NOVO MODO DE ENSINAR E APRENDER "VALORES EM POR UNIDADE" EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2022.3764

Paulo Roberto Ferreira de Moura Bastos - pbastos@ufba.br
Universidade Federal da Bahia

Daniel Barbosa - dbarbosa@ufba.br
Universidade Federal da Bahia

Moira Bastos Prates - moira.bastos@ufba.br
Universidade Federal da Bahia

Resumo: *Este trabalho apresenta uma nova forma de abordar os conceitos de por unidade (p.u.) em Sistemas Elétricos de Potência, visto às dificuldades observadas entre os alunos para consolidar o assunto ao longo dos anos. Deste modo, novas formas de apresentação do tema são mostradas com simplicidade e buscando-se analogias. Isto se mostrou eficaz, visto que se inicia com a apresentação de unidades como dúzia, dezena, ou centena, cita-se a analogia com alguns indicadores financeiros e as operações cambiais e em seguida foca-se na importância requerida na relação existente entre grandezas conforme os sistemas estudados, o que é essencial na definição das grandezas bases. Faz-se o emprego em circuitos elétricos de corrente contínua, e depois são mostradas formas de aplicar tal conceito em circuitos elétricos de corrente alternada, enfatizando-se a não necessidade de memorizar expressões matemáticas. Encerra-se com as vantagens da utilização dos valores em por unidade, e com conclusões.*

Palavras-chave: *sistema elétrico de potência; por unidade; valores p.u.; práticas de ensino; mudança de base.*

NOVO MODO DE ENSINAR E APRENDER "VALORES EM POR UNIDADE" EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

1. INTRODUÇÃO

Em circuitos elétricos e, em especial, em Sistemas Elétricos de Potência (SEP) utiliza-se muito a representação das grandezas tensão, corrente, potência e impedância em por unidade (p.u.). Em universidades brasileiras, os alunos quase sempre apresentam dificuldade para entender o conceito e sua aplicação. Assim, a escolha das grandezas de base, e, principalmente, executar a mudança de base quando necessário são problemas que podem se tornar um desafio para a perfeita compreensão do assunto, mesmo quando evidenciadas as vantagens de utilizar a representação em por unidade.

Tal fato corrobora com um dos desafios do ensino de engenharia, que é proporcionar aos alunos uma sólida compreensão dos fundamentos envolvidos, e propor aplicações desses fundamentos aos sistemas reais (OVERBYE, 2009). Vários trabalhos têm sido publicados nos anos recentes com o intuito de apresentar ações que buscam facilitar essa solidificação dos conhecimentos, em particular na área de Sistemas Elétricos de Potência (BARATA; FILHO; NUNES, 2015; MEEGAHAPOLA; THILAKARATHNE, 2019; SHAHNIA; MOGHBEL; YENGEJEH, 2016), incluindo a aplicação de técnicas de aprendizado ativo (HOSSEINZADEH; HESAMZADEH, 2012; HU; LI; CHEN, 2015).

É importante salientar que os valores em por unidade são empregados em diversos campos do conhecimento, e que conceitos análogos são utilizados no cotidiano. Mostrar isto desperta interesse dos alunos: por exemplo, quantidades de bananas ou laranjas podem ser expressas em dúzias, e em feiras livres por vezes comercializa-se assim.

Nas ciências, em especial na área financeira, a moeda de um país experimenta valorizações e desvalorizações ao longo do tempo. Assim, o Real, em vários trabalhos científicos é expresso referindo-se a um valor tomado como unitário em determinado mês/ano, e então se referir ao valor da moeda relativamente àquela base unitária.

Contudo, apesar da grande similaridade com outras áreas e aplicações, em diversos livros de SEP não são feitas referências ao uso de valores em por unidade em outras áreas da ciência nem no cotidiano (GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012; GRAINGER; STEVENSON, 1994; KINDERMANN, 1992). Mesmo ao tratar de "mudança de base" omite-se o uso comum de um número em base decimal ser expresso em base binária ou em hexadecimal, por exemplo.

Este trabalho objetiva apresentar um novo modo de introduzir o assunto por unidade aos alunos de engenharia elétrica em disciplinas de Sistemas Elétricos de Potência (SEP), sendo fruto da prática dos autores em sala de aula trazendo formas mais simples e analogias visando a facilitar o entendimento.

Assim, a experiência tem demonstrado que a introdução do assunto desta maneira faz com que os alunos vejam que a utilização de p.u. é algo fácil, e se interessem mais pelo assunto. Os autores se certificaram disto, pois os alunos têm apresentado melhor desempenho nos cursos quando comparado a forma tradicional de iniciação ao tema (GLOVER; SARMA; OVERBYE, 2012; GRAINGER; STEVENSON, 1994).

2. CONCEITO DE POR UNIDADE E APLICAÇÃO EM UM SISTEMA COM TRÊS GRANDEZAS

2.1 O Conceito e as mudanças de base

De modo a proporcionar uma maior interatividade com os estudantes, a introdução do assunto por unidade é feita com uma pergunta à classe para a qual a resposta é construída coletivamente por eles: "alguns de vocês em uma feira já comprou bananas ou laranjas em dúzia e não por quilo? Se um de vocês comprou quatro dúzias de bananas teria adquirido quantas dezenas de banana?"

Observa-se que essas indagações já envolvem a expressão da quantidade da grandeza (banana), em p.u., e a mudança de base de dúzia para dezena de modo espontâneo. Logo, um dos alunos responde que a resposta é 4,8 dezenas, e então o professor deve questionar: "Como você chegou a este número?" Em geral, aquele que respondeu de forma correta enumera os passos usados em sua dedução: para encontrar quantas bananas foram compradas ele multiplicou 4 por 12 que corresponde a 48; este valor ele dividiu por 10 para obter as 4,8 dezenas. Matematicamente, se coloca que:

$$Valor_{pu} = \frac{Valor_{\ absoluto\ da\ grandeza}}{Valor_{base\ escolhido}} \tag{1}$$

Assim, mostra-se que o valor base primeiramente definido para a grandeza "banana" foi "dúzia", e forneceu-se o valor nesta base, ou seja, 4,0. O passo inicial feito pelo aluno foi encontrar o valor da grandeza, 48, neste exemplo. No passo seguinte ele exprimiu o valor de 48 bananas na nova base, dezena, resultando em 4,8, quantidade das bananas na nova base. O professor deve mostrar que se conhecido o valor da grandeza numa base, deve-se retornar ao valor absoluto da grandeza, pois da Equação (1), têm-se:

$$Valor_{absoluto\ da\ grandeza} = Valor_{pu} \cdot Valor_{base\ escolhido} \tag{2}$$

Após esse primeiro passo do aluno o professor deve destacar que:

$$Valor_{pu_{BN}} = \frac{Valor_{absoluto\ da\ grandeza}}{Valor_{escolhido_{BN}}} \tag{3}$$

sendo: $Valor_{pu_{BN}}$, o valor em p.u. da grandeza na nova base; e, $Valor_{escolhido_{BN}}$,o valor escolhido para a nova base, que é 10 no exemplo.

Existem outras bases, em geral, usadas para vários objetos, como: a centena, a grosa e a resma. Exemplificando, de modo similar pode ser perguntado na classe: se alguém comprou duas resmas de papel ofício, quantas centenas de folhas de papel foram adquiridas? O raciocínio é semelhante, uma resma são 500 folhas, as duas resmas são 1 mil folhas – aplicação da Equação (2), e este valor absoluto de folhas de papel divididos por 100 que é a base para centena, resulta em dez centenas.

Outra aplicação do trabalho com por unidade pode ser a escolha de um valor determinado de massa como referência para as pessoas, por exemplo 75 quilos, e para os alunos que entrassem na sala se perguntaria seu peso; através da Equação (3) seria anotado o peso em p.u. Ao final da aula, ao consultar esta lista de pesos em p.u. caso se encontrasse alguém cujo valor fosse 0,5 ou 1,6 p.u. se pediria para confirmar o peso com nova medição, já que os valores esperados seriam próximos a um p.u., a menos que se trate de alunos com sub ou sobrepeso! Ter valores esperados em torno de 1,0 p.u. é uma das vantagens da utilização da tensão, e assim, por exemplo, ao se analisar um resultado do fluxo de carga em um SEP, caso se depare com valores como 0,7 ou 1,2 em p.u. significa que algo não usual estaria acontecendo.

Há outras aplicações análogas na área financeira como a conversão do câmbio tomando-se o valor da moeda em determinada data como base, bem como a aplicação de indicadores a exemplo do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) que em geral é referido ao valor tomado como base em um determinado ano do passado.

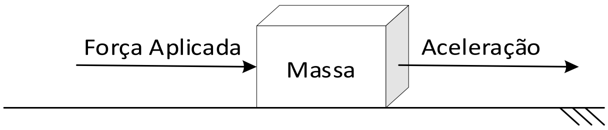
2.2 Sistema mecânico

Em outras áreas da engenharia é fácil o emprego dos valores em por unidade. Suponha-se o sistema mecânico envolvendo as grandezas massa, força e aceleração, como mostra a Figura 1. No sistema essas três grandezas não são independentes, pois:

$$F = M \cdot a \tag{4}$$

onde: Fé a força aplicada [N];Mé a massa à qual é se aplica F ;e, a é aceleração [m/s^2].

Figura 1 – Sistema mecânico no qual se trabalha com as grandezas em por unidade.



No sistema da Figura 1, sendo a força aplicada igual a $20N$ e a massa $4{,}0kg$, qual o valor da aceleração? Na solução pode-se usar (4), logo a aceleração é $5{,}0\ m/s^2$. Para solução em p. u. como as três grandezas envolvidas não são independentes só duas delas podem ser escolhidas como base. Escolhidas, por exemplo, a força base $10{,}0\ N$ e a massa base $5{,}0\ kg$, então está definida a aceleração base que é $2{,}0\ m/s^2$. Assim,

$$\left.\begin{matrix} F_{base} = 10{,}0\ N \\ M_{base} = 5{,}0\ kg \end{matrix}\right\} \rightarrow a_b = \frac{F_b}{M_b} = \frac{10{,}0}{5{,}0} = 2\ m/s^2 \tag{5}$$

Para solucionar o referido problema em p.u. determinam-se os valores da força e da massa em p.u., utilizando (1), portanto:

$$\left.\begin{matrix} F_{pu} = \dfrac{20}{10} = 2{,}0 \\ M_{pu} = \dfrac{4{,}0}{5{,}0} = 0{,}8 \end{matrix}\right\} \rightarrow a_{pu} = \frac{2{,}0}{0{,}8} = 2{,}5 \tag{6}$$

Para ter o resultado da aceleração em m/s^2, emprega-se (2), logo:

$$a = 2{,}5 \cdot 2{,}0 = 5{,}0\ m/s^2 \tag{7}$$

Caso os valores base escolhidos fossem outros, não seria necessário memorizar nenhuma expressão específica para a mudança de base, pois da Equação (3), vem

$$Valor_{pu_{BN}} = \frac{Valor_{absoluto\ da\ grandeza}}{Valor_{escolhido_{BN}}} = \frac{Valor_{absoluto\ da\ aceleração}}{Valor_{aceleração_{BN}}} \tag{8}$$

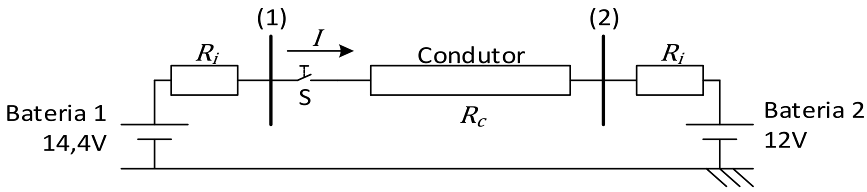
Face às limitações de espaço não são vistos outros exemplos.

3. POR UNIDADE EM SISTEMAS DE CORRENTE CONTÍNUA

Em geral, os livros de Circuitos Elétricos não abordam o uso de por unidade em circuitos de corrente contínua, e ao menos na Universidade Federal da Bahia (UFBA) também não está no conteúdo das disciplinas iniciais do curso de engenharia elétrica. Na disciplina de sistemas elétricos de potência que introduz o assunto, os autores sempre colocam um primeiro exemplo com um sistema em Corrente Contínua (CC) visto que os alunos já conhecem bem circuitos CC e trabalha-se com quatro grandezas bases das quais apenas duas são independentes.

Seja o circuito em corrente contínua da Figura 2 no qual uma bateria é ligada através de um condutor até outra bateria que está descarregada. Ambas as baterias são representadas pelo equivalente, força eletromotriz (FEM) atrás de uma resistência (R_i), e o condutor tem uma resistência (R_C). As resistências internas das baterias são de $0{,}3\ \Omega$, e a do condutor é $0{,}6\ \Omega$, sendo conhecidas as FEM internas.

Figura 2. Circuito CC no qual a bateria um está carregando a bateria 2, com a chave S fechada.



Deseja-se saber quando a chave S é fechada qual a corrente que irá circular no circuito, qual a tensão nos bornes da bateria 2 (barra 2), qual a potência fornecida a partir da barra 1 e as perdas elétricas no condutor.

Inicialmente, coloca-se que em circuitos CC, as quatro grandezas envolvidas, tensão (V, em *volts*), corrente (I, em *Ampères*), Potência (W, em *Watts*) e resistência (R, em *Ohms*) não são independentes, sendo relacionadas pelas Equações (9) e (10) (HAYT JR.; KEMMERLY; DURBIN, 2014).

$$P = V \cdot I \tag{9}$$

$$V = R \cdot I \tag{10}$$

Como só há duas grandezas independentes só duas devem ser definidas como base, pois as outras estarão definidas. Em geral, escolhem-se a tensão e a potência como base: no exemplo da Figura 2, escolhida a tensão $12{,}0\ V$ e a potência $30\ W$, tem-se:

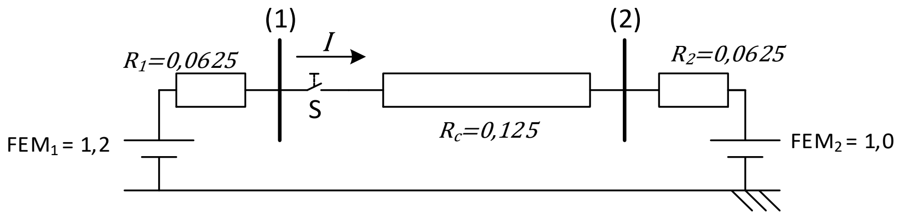
$$\left.\begin{matrix} V_B = 12V \\ P_B = 30{,}0\ W \end{matrix}\right\} \rightarrow I_B = \ 30{,}0/12{,}0 = 2{,}5\ A \tag{11}$$

E, tirando I da Equação (9) e substituindo em (10), obtém-se a resistência base:

$$R_B = \ (V_B)^2/P_B = (V_B)^2/P_B = \frac{12{,}0^2}{30{,}0} = 4{,}8\,\Omega \qquad (12)$$

Desta forma, o circuito CC da Figura 2 pode ser mostrado com os valores em p.u., como na Figura 3, tendo-se empregado a Equação (1) para todas as grandezas.

Figura 3. Circuito CC da Figura 2com valores em p.u.



Para determinar a corrente após a chave S fechada, usa-se o circuito em p.u. Logo,

$$I = \ (1{,}2 - 1{,}0)/(0{,}0625 + 0{,}125 + 0{,}0625) = 0{,}2/0{,}25 = 0{,}8\,p.u. \qquad (13)$$

A tensão nos bornes da bateria 2 (barra 2), a FEM_2 mais a queda de tensão na resistência interna da bateria 2, isto é,

$$V_2 = 1{,}0 + 0{,}0625\,.\,0{,}8 = 1{,}05\,p.u. \qquad (14)$$

Já a tensão na barra 1, é determinada pela FEM_1 menos a queda na resistência interna da bateria 1, portanto $1{,}15 p.u.$ E a potência fornecida a partir da barra 1 e a perda por efeito joule no condutor são fornecidas pelas Equações (15) e (16), respectivamente.

$$P_1 = V_1 \cdot I = 1{,}15\,.\,0{,}8 = 0{,}92\,p.u. \qquad (15)$$

$$P_{Rc} = \ R_c \cdot I^2 = 0{,}125\,.\,0{,}8^2 = 0{,}08\,p.u. \qquad (16)$$

Assim, para ter estes resultados em *Ampères*, *Volt* e *Watt*, aplica-se a Equação (2), resultando que a corrente I no circuito é $2{,}0\,A$, a tensão na barra 2 é $V_2 = 12{,}6\,V$, a potência fornecida a partir da barra 1 é $27{,}6\,W$ e as perdas no condutor são $2{,}4\,W$.

Pode-se mostrar que o circuito em por unidade terá outros valores para as grandezas, caso seja escolhida outra base, implicando que os valores em p.u. na solução do problema serão outros. Entretanto, ao retornar para apresentar o resultado em unidades do Sistema Internacional (SI), os valores serão iguais. Os valores desta nova base terão o subíndice "bn", e os valores das grandezas terão o sobreíndice linha (‘).

Deste modo, se escolhida a nova base com $V_{bn} = 15{,}0\,V$ e $P_{bn} = 45W$ implicaria que estariam definidos $I_{bn} = 3{,}0A$, e $R_{bn} = 5{,}0\Omega$.

Neste caso, o circuito CC da Figura 3 teria os valores de $FEM_1 = 0{,}96\,p.u$, $FEM_2 = 0{,}80\,p.u.;$ as resistências internas de ambas as fontes $0{,}06\,p.u.$ e a resistência do condutor $0{,}12\,p.u.$, todos estes valores referidos a base nova. A solução viria com

$$I' = \ (0{,}96 - 0{,}8)/(0{,}06 + 0{,}12 + 0{,}06) = 0{,}66667\,p.u. \qquad (17)$$

O valor da corrente em Ampères é obtido aplicando a Equação (2), produto deste valor em p.u. pela corrente base, ou seja:

$$I = I^{'} \cdot I_{bn} = 0{,}66667 \cdot 3{,}0 = 2{,}0\ A \tag{18}$$

A tensão nos bornes da bateria 2 é a FEM_2 mais a queda de tensão na resistência interna da bateria 2, ou seja, conforme o circuito da Figura 3 resulta em $0{,}84\ p.u.$ ou $V_2 = 12{,}6\ V$.

Para encontrar a potência fornecida a partir da barra 1, determina-se a nova tensão em p.u. na referida barra que é a FEM_1 menos a queda de tensão na resistência interna da bateria 1, portanto $0{,}92\ p.u.$ Assim a potência é:

$$P_1^{'} = V_1^{'} . I^{'} = 0{,}92 . 0{,}66667 = 0{,}61336\ \ p.u. \tag{19}$$

Tal potência em p.u. multiplicada pela nova base de potência resulta em $27{,}6$*Watts*. Por fim, a perda no condutor calculada por $R_c^{'} \cdot I^{'2}$, ambos em p.u. é $0{,}05334\ p.u.$ ou $2{,}4W$.

Vários livros de SEP apresentam uma expressão para mudança de base de resistores (ou de impedância); o valor na nova base em função do valor na base inicial, ou antiga, e das tensões e potências nas duas bases. Deseja-se evitar a memorização de equações, portanto basta saber o que o valor da grandeza é o valor em p.u. multiplicado pela base, aplicação da Equação (2), dividido pela nova base. Assim,

$$R_{PUbn} = \frac{Valor\ de\ R\ em\ Ohm}{R_{bn}} = \frac{R_{PUbv} . (\ V_{bv}^2 / P_{bv}\ )}{V_{bn}^2 / P_{bn}} \tag{20}$$

A expressão anterior, em geral, aparece na literatura, para resistência ou impedância, como:

$$R_{PUbn} = \ R_{PUbv} . \left(\frac{V_{bv}}{V_{bn}}\right)^2 . \frac{P_{bn}}{P_{bv}} \tag{21}$$

O desenvolvimento do exemplo em corrente contínua demonstra que não há necessidade da memorização da Equação (21).

4. POR UNIDADE EM SISTEMAS MONOFÁSICOS E TRIFÁSICOS

Nos circuitos monofásicos em corrente alternada (AC) são utilizadas quatro grandezas: potência aparente(S), tensão (V), corrente(I) e impedância (Z). Além disso, pontinho sobre tais letras significa o emprego de fasores. Estas grandezas, usando-se as unidades do sistema internacional (SI) se relacionam deste modo,

$$\dot{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^{*} \tag{22}$$

$$\dot{V} = \dot{Z} \cdot \dot{I} \tag{23}$$

sendo $\dot{I}^{*}$, o conjugado do fasor corrente.

As grandezas base terão o subíndice "B" e apenas os módulos são utilizados, pois estes são as referências para obtenção dos valores em p.u. Normalmente na definição das bases, os valores da potência e tensão são selecionados como independentes, e devido a dependência destas com as demais grandezas, os valores base são definidos. Logo, as relações para as grandezas base em circuitos monofásicos AC são:

$$|S_B| = |V_B| \cdot |I_B| \tag{24}$$

$$|V_B| = |\dot{Z}_B| \cdot |I_B| \tag{25}$$

E, definidas as bases de potência e tensão, tem-se para corrente e impedância:

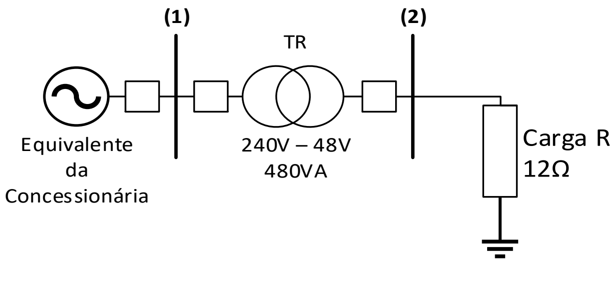
$$|I_B| = \frac{|S_B|}{|V_B|} \tag{26}$$

$$|Z_B| = \frac{|V_B|}{|I_B|} = \frac{|V_B|^2}{|S_B|} \tag{27}$$

Antes de iniciar o exemplo mostra-se que em circuitos AC, a base de potência é única para todo o circuito. Além disso, se existir um transformador, a escolha de tensões bases distintas do lado de alta tensão (AT) e baixa tensão (BT) