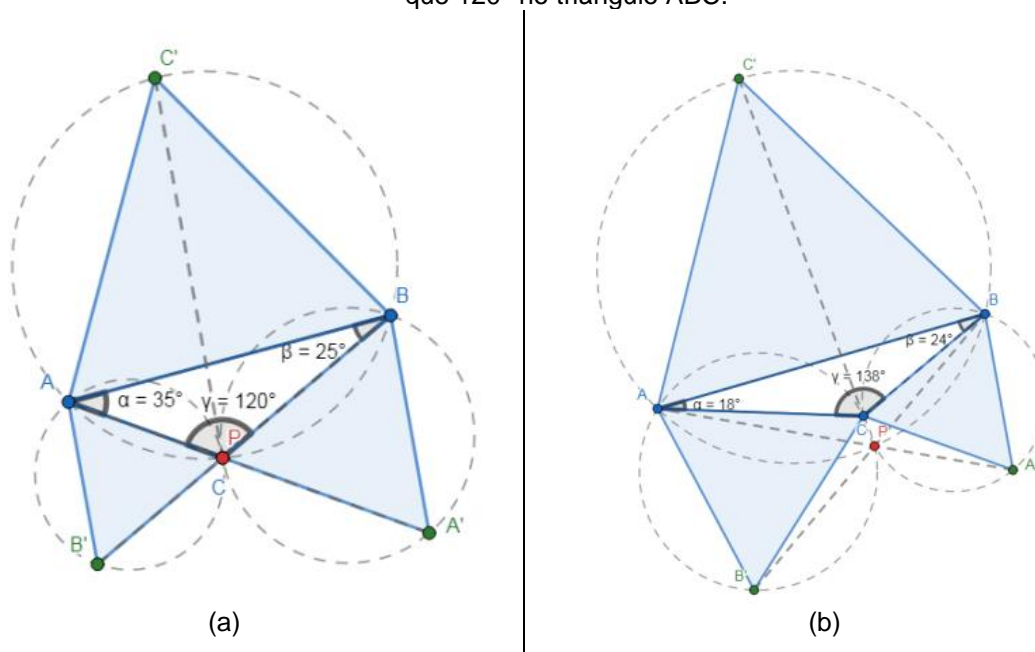
Além disso, no plano euclidiano, uma forma é dita de convexa se todos os pontos conectados por uma aresta estão contidos dentro da mesma. Em uma Árvore de Steiner todos os pontos Steiner precisam estar contidos dentro de uma região convexa (OLIVEIRA, 2019). Para n pontos terminais e S pontos de Steiner, uma Árvore de Steiner pode conter no máximo $n - 2$ pontos de Steiner (RAMA, 2013).

Outra definição importante é a de topologia de uma árvore, a qual define as ligações entre os pares de vértices, especificando apenas quais vértices se ligam com um mesmo ponto de Steiner. Assim, uma árvore mínima dentre um conjunto de possibilidades de uma mesma topologia é chamada de árvore mínima relativa apenas a essa topologia. Desta forma, uma Árvore mínima de Steiner só é mínima global caso todas as possíveis topologias sejam testadas (COELHO, 2016; SILVA, 2020).

Silva (2020) define uma propriedade dos triângulos: Caso um triângulo, o qual se quer obter o ponto de Steiner, possua um ângulo de 120° , as linhas de Simpson se interceptam no vértice desse ângulo, conforme Figura 2(a). Se esse ângulo for maior que 120° , então somente dois dos três segmentos se interceptam, na região externa ao triângulo. O que não configura um ponto de Steiner, encontrado na Figura 2(b). E caso esse

ângulo seja menor que 120° , o ponto de Steiner está localizado na região interior do triângulo.

Figura 2: Propriedade dos triângulos quando (a) há ângulo de 120° no triângulo ABC (b) há ângulo maior do que 120° no triângulo ABC.



Fonte: Elaborada pelo autor(a)

Diante da relação existente entre a árvore geradora mínima (a qual quer obter uma rede mínima) e a Árvore de Steiner (que também busca uma rede mínima, entretanto permite acréscimo de pontos para que a distância seja a menor) temos a razão de Steiner. A razão de Steiner para Árvore de Steiner euclidiana possui um valor de $\frac{\sqrt{3}}{2}$, indicando que a Árvore de Steiner é no máximo 13,4% menor que uma árvore geradora mínima. Assim, mesmo que seja menos complexo obter uma árvore geradora mínima, para custos altos, é justificável a busca de uma Árvore mínima de Steiner (YAMAMOTO, 2013; COELHO, 2016).

