



## DIFICULDADES COGNITIVAS RELACIONADAS À NOÇÃO DE FUNÇÃO: UMA ANÁLISE A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA NO CONTEXTO DA ENGENHARIA

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2022.3791

Eloiza Gomes - eloiza@maua.br

IMT

Barbara Lutaif Bianchini - barbaralb@gmail.com

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Gabriel Loureiro de Lima - gloureiolima@gmail.com

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

**Resumo:** O objetivo deste artigo é o de apresentar parte dos resultados de uma atividade envolvendo uma revisita ao conceito de funções exponenciais reais de uma variável real por meio de um problema ligado a aspectos inerentes à curva característica de um diodo semicondutor, que foi planejada para ser desenvolvida durante três encontros com estudantes da primeira série de um curso de Engenharia de uma instituição privada do estado de São Paulo. Relatamos as análises referentes ao segundo encontro, que continha questões norteadoras, as quais indiretamente guiavam os graduandos em direção às reflexões necessárias para a resolução do problema. Adotamos como subsídio teórico para as análises, as dificuldades cognitivas relacionadas à noção de função. A categorização por nós proposta advém de investigações realizadas por diferentes autores do campo da Educação Matemática. Os dados analisados, com o propósito de identificar as dificuldades cognitivas expressas pelos sujeitos, foram coletados por meio da gravação em áudio e vídeo, realizada no segundo encontro remoto síncrono, dos diálogos estabelecidos entre os pesquisadores e os estudantes. Como um dos resultados de nossa análise, salientamos a dificuldade relativa a trabalhar com diferentes representações de uma função, mas que no decorrer das tarefas relacionadas no segundo encontro foram minimizadas.

**Palavras-chave:** dificuldade cognitiva, função exponencial, eletrônica analógica, problema contextualizado.



# DIFICULDADES COGNITIVAS RELACIONADAS À NOÇÃO DE FUNÇÃO: UMA ANÁLISE A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA NO CONTEXTO DA ENGENHARIA

## 1 INTRODUÇÃO

Na edição de 2021 do COBENGE apresentamos, em uma sessão técnica, um problema vinculando o estudo de funções exponenciais reais de uma variável real e alguns aspectos inerentes à curva característica de um diodo semiconductor – conteúdo normalmente presente nas disciplinas de Eletrônica de cursos de Engenharia de Controle e Automação e habilitações afins – com o objetivo de ilustrar como desenvolver competências matemáticas (NISS, 2003) e algumas das competências gerais elencadas nas DCN - Diretrizes Curriculares Nacionais para a Graduação em Engenharia (BRASIL, 2019), por meio de uma atividade contextualizada.

Esta atividade foi concebida segundo os preceitos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), desenvolvida pela pesquisadora mexicana Patricia Camarena Gallardo e caracteriza-se como um *evento contextualizado*, isto é, um problema vinculando a Matemática com outras áreas do conhecimento (CAMARENA, 2021), no caso, a Química e a Física, cujos saberes explicam o funcionamento de um diodo semiconductor, e a Eletrônica Analógica. O evento foi elaborado tendo como público-alvo estudantes de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral, na qual em geral é prevista uma revisita às funções exponenciais (GOMES; BIANCHINI; LIMA, 2021a).

Em abril de 2021, o problema foi implementado junto a sete estudantes do primeiro semestre de um curso de Engenharia, ofertado por uma instituição privada do Estado de São Paulo, com interesse em seguir a habilitação Controle e Automação. O processo de resolução contemplou uma atividade assíncrona de preparação prévia (na qual os estudantes deveriam gravar um vídeo explicando aos colegas o que haviam estudado a respeito de questões por nós propostas), três encontros síncronos, realizados de modo remoto, por meio da plataforma Zoom, e duas atividades de finalização do processo, também realizadas de modo assíncrono, sendo uma destas a produção de um *podcast* com a intenção de revelar se o processo de resolução do problema havia possibilitado o enfrentamento de alguns obstáculos relativos à noção de função. Nas atividades síncronas, os estudantes trabalharam em grupos mediados pelos pesquisadores.

Propusemos o problema contextualizado, mas, os estudantes não o resolveram diretamente: a cada encontro, questões norteadoras, que indiretamente guiavam os graduandos em direção às reflexões necessárias para a resolução do problema, foram respondidas por eles respondidas de forma que, no terceiro encontro, após responderem à décima questão, estavam preparados para voltar ao problema inicial e solucioná-lo. Para maiores detalhes acerca desta implementação, consultar Gomes, Bianchini e Lima (2021b), texto no qual analisamos, sob a perspectiva da comunicação estabelecida com os estudantes, dados relativos ao primeiro dos três encontros.

No presente artigo optamos por apresentar a análise de parte dos resultados relacionados ao segundo encontro e, para a realização desta, elegemos a perspectiva das dificuldades cognitivas relacionadas à noção de função – explicitadas em investigações realizadas anteriormente por diferentes pesquisadores – reveladas durante a resolução do problema e, posteriormente, trabalhadas no intuito de minimizá-las.

Nas seções seguintes, apresentamos considerações teóricas acerca de dificuldades cognitivas relacionadas ao conceito de função, a metodologia empregada na análise dos dados, os resultados e suas discussões e por fim as considerações que podem ser apreendidas do estudo realizado. Mas, primeiramente, para que o leitor possa acompanhar com clareza o que será tratado, é necessário apresentar o enunciado do problema trabalhado, bem como as questões norteadoras respondidas durante o segundo encontro.

## 2 O PROBLEMA E AS QUESTÕES NORTEADORAS RESPONDIDAS NO ENCONTRO QUE SERÁ ANALISADO

Por meio da Figura 1, apresentamos o problema contextualizado exatamente da maneira com que foi proposto aos sujeitos da pesquisa no primeiro encontro.

Figura 1 – O problema proposto aos estudantes.

**Evento Contextualizado:** Um diodo, assim como os demais componentes eletrônicos, precisa de certo tempo para passar do seu estado de condução para não condução; é o chamado tempo de recuperação do diodo. Muitas aplicações práticas exigem diodos que "se recuperem" com facilidade, isto é, que passem no mínimo intervalo de tempo possível do estado de condução para não condução. Um dos diodos de silício com essa característica é o 1N4148, um dos mais empregados na eletrônica e que possui tempo de recuperação de 4 nA. O *Datasheet* do diodo 1N4148 no qual são destacadas as características elétricas deste dispositivo pode ser acessado em <https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/551820/WINNERJOIN/1N4148.html>.

**Considere esse diodo 1N4148 submetido a uma corrente de 30 mA e determine a queda de tensão direta através dele e os valores aproximados de suas correntes de saturação nas seguintes temperaturas: -45°C, 50°C e 125°C.**

Por meio do estudo de conceitos relacionados à Física do Estado Sólido, demonstra-se que as características gerais de um diodo semicondutor podem ser relacionadas, para as regiões de polarização direta e reversa, por uma equação chamada equação de Shockley:  $I_F = I_R \left( e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1 \right)$ . Nesta equação,  $I_F$  representa a corrente direta que passa pelo diodo,  $I_R$  representa a corrente de saturação reversa,  $V_F$  representa a tensão de polarização direta aplicada ao diodo,  $n$ : representa um fator de idealidade, que depende das condições de operação e de construção física do diodo e  $V_T$  representa a tensão térmica, definida por:

$V_T = \frac{kT_K}{q}$  em que  $k$  é a constante de Boltzmann cujo valor é  $1,38 \times 10^{-23}$  J/K,  $T_K$  é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius,  $q$  é a magnitude da carga elétrica elementar, que é dada por  $1,6 \times 10^{-19}$  C.

Fonte: Gomes, Bianchini e Lima, 2021b, p. 708

Como anteriormente mencionado, ao invés de resolverem diretamente o problema, o que propusemos foi que os estudantes, a cada encontro, respondessem a algumas questões norteadoras<sup>1</sup>. No primeiro encontro, por meio de três destas questões, visou-se retomar os conceitos de: relação funcional, variável dependente e independente, domínio, imagem e representação gráfica de uma função. No segundo encontro, foram trabalhadas as quatro questões apresentadas na Figura 2. O objetivo neste momento foi o de revisar a resolução de uma equação exponencial, a determinação da imagem de uma função para determinado elemento do domínio, a análise do comportamento de uma função a partir da observação de suas representações gráfica e algébrica e a compreensão acerca da importância de se atentar ao contexto com o qual se está trabalhando ao determinar os

<sup>1</sup> O leitor que tiver interesse pode consultar todas estas questões, bem como as respostas por nós esperadas em: <https://drive.google.com/file/d/1KEHPeUYPzxbRLNU5xBafvkJU16ZXKKr65/view?usp=sharing>



conjuntos domínio e imagem de uma função. Por fim, no terceiro encontro, antes de efetivamente solucionar o problema contextualizado, outras três questões norteadoras foram respondidas com a intenção de analisar a influência, na representação gráfica de uma função, da variação no valor de uma constante na representação algébrica desta função; e de determinar, recorrendo à representação gráfica ou à representação algébrica de uma função, o valor de sua imagem para um determinado elemento do domínio.

Figura 2 – Questões norteadoras do 2º encontro.

- Q4.** Considerando as informações presentes no *Datasheet* do diodo 1N4148, responda:
- (i) Qual é a sua corrente de saturação reversa ( $I_R$ ) em 25°C a uma tensão de polarização reversa ( $V_R$ ) de 20 V?
  - (ii) Considerando que, conforme apresentado no *Datasheet*, para conduzir uma corrente direta ( $I_F$ ) de 10 mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta ( $V_F$ ) de 0,86 V, determine o fator de idealidade deste diodo.
- Q5.** Considerando o diodo 1N4148, construa uma representação gráfica para  $I_F$  em função de  $V_F$  considerando uma temperatura de 25°C.
- Q6.** Analisando a representação gráfica construída em Q5, responda:
- (i) O que acontece com os valores de  $V_F$  à medida em que os valores de  $I_F$  crescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de  $I_F$ ?
  - (ii) O que acontece com os valores de  $I_F$  à medida em que os valores de  $V_F$  decrescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de  $I_F$ ?
  - (iii) Na representação gráfica construída na questão 5, o primeiro quadrante representa a região de polarização direta do diodo. Você observa, nesta região, um ponto em que há uma mudança no comportamento da função  $I_F$ ? Se sim, que ponto é esse e qual seu significado no contexto do estudo dos diodos?
  - (iv) Qual é a corrente conduzida quando a tensão direta é de 0,86 V? Esse comportamento era esperado? Explique.
  - (v) Na representação gráfica construída na questão 5 o terceiro quadrante representa a região de polarização reversa. Nesta região, qual o significado de trabalhar com valores negativos de corrente e valores negativos de tensão? Do ponto de vista físico, tais valores são, de fato, negativos?
  - (vi) Descreva o comportamento de  $I_F$  em função de  $V_F$  na região de polarização reversa (3º quadrante).
- Q7.** A partir de suas respostas à questão 6, por qual expressão algébrica você poderia aproximar a equação de Shockley na região de polarização direta do diodo? E na região de polarização reversa?

Fonte: Gomes, Bianchini e Lima, 2021a, p. 11

Passamos então à apresentação do referencial teórico que subsidiou as análises realizadas neste artigo.

### 3 SUBSÍDIO TEÓRICO

Para identificar as possíveis dificuldades cognitivas que poderiam ser enfrentadas pelos estudantes ao resolver o problema contextualizado que propusemos e, particularmente as questões norteadoras que o subsidiaram, analisamos uma série de investigações, realizadas por diferentes pesquisadores, com o propósito de refletir a respeito de questões cognitivas vinculadas à aprendizagem de função.

No campo da Educação Matemática, diferentes autores dedicaram pesquisas à análise das dificuldades enfrentadas, do ponto de vista cognitivo, pelos estudantes ao trabalharem com o objeto matemático função. Ao elaborarmos o problema contextualizado em foco neste artigo, realizamos uma revisão bibliográfica acerca destas pesquisas e, por meio das leituras dos estudos de Markovits, Eylon e Bruckheimer (1994), Oliveira (1997), García Quiroga, Vázquez Cedeño y Hinojosa Rivera (2004), Iglioni (2007), López y Sosa (2008), Akkoç e Tall (2012), Dubinsky e Wilson (2013) a partir da revisão de trabalhos de diferentes autores (produzidos entre 1960 e 2011) e Brendefur, Hughes e Ely (2015) a partir da revisão de diferentes trabalhos, obtivemos um conjunto de 26 dificuldades cognitivas comumente enfrentadas pelos discentes no estudo de função.

Por meio de uma análise refinada do problema por nós elaborado e das questões norteadoras que subsidiariam sua resolução, identificamos, dentre estas 26 dificuldades,



oito que possivelmente seriam enfrentadas e, posteriormente trabalhadas no intuito de serem minimizadas, a partir da situação que proporíamos. Estas são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Dificuldades Cognitivas possivelmente enfrentadas  
ao trabalhar com a situação proposta

	<b>Dificuldade Cognitiva</b>
D1	A não percepção de que os pontos da representação gráfica de uma função representam os pares $(x, y)$ em que $x$ é um elemento do domínio e $y$ é a imagem de $x$ pela função considerada.
D2	Identificar o par ordenado composto por um elemento do domínio e sua respectiva imagem para funções dadas na forma algébrica quando é fornecido o valor da imagem e se quer o correspondente valor do domínio.
D3	Trabalhar com as diferentes representações de uma função, representar e analisar graficamente uma função.
D4	Trabalhar com a simbologia relacionada ao conceito de função, não compreendendo o conceito de variável, a notação $f(x)$ , a distinção entre obter $f(a)$ e encontrar os valores de $x$ para os quais $f(x) = a$ .
D5	Diferenciar a variável dependente e a variável independente.
D6	Fazer distinção entre variável e incógnita.
D7	O conhecimento sobre funções tende a ser fragmentado.
D8	Inabilidade em perceber as funções como objetos abstratos de alto-nível.

Fonte: adaptado de Lima, Bianchini e Gomes, 2021, p. 185 - EMCI

Especificamente nas questões norteadoras propostas no segundo encontro, apresentadas na Figura 2 e que são objetos de estudo deste artigo, previmos o enfrentamento das dificuldades indicadas no Quadro 1 por: D1 (em Q5 e Q6 (exceto no item v)), D3 (em Q5, Q6 e Q7), D4 (em Q5, Q6 (itens i, ii, iv e vi)), D5 (em Q5, Q6 (exceto no item v) e Q7), D6 (em Q4 (no item ii) e Q5), D7 e D8 (ambas em Q5, Q6 (exceto no item v) e Q7)).

Nas análises que serão posteriormente apresentadas, explicitaremos se a manifestação das dificuldades de fato ocorreu, se a ocorrência foi ou não conforme o que havíamos previsto e, em caso de discordâncias, em que aspectos estas se deram. Na sequência, apresentamos a metodologia empregada para a análise dos dados.

#### 4 METODOLOGIA

Os dados analisados neste artigo foram coletados por meio da gravação em áudio e vídeo do segundo encontro síncrono. Os diálogos estabelecidos entre os pesquisadores e os estudantes foram transcritos e, nos documentos constituídos por tais transcrições, buscamos identificar as dificuldades cognitivas manifestadas pelos sujeitos da pesquisa relacionadas à noção de função. Para auxiliar-nos, elaboramos a matriz de análise explicitada no Quadro 3.

Quadro 3 – Matriz de análise

<b>Aspecto observado</b>	<b>Trecho da transcrição que evidencia tal aspecto</b>
Dificuldade cognitiva – Di	

Fonte: elaboração própria

Preenchida a referida matriz, comparamos os resultados obtidos com nossas expectativas iniciais, explicitadas na seção anterior.

## 5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, a partir da metodologia explicitada na seção precedente, apresentamos a análise dos dados obtidos durante o trabalho dos sujeitos da pesquisa com as questões norteadoras propostas no segundo encontro síncrono de resolução do problema contextualizado proposto. Para facilitar o acompanhamento da leitura do artigo, rerepresentamos cada uma das questões e, na sequência, as respectivas análises.

4. Considerando as informações presentes no *Datasheet* do diodo 1N4148, responda:
- Qual é a sua corrente de saturação reversa ( $I_R$ ) em 25°C a uma tensão de polarização reversa ( $V_R$ ) de 20 V?

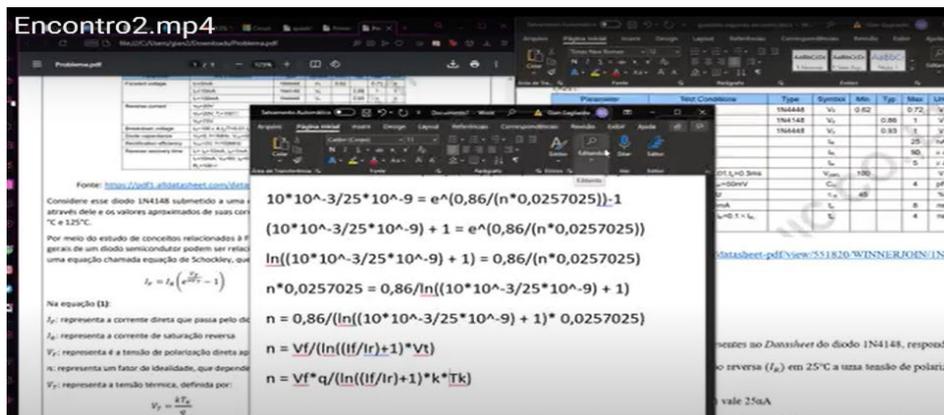
Neste primeiro item da questão 4, pela tarefa a ser executada pelo estudante constituir-se somente de uma coleta direta de uma informação contida no *Datasheet* do diodo, conforme havíamos previsto, não foram enfrentadas dificuldades cognitivas relacionadas à noção de função.

- Considerando que, conforme apresentado no *Datasheet*, para conduzir uma corrente direta ( $I_F$ ) de 10 mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta ( $V_F$ ) de 0,86 V, determine o fator de idealidade deste diodo.

Ao responder esta questão, havíamos previsto que os estudantes pudessem enfrentar a dificuldade de distinguir uma variável de uma incógnita, mas, ao menos os sujeitos participantes deste estudo não manifestaram este entrave. Na realidade, responderam à questão sem explicitar qualquer dificuldade conceitual; os pequenos impasses percebidos foram decorrentes de manipulações numéricas.

Um aspecto observado, não diretamente relacionado à perspectiva de análise escolhida neste trabalho, mas que consideramos relevante de ser salientado é que os estudantes não se preocuparam em utilizar a equação de Shockley na forma literal e, nela, isolar o  $n$  (fator de idealidade), obtendo uma expressão algébrica para obter o valor desta incógnita. Substituíram em tal equação diretamente todos os valores conhecidos, sem buscar uma expressão genérica que os possibilitasse determinar o fator de idealidade em quaisquer condições, isto é, para qualquer diodo dos quais conhecessem suas características de operação, raciocínio importante para um estudante de Engenharia. Ao concluir seus cálculos, foram questionados a respeito deste aspecto por uma das pesquisadoras, e, neste momento, um dos estudantes de um dos grupos afirmou que somente no final dos cálculos que estava realizando percebeu que poderia ter isolado  $n$  na equação de Shockley e obtido uma expressão algébrica que permitisse determinar seu valor. Foi o que fez em seguida, compartilhando sua tela conosco. Este nosso comentário pode ser ilustrado pela Figura 3 que traz um registro da tela compartilhada pelo mencionado aluno.

Figura 3 – Protocolo de um grupo para a questão 5.



Fonte: Dados da pesquisa

5. Considerando o diodo 1N4148, construa uma representação gráfica para  $I_F$  em função de  $V_F$  considerando uma temperatura de  $25^\circ\text{C}$ .

Enquanto ainda discutíamos com os estudantes acerca do significado, no contexto do estudo da curva característica de um diodo semiconductor, do resultado obtido na questão anterior, um dos estudantes de um dos grupos, compartilhando conosco a tela, mas neste momento não participando da discussão, recorrendo ao *software* GeoGebra esboçou a representação gráfica da função  $f$  representada algebricamente por  $f(x) = e^x$  e afirmou que já havia respondido à questão 5. Ao ser questionado por nós a respeito do porquê a representação gráfica de tal função responde ao que é solicitado pelo enunciado da questão, ele nos diz, percebendo que não estávamos de acordo com sua resolução, que sabia que *a escala estava errada*. Questionamos o porquê de ter optado pela função mencionada e ele nos disse que o havia feito pelo fato de, na equação de Shockley, apenas *o expoente do e mudar*.

Por meio desta afirmação do estudante, notamos que, ao tentar esboçar graficamente a relação entre a tensão direta e a corrente direta e considerar a função  $f(x) = e^x$  e não a dada pela equação de Shockley, parece que o estudante apenas considerou que havia algo variando exponencialmente, mas sem considerar de fato o que estava mudando. O estudante afirma que apenas o termo exponencial da função pode mudar (o que está correto, mas não é o expoente todo que muda). Evidencia-se, neste caso, a dificuldade cognitiva D1: *a não percepção de que os pontos da representação gráfica de uma função representam os pares  $(x, y)$  em que  $x$  é um elemento do domínio e  $y$  é a imagem de  $x$  pela função considerada*, uma vez que, ao tentar esboçar a relação entre a tensão direta e a corrente direta e considerar a função  $f(x) = e^x$  e não a dada pela equação de Shockley, isto é,  $I_F = I_R \left( e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1 \right)$ , parece não ser claro ao estudante que a representação gráfica deve fornecer as mesmas informações que a representação algébrica da mesma função.

Da mesma forma, também como antecipadamente previsto, explicitam-se as dificuldades cognitivas D3: *trabalhar com as diferentes representações de uma função, representar e analisar graficamente uma função* – especialmente em relação ao primeiro aspecto (o trabalho com as diferentes representações de uma função) – e D7: *o conhecimento sobre funções tende a ser fragmentado*, evidenciado pela afirmação do

estudante de que apenas o termo exponencial na equação de Shockley pode mudar e considerar então que matematicamente isso é dado por  $f(x) = e^x$ . No entanto, ao ser alertado por nós pesquisadores acerca da imprecisão de seu raciocínio, uma vez que há diferenças importantes entre a função  $f$  por ele representada graficamente a  $I_F$  dada algebricamente pela equação de Shockley, tanto o estudante quanto seus colegas imediatamente nos responderam que, por meio de nosso comentário, haviam notado que para obter a função  $I_F$  é necessário realizar algumas transformações na função  $f$ . Em relação às dificuldades cognitivas por nós previstas, mas que não foram enfrentadas – ou, ao menos explicitadas – pelos estudantes, estão: D4, D5, D6 e D8.

6. Analisando a representação gráfica construída na questão 5, responda:

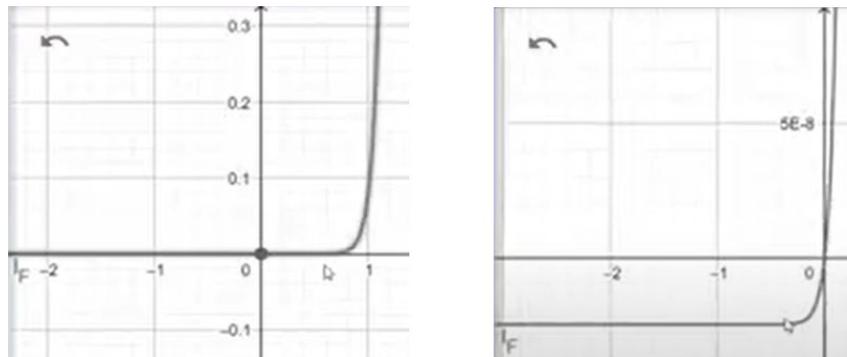
(i) O que acontece com os valores de  $V_F$  à medida em que os valores de  $I_F$  crescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de  $I_F$ ?

Na resolução desta questão, a primeira dificuldade cognitiva observada foi, ainda que implicitamente, D5: *diferenciar a variável dependente e a variável independente*. Ao ler o enunciado da questão, uma das estudantes de um dos grupos afirma que como os valores de  $V_F$  (tensão térmica) estão no expoente e tendem para o infinito, então os valores de  $I_F$  também irão para o infinito. Ao ser solicitada pelos pesquisadores que justificasse sua resposta, ela afirma que os valores de " $V_F$  estão no eixo  $y$ ". Ao dizermos que isto não estava correta, ela nos responde, mostrando-se surpresa; "ah, é?". Outra dificuldade evidenciada é a D3: *trabalhar com as diferentes representações de uma função, representar e analisar graficamente uma função*, mas no que diz respeito não a análise da representação gráfica, mas em analisar o comportamento de uma função por meio de sua representação algébrica. Os estudantes revelam maior facilidade em analisar tal comportamento a partir da representação gráfica do que da algébrica. As dificuldades D1, D4, D7 e D8, embora por nós antevistas como potenciais de serem enfrentadas, não foram observadas.

(ii) O que acontece com os valores de  $I_F$  à medida em que os valores de  $V_F$  decrescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de  $I_F$ ?

Ao buscar responder à esta questão, os integrantes dos grupos destacam, a partir de uma análise realizada com subsídio na representação gráfica da função  $I_F$  em uma escala que não os possibilitava perceber o comportamento do diodo na região de polarização reversa, que os valores da corrente tenderão a zero, mas nunca serão nulos o que não é verdade e pode ser comprovado por uma análise da representação algébrica da função. Eles não analisaram as representações conjuntamente, isto é, não as coordenaram. Ao chamarmos atenção para que observassem também a representação algébrica da função, perceberam que o valor zero poderia ser por ela assumido como imagem e que esta função admite valores menores que zero como imagem. Como não haviam percebido tal comportamento a partir da representação gráfica, destacamos que era necessário alterar a escala do gráfico, o que realizaram, com nosso incentivo, conforme evidencia a Figura 4, na qual apresentamos os gráficos por eles obtido, primeiramente sem e posteriormente com o ajuste da escala.

Figura 4 – Protocolo da resolução de um grupo para a questão 5.



Fonte: Dados da pesquisa

As observações anteriores ressaltam as seguintes dificuldades cognitivas: D3: *trabalhar com as diferentes representações de uma função, representar e analisar graficamente uma função*, D7: *o conhecimento sobre funções tende a ser fragmentado* e D8: *inabilidade em perceber as funções como objetos abstratos de alto-nível*. Não foram identificadas as seguintes dificuldades que havíamos antecipado: D1, D4 e D5.

Nas questões a seguir, possivelmente por contemplarem apenas análises, no contexto da Engenharia, das representações matemáticas já obtidas, os estudantes não enfrentaram as dificuldades cognitivas por nós previstas.

(iii) Na representação gráfica construída na questão 5, o primeiro quadrante representa a região de polarização direta do diodo. Você observa, nesta região, um ponto em que há uma mudança no comportamento da função  $I_F$ ? Se sim, que ponto é esse e qual seu significado no contexto do estudo dos diodos?

(iv) Qual é a corrente conduzida quando a tensão direta é de  $0,86 V$ . Esse comportamento era esperado? Explique.

(v) Na representação gráfica construída na questão 5 o terceiro quadrante representa a região de polarização reversa. Nesta região, qual o significado de trabalhar com valores negativos de corrente e valores negativos de tensão? Do ponto de vista físico, tais valores são, de fato, negativos?

(vi) Descreva o comportamento de  $I_F$  em função de  $V_F$  na região de polarização reversa (3º quadrante).

7. A partir de suas respostas à questão 6, por qual expressão algébrica você poderia aproximar a equação de Shockley na região de polarização direta do diodo? E na região de polarização reversa?

Convém destacar que, no item (iv) da questão 6, embora tenhamos cogitado a possibilidade de os estudantes enfrentarem a dificuldade cognitiva D1, a saber, *a não percepção de que os pontos da representação gráfica de uma função representam os pares  $(x, y)$  em que  $x$  é um elemento do domínio e  $y$  é a imagem de  $x$  pela função considerada*, observamos exatamente o contrário: um estudante ao analisar qual o valor da corrente direta para um dado valor de tensão direta, marca um ponto na representação gráfica, leva esse ponto até o valor desejado para a abscissa (domínio) e então verifica o valor correspondente da ordenada (imagem), evidenciando que compreende que a representação gráfica diz respeito aos pares  $(x, y)$  em que  $x$  é um elemento do domínio e  $y$  é a imagem de  $x$  pela função considerada.

Passemos agora a algumas considerações possíveis de serem feitas a partir do estudo realizado.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Temos trabalhado há anos com a elaboração de problemas contextualizados (ou, como mencionamos na introdução, eventos contextualizados na denominação do referencial teórico que adotamos em nossos estudos) para o ensino de Matemática em cursos de Engenharia. Nas edições anteriores do COBENGE já apresentamos, inclusive, alguns desses problemas e as potencialidades que, em nossa percepção, subsidiada por estudos teóricos e análises preliminares, são a eles inerentes.

Com aquisição de experiência na construção desse tipo de problema, passamos a focar em nossas investigações, além da elaboração de novas situações de ensino, a implementação das já planejadas. Há praticamente um ano, temos nos dedicado a analisar, detalhadamente e sob diferentes perspectivas teóricas, a implementação do problema apresentado neste artigo. Estas análises têm nos revelado que, embora o trabalho com esse tipo de situação-problema verdadeiramente vinculando o contexto matemático com o da Engenharia seja bastante complexo, é também muito rico no que se refere a proporcionar ao estudante maiores interesse e engajamento pela Matemática, além de oportunizar a eles um aprofundamento em seus aprendizados, na medida em que, ao recorrer de forma atenta e comprometida aos eventos contextualizados como dispositivos didático-pedagógicos e analisar com diligência os seus resultados cognitivos, os docentes obterão um amplo espectro de informações que os possibilitarão a repensar suas estratégias de mediação dos saberes junto aos alunos, podendo torna-las mais efetivas para desenvolver nos futuros engenheiros, de forma permanente e flexível à adaptação a novos âmbitos, a habilidade de aplicar conhecimentos matemáticos nos diferentes contextos em que isto for necessário; e para municiá-los com ferramentas de pensamento, dentre as quais as atinentes à Matemática, essenciais para o enfrentamento das situações com as quais irão se deparar em seus domínios profissionais e sociais.

Como ilustrado por meio deste artigo, a análise, em uma perspectiva cognitiva, do desenvolvimento, em sala de aula, de um evento contextualizado, possibilita ao docente detectar uma série de dificuldades cognitivas relacionadas aos objetos matemáticos cuja abordagem é almejada. Oportuniza ainda, como mencionado em Gomes, Bianchini e Lima (2021b), diagnosticar conceitos que já foram (ou deveriam ter sido) estudados na Educação Básica, mas que precisam ser revisitados com maior ênfase, e maior vinculação com a área específica, no início do Ensino Superior. Indica também aos docentes quais são os principais entraves enfrentados pelos estudantes ao transporem um saber matemático para um contexto de aplicação extra matemático e, como discorreremos em um artigo ainda em avaliação por um periódico, quais as disfunções cognitivas, na acepção da Teoria da Modificabilidade Cognitiva Estrutural desenvolvida pelo psicólogo romeno Reuven Feuerstein, que mais contribuem para a inabilidade do discente nesta transposição. Além disso, também como salientado em Gomes, Bianchini e Lima (2021b), a observação do comportamento dos futuros engenheiros ao resolverem eventos contextualizados possibilita ao professor identificar que competências matemáticas necessitam melhor desenvolver e quais as que ainda não foram por eles desenvolvidas sequer de forma incipiente.

As experiências que temos realizado revelam, no entanto, que a emergência dessas potencialidades do trabalho com problemas como o que apresentamos neste texto depende fortemente da maneira como o professor o conduz. É essencial estabelecer uma comunicação estreita, respeitosa e colaborativa com os estudantes durante todo o processo de resolução do problema. O docente deve atentar-se para os questionamentos que irá propor – tanto os previamente planejados quanto aqueles decorrentes de acontecimentos



vivenciados durante a implementação e especialmente os que devem ser realizados a partir das respostas que lhes são dadas pelos estudantes e da percepção atenta dos aspectos por elas revelados. O estudante, mesmo tendo respondido algo corretamente, entendeu de fato o que está sendo discutido? Como, na condição de professor, posso questioná-lo de forma a averiguar o que ele realmente aprendeu e identificar pontos obscuros em suas compreensões? Sem este comprometimento docente, conjecturamos que os eventos contextualizados terão, em termos de aprendizagem pelos estudantes, efeitos muito semelhantes aos problemas usualmente presentes nos livros didáticos.

Um último aspecto ao qual gostaríamos de chamar atenção neste artigo é que, como todos os demais professores em qualquer contexto, não prevíamos que nossas possibilidades de implementação de eventos contextualizados, em razão da pandemia de Covid-19, ficariam restritas ao ambiente remoto, o que nos trouxe um novo desafio a ser enfrentado, além dos já previstos no trabalho com este tipo de situação. Mas, da mesma forma que este fator agregou novos desafios para as experiências que realizamos, também trouxe possibilidades – já existentes anteriormente, mas pouco exploradas – como a produção de vídeos pelos estudantes para que averiguássemos seus envolvimento em atividades de preparação-prévia e de *podcasts* como instrumentos para analisarmos o potencial do evento contextualizado para a superação de obstáculos referentes à compreensão de determinado conceito matemático.

### AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos estudantes que voluntariamente e de forma dedicada e comprometida participaram da pesquisa; à Assessoria de Pesquisa da PUC-SP que, por meio do programa PIPEq, financiou esta investigação e ao Instituto Mauá de Tecnologia e alguns de seus docentes que apoiaram o desenvolvimento da atividade realizada.

### REFERÊNCIAS

AKKOÇ, Hatice; TALL, David. The Simplicity, Complexity and Complication of the Function Concept. Em: Proceedings 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2002, **Anais...** vol. 2. Norwich, p. 25-32.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução CNE/CES n. 2/2019, de 23 de abril de 2019. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) do Curso de Graduação em Engenharia, 2019.

BRENDEFUR, Jonathan. L.; HUGHES, Gwyneth; ELY, Robert. A Glimpse into Secondary Students' Understanding of Functions. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, p.1-22, 2015.

CAMARENA, Patricia. **Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias**. 1a ed. - Santiago del Estero: EDUNSE, 2021.

DUBINSKY, ED; WILSON, ROBIN T. High school students' understanding of the function concept. **Journal of Mathematical Behavior** 32, p. 83– 101, 2013.

GARCÍA QUIROGA, Laura; VÁZQUEZ CEDEÑO, Rosa Alicia.; HINOJOSA RIVERA, Moises. Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería. **Ingenierías**, v. 7, n. 24, p. 27-34, 2004.

GOMES, Eloiza; BIANCHINI, Barbara Lutaif.; LIMA, Gabriel Loureiro de. Desenvolvimento de competências matemáticas e competências gerais por meio de uma atividade contextualizada no estudo de um diodo semiconductor. Em: XLIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – Associação Brasileira de Educação em Engenharia, 2021, **Anais...** Evento Online, p. 01-14, 2021a.

GOMES, Eloiza; BIANCHINI, Barbara Lutaif.; LIMA, Gabriel Loureiro de. As Potencialidades das Perguntas dos Professores em uma Abordagem Contextualizada da Matemática na Engenharia. Em: VIII Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2021, **Anais...** Evento Online, p. 699-717, 2021b.

GOMES, Eloiza; BIANCHINI, Barbara Lutaif.; LIMA, Gabriel Loureiro de. As Potencialidades das Perguntas dos Professores em uma Abordagem Contextualizada da Matemática na Engenharia. Em: Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2021, **Anais...** Evento Online, p. 699-717, 2021b.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Uma contribuição para o Ensino-aprendizagem de Noções de Cálculo Diferencial Integral. Em: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, **Anais...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p. 1-10.

LIMA, Gabriel Loureiro de; BIANCHINI, Barbara Lutaif; GOMES, Eloiza. Estudando a Curva Característica de um Diodo Semiconductor na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral: oportunidade para o desenvolvimento de competências matemáticas e gerais na Engenharia. Em: XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería – Universidad Católica del Uruguay, 2021, **Anais...** Evento Online, Montevideo: Universidad Católica del Uruguay, p. 178-189, 2021.

LÓPEZ, Jesús; SOSA, Landy. Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa** 22, p. 308-318, 2008.

MARKOVITS, Zvia; EYLON, Bat Sheva; BRUCKHEIMER, Maxim. Dificuldades dos Alunos com o Conceito de Função. In: SGULTE, Arthur F.; COXFORD, Albert (Orgs.). **As Ideias da Álgebra** São Paulo: Atual, 1994, p. 49-69.

NISS, Mogens. Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM project. In: GAGATSI, A. e PAPASTRAVIDIS, S. (Eds.). **3º Mediterranean Conference on Mathematics Education 2003**. Atenas – Grécia: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, p.115-124, 2003.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de Função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. 2014. Dissertação (Mestrado) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11176>. Acesso em: 21 abr.2022.

## COGNITIVE DIFFICULTIES RELATED TO THE NOTION OF FUNCTION: AN ANALYSIS THROUGH PROBLEM SOLVING IN THE ENGINEERING CONTEXT

**Abstract:** *The purpose of this article is to present part of the results of an activity involving a revisit to the concept of real exponential functions of a real variable through a problem related to aspects inherent to the characteristic curve of a semiconductor diode, which was planned to be developed during three meetings with students of the first grade of an Engineering Undergraduate Program of a private institution in the state of São Paulo. We report the analyses of the second meeting, which contained guiding questions that indirectly guided the students towards the necessary reflections to solve the problem. We adopted as theoretical support for the analyses the cognitive difficulties related to the notion of function. The categorization we propose comes from investigations carried out by different authors in the field of Mathematics Education. The data analyzed, with the purpose of identifying the cognitive difficulties expressed by the subjects, were collected through the audio and video recording, made in the second remote synchronous meeting of the dialogues established between the researchers and the students. As one of the results of our analysis, we highlight the difficulty related to working with different representations of a function, but that during the tasks related in the second meeting were minimized.*

**Keywords:** *cognitive difficulty, exponential function, analog electronics, contextualized problem.*