2.3 Algoritmo de Melzak

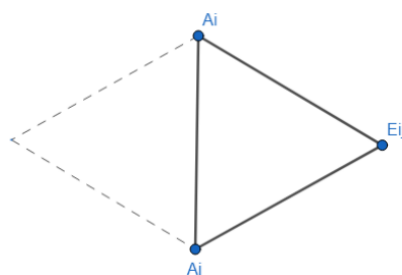
Coelho (2016) define esse algoritmo como a junção de duas fases: uma fase de combinação dos pontos e outra fase de reconstrução. O algoritmo de Melzak busca a árvore relativamente mínima para todas as topologias possíveis e, após, faz a comparação dos resultados obtidos e escolhe a de menor comprimento, que é a Árvore Mínima de Steiner (MATOS, 2013).

Fase de Combinação

A fase de combinação é a primeira etapa e consiste na redução de pontos regulares para apenas dois pontos. Um ponto E_{ij} é chamado de ponto equilátero, sendo obtido pelo terceiro ponto de um triângulo equilátero formado por outros dois pontos, a_i e a_j , como demonstra a Figura 3 (OLIVEIRA, 2005; COELHO, 2013). Essa etapa tem como objetivo pegar dois pontos iniciais e substituir pelo seu ponto equilátero, atualizando continuamente

sua topologia, sendo executado sucessivamente até que o conjunto seja reduzido a apenas dois vértices. Segundo Silva (2020), os triângulos formados por cada par de vértice com o seu ponto equilátero são externos ao polígono formado por todos os pontos do grafo. Além disso, Melzak em *On the problem the Steiner*, de 1961, afirma que a área do triângulo equilátero não se sobrepõe ao plano formado pelos pontos terminais.

Figura 3: E_{ij} é ponto equilátero formado a partir dos pontos A_i e A_j .



Fonte: Elaborada pelo autor(a).

Fase de Reconstrução

Nessa segunda etapa, os dois vértices restantes da fase de combinação são conectados por uma reta. O ponto de Steiner será localizado na intersecção dessa reta com a circunferência que circunscribe o triângulo formado pelo último ponto combinado com seus dois vértices iniciais. Segundo Rama (2013), o ponto de Steiner está localizado no arco que não contém o ponto equilátero, denominado de arco de Steiner. Essa condição sendo satisfeita, desconsidera-se o ponto da combinação, ligando o ponto de Steiner aos dois pontos geradores do ponto equilátero em questão e ao outro ponto conectado pela reta.

Este passo é realizado repetidamente para todos os pontos equiláteros obtidos na fase de combinação, originando uma árvore com todos os vértices inicialmente dados unidos aos pontos de Steiner encontrados. Caso não seja possível encontrar o ponto de Steiner em algum momento do algoritmo, o teste é interrompido e a topologia é considerada inviável (YAMAMOTO, 2013).

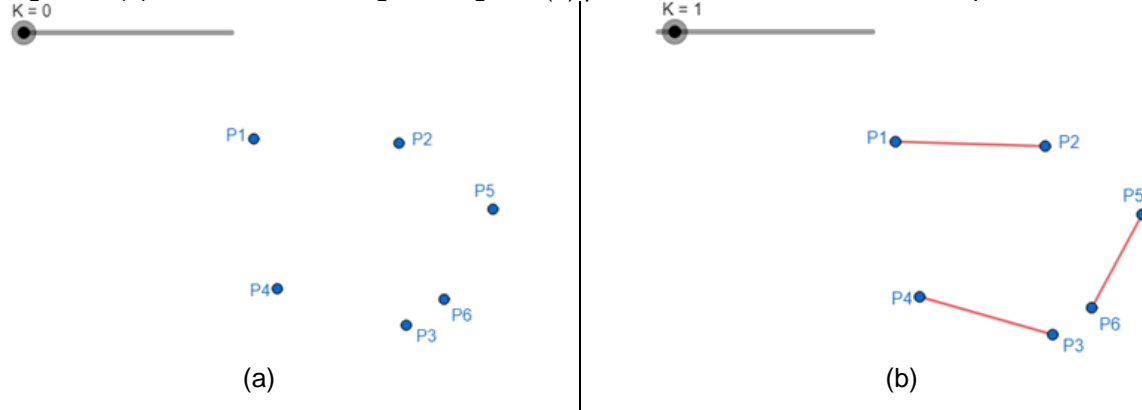
3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Essa aplicação baseou-se em estipular um passo a passo didático para aprendizagem e compreensão do algoritmo de Melzak. Uma atividade didática no Geogebra foi criada com o passo a passo de como executar o algoritmo de Melzak para um grafo. Essa atividade pode ser acessada através do link: Algoritmo de Melzak - IC – GeoGebra. A TIC criada com os passos do algoritmo, permite que os mesmos podem ser vistos de forma dinâmica, indo e voltando, para melhor compreensão. Cada passo do algoritmo é explicado na atividade, assim como quais as definições e propriedades que estão sendo utilizadas. O passo a passo no Geogebra facilita a compreender o processo de execução do algoritmo, mesmo sendo elaborado em pequenas instâncias.

A seguir, uma demonstração do conteúdo da TIC é exposta. Seja um conjunto com 6 pontos terminais, determina-se a ASM relativa à topologia dada a partir do algoritmo de Melzak, onde K indica o passo de construção do algoritmo. Os Pontos regulares são: $(P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6)$ e a topologia considerada é: $(P_1, P_2); (P_2, P_3); (P_3, P_4); (P_4, P_5); (P_5, P_6)$.

A Figura 4(a) e (b) mostra os primeiros passos do algoritmo com $K=0$ sendo a disposição inicial dos pontos e $K=1$ união de cada par de vértices, respectivamente.

Figura 4: (a) Passo $K=0$ com o grafo original; (b) passo $K=1$ com a união de cada par de vértices.

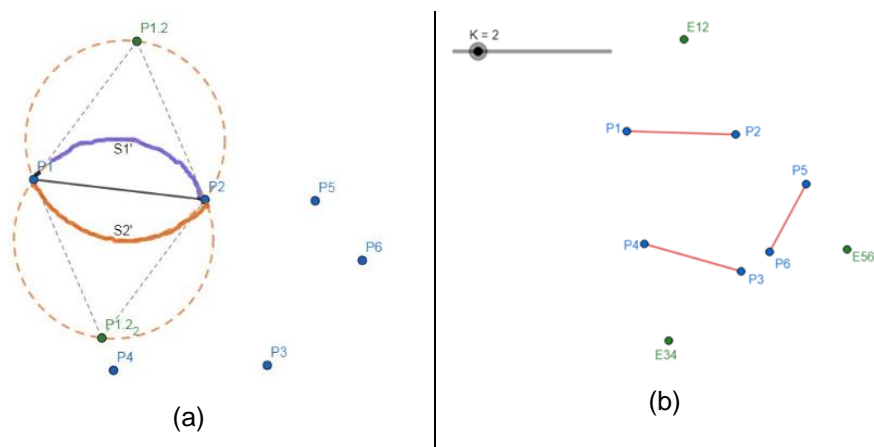


Fonte: Elaborada pelo autor(a)

Em continuidade, a Figura 5(b) ilustra o passo $K=2$ onde ocorre a combinação de cada dois pontos, gerando um terceiro ponto chamado de ponto equilátero, posicionado no lugar do terceiro vértice de um triângulo equilátero. Observe que é possível criar dois triângulos equiláteros a partir do segmento base, conforme Figura 5(a). Segundo Rama (2013), o ponto de Steiner está localizado no arco da circunferência que circunscribe o triângulo equilátero formado, sendo o arco de Steiner o que não contém o ponto equilátero. Além disso, Coelho (2018) afirma que o ponto de Steiner está na menor região plana onde estão contidos os pontos terminais. Assim, existem duas hipóteses para o caso de $P1$ e $P2$.

Segundo Rama (2013), temos $S1'$ e $S2'$ como os arcos de Steiner. Entretanto, apenas o arco $S2'$ está dentro da região dos pontos terminais, uma vez que o arco $S1'$ está acima de $P1$ e $P2$, mais afastado dos demais pontos terminais. Assim, o ponto de Steiner está localizado no arco $S2'$, e o ponto equilátero equivalente, $E1.2$, que segue no processo como combinação de $P1$ e $P2$.

Figura 5: (a) identificação do arco de Steiner; (b) combinação de cada par de vértices, segundo topologia.

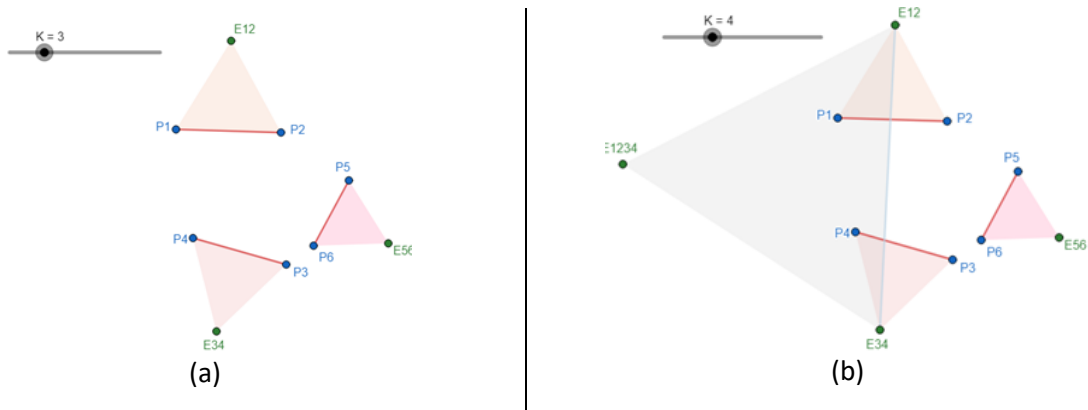


Fonte: Elaborada pelo autor(a)

A mesma análise vale para os outros triângulos equiláteros formados. Dessa forma, ilustrado na Figura 6(a), em $K=3$ obtém-se demais pontos de combinação. Em $K=4$,

ilustrado na Figura 6(b), ocorre a combinação dos novos pontos, considerando apenas os pontos já combinados E12, E34, E56.

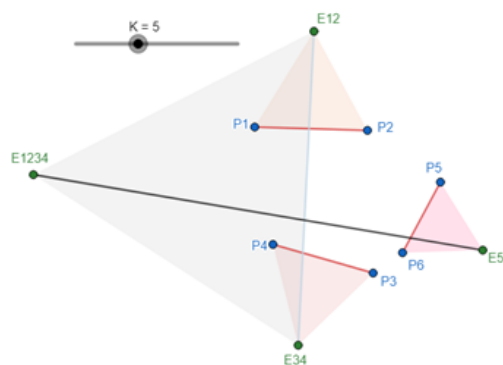
Figura 6: (a) passo K=3, obtenção de todos os pontos de combinação; (b) Passo K=4, combinação dos pontos resultante das primeiras combinações.



Fonte: Elaborada pelo autor(a)

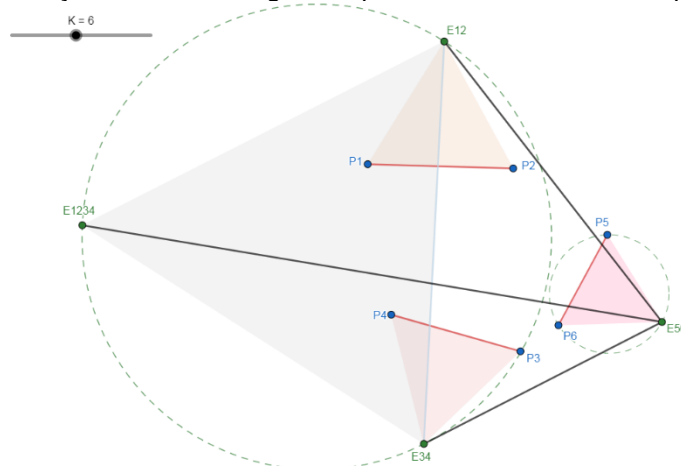
Na Figura 7, tem-se K= 5 ligando os dois últimos pontos combinados: E1234 e E56. Posteriormente, em K=6 cria-se a circunferência que circunscreve o triângulo formado por E1234, E34, E12 e triângulo formado por E56, P5 e P6, conforme Figura 8.

Figura 7: Passo K=5, ligação dos dois últimos pontos combinados.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

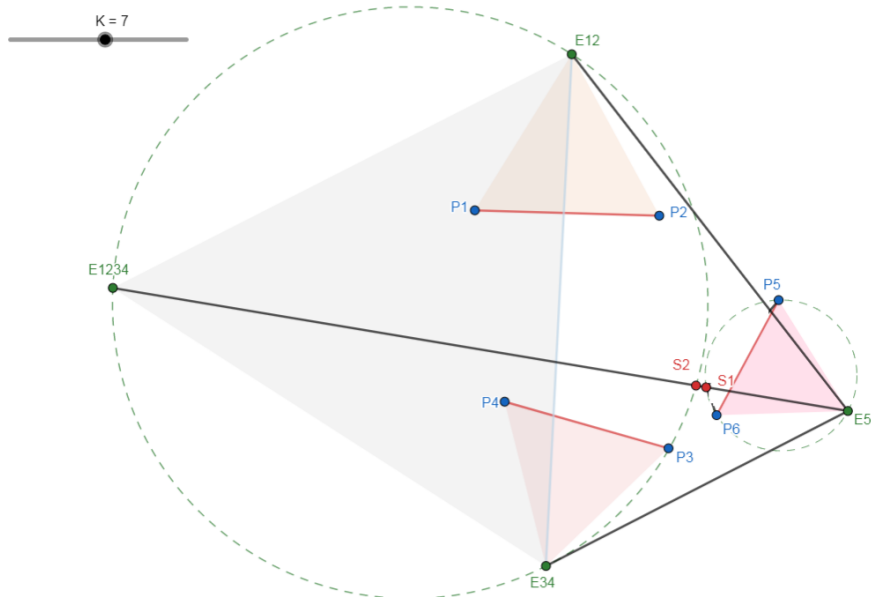
Figura 8: Passo K=6, circunscricão dos dois triângulos equiláteros dos últimos dois pontos combinados.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

O ponto de Steiner estará localizado na interseção da circunferência com o segmento de reta dos dois últimos pontos (E1234 e E56), em $K=7$ esse ponto é localizado (Figura 9).

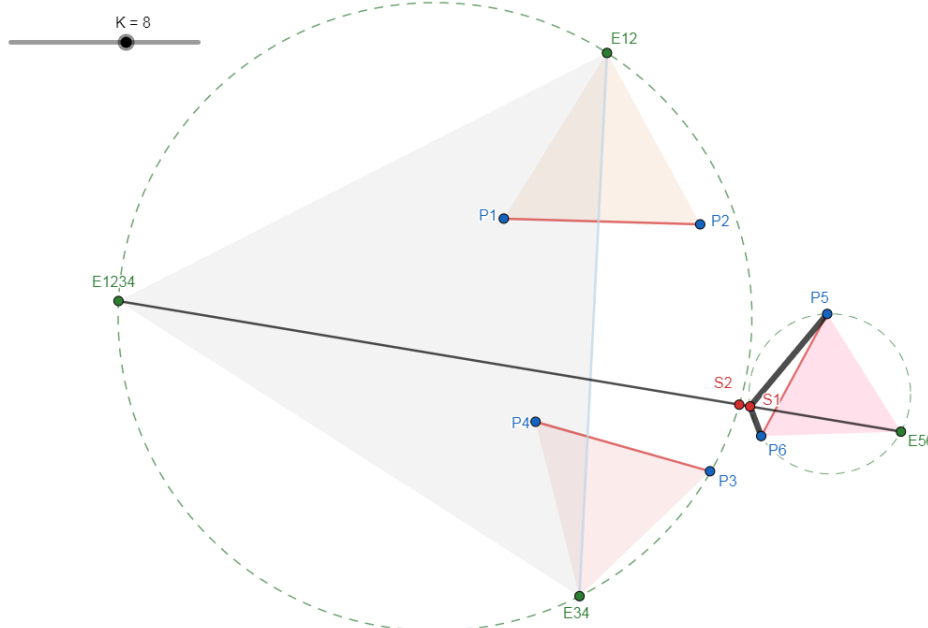
Figura 9: Passo $K=7$, interseção das circunferências com o segmento de reta que liga os dois últimos pontos combinados.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

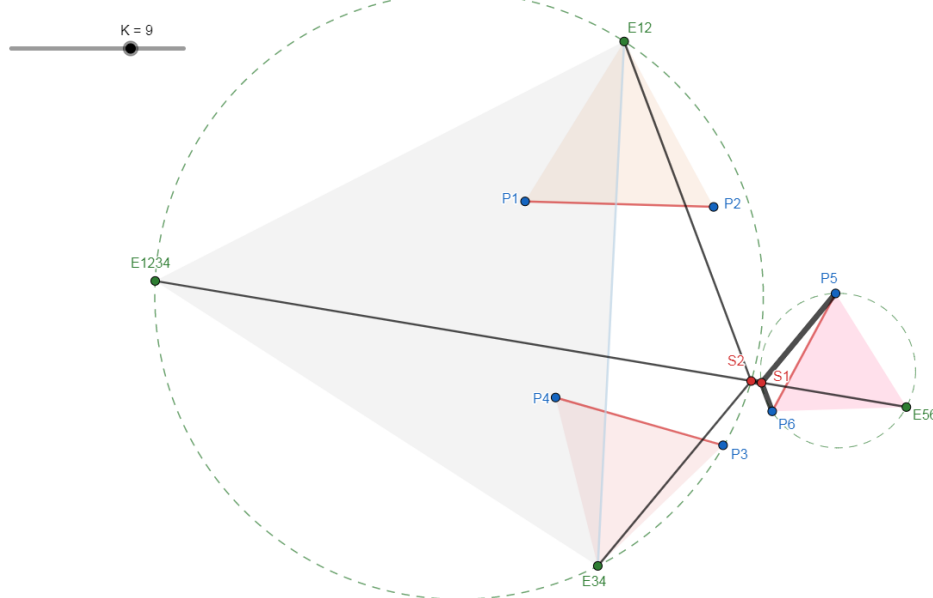
Agora, em $K=8$, liga-se os pontos terminais P5 e P6 com o ponto de Steiner S1 encontrado (Figura 10). Em $K=9$, desconsidera-se o ponto utilizado para encontrar S2, o E1234, ligando S2 apenas a E12, E34 e S1, conforme Figura 11.

Figura 10: Passo $K=8$, ligação de P5 e P6 com seu respectivo ponto de Steiner encontrado.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

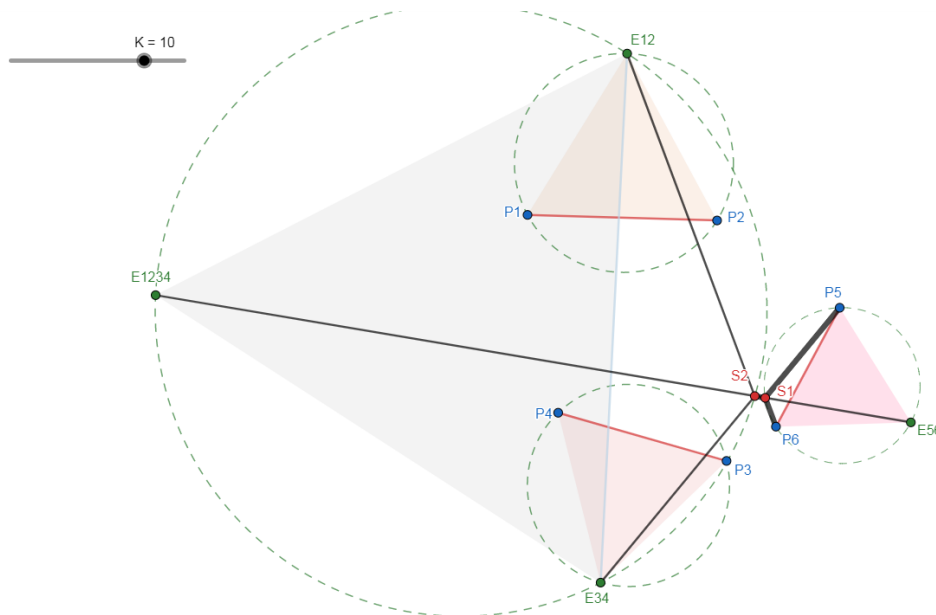
Figura 11: Passo K=9, ligação de S2 apenas a E12, E34 e S1.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

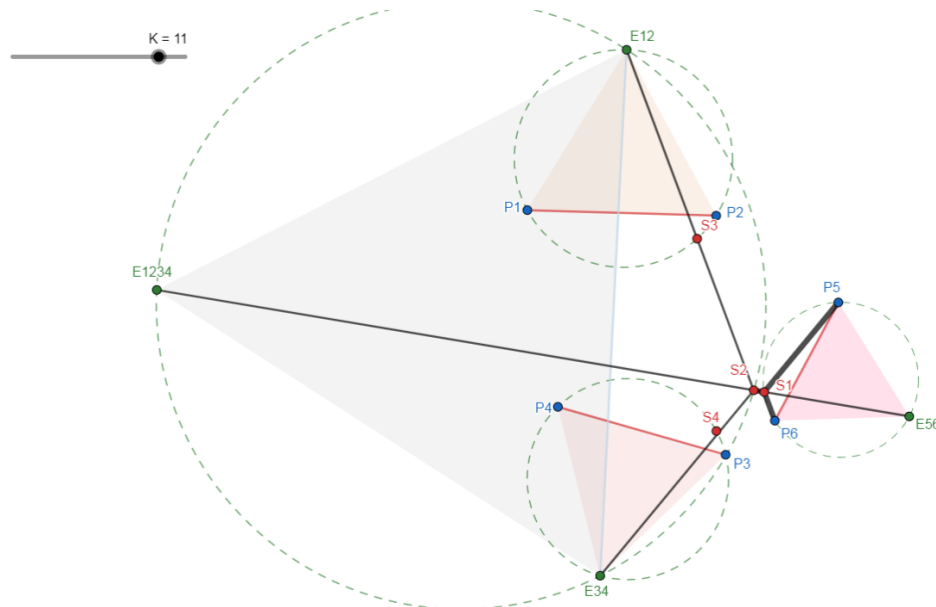
Em $K=10$, ocorre novamente a análise para encontrar a interseção com a circunferência que circunscreve os triângulos equiláteros de E12 e E34 (Figura 12). No Passo $K=11$, o ponto de Steiner está localizado na interseção das circunferências com o segmento de reta que liga os últimos pontos em análise (Figura 13).

Figura 12: Passo K=10, obtenção das interseções das circunscritões dos triângulos equiláteros de E12 e E34.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

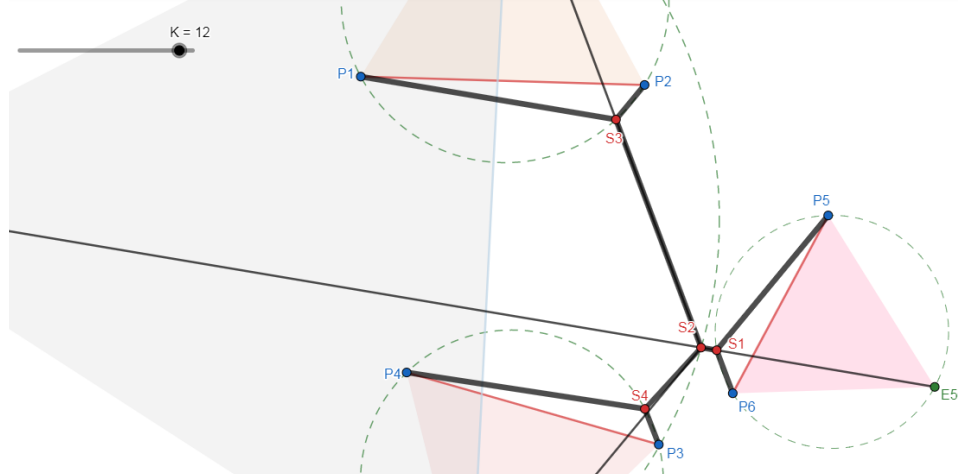
Figura 13: Passo K=11, obtenção dos pontos de Steiner S2 e S3.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

Por fim, em K= 12 liga-se os pontos de Steiner aos seus respectivos pontos originais, e a uma Árvore de Steiner é encontrada para essa topologia testada, conforme Figura 14.

Figura 14: Passo K=12, uma árvore de Steiner encontrada para a topologia testada.



Fonte: elaborada pelo autor(a).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entender e reproduzir problemas de árvores de Steiner pode auxiliar muitos gestores a tomar decisões mais assertivas quanto distribuição de rotas, caminho mínimo ou alocação de depósitos, por exemplo. Dessa forma, é importante que estudantes de engenharia de produção tenham conhecimento sobre o tema. Visto que o algoritmo de Melzak foi a primeira solução finita proposta para o problema da árvore de Steiner para redes mínimas

e foi a base para criação de outros algoritmos e heurísticas, é importante entendê-lo para posterior aplicação ou até melhoramento. Por tanto, a TIC criada através do software Geogebra vem para facilitar o aprendizado sobre o algoritmo, bem como sobre as propriedades e definições de árvores de Steiner.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao suporte financeiro do CEFET/RJ pela bolsa de iniciação científica, da qual resultou este trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABEPRO – Associação Brasileira de Engenharia de Produção. **Profissão**. Disponível em: <https://portal.abepro.org.br/profissao/>. Acesso em: 12 mai. 2023.
- ARAUJO, L. R. P.; BENATI, K. R. Limites e possibilidades do uso das TIC como ferramenta para a educação ambiental. **Revista Monografias Ambientais**, v. 17, p. 7, 28 maio 2019.
- ARENALES et al. **Pesquisa Operacional para cursos de engenharia**. Editora Campus, 2007
- BITANTE, Alessandra Preto et al. Impactos da tecnologia da informação e comunicação na aprendizagem dos alunos em escolas públicas de são caetano do sul (SP). **HOLOS**, v. 8, p. 281-302, maio 2017.
- CARVALHO, R. **Heurísticas Paralelas Aplicadas a Problemas de Alocação de Concentradores**. 2017. Tese (Pós-Graduação) – Curso de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Minas Gerais, MG, Brasil, 2017.
- COELHO, J. C. **O estudo das Árvores de Steiner no plano euclidiano e algumas aplicações através do algoritmo de Melzak**; Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, AM, Brasil, 2016.
- GOLDEN, B; BALL, M; BODIN, L. Current and future research Direction in network optimization. **Computer & Operations Research**, v8, n2, p. 71-81, 1981.
- RAMA, M. A. **Árvores de Steiner euclidianas**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Electrotécnica e de Computadores. Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 2013.
- MATOS, E. O. M. **Uma abordagem ao problema de Steiner**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática para professores. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2013.
- OLIVEIRA, A. V. R. **Algoritmos evolutivos aplicados ao problema da árvore de Steiner euclidiano**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Informática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, PR, Brasil, 2019.
- OLIVEIRA, N. V. **O problema de Steiner e a estrutura das biomacromoléculas**. Tese (pós-graduação) - Curso em Engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- SILVA, Marco (2001). Sala de aula interativa: a educação presencial e a distância em sintonia com a era digital e com a cidadania. In: CONGRESSO BRASILEIRO DA COMUNICAÇÃO, 24., 2001, Campo Grande. **Anais do XXIV Congresso Brasileiro da Comunicação**, Campo Grande: CBC, set. 2001.

SILVA, W. F. **O ponto de fermat e o problema de steiner euclidiano: uma sequência didática com o uso do software geogebra.** Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró. RN, Brasil, 2020.

VIANA, F., BARROS, J., No., & AÑEZ, M. Gestão da cadeia de suprimentos e vantagem competitiva relacional nas indústrias têxtil e de calçados. **Gestão & Produção**, 21(4), 836-852, 2014.

YAMAMOTO, F. S. **Algoritmo exato para a Árvore de Steiner euclidiano no plano.** Trabalho de Conclusão de Curso - Graduação em Ciência da Computação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil, 2013.

USE OF GEOGEBRA AS ICT TO TEACH ALGORITHM FOR STEINER'S TREE PROBLEM

Abstract: *A supply chain can be characterized as a network. The service flows of this network must be managed efficiently. Many network problems are related to combinatorial optimization, in search of the best solution for a quantity under study, in order to analyze different combinations of variables. The big issue in supply chain management is to make the logistical process of products and materials, that is, the movement flow, faster and more transparent between the company and the customers. In this sense, applying knowledge and techniques to optimize the network problem is an important function of a production engineer in an organization. In this scenario, the Steiner Tree Problem arises in search of a minimal network, to interconnect a set of fixed points with the addition of new points efficiently allocated to optimize the network. The Melzak Algorithm provides the first finite solution and is the basis of algorithms for Steiner Trees in the Euclidean plane. The present study used the ICT approach - Information and Communication Technology - as an educational tool to create a didactic and dynamic tool on the Melzak Algorithm through the use of the Geogebra software, an online dynamic mathematics interface that uses concepts of algebra and geometry through programming. Therefore, the ICT created through the Geogebra software comes to facilitate learning about the algorithm, as well as about the properties and definitions of Steiner trees, in order to help the learning process of production engineers on an important topic in the area of Supply Chain Management.*

Keywords: *Supply Chain Management; ICT; Steiner tree; Algorithm; Geogebra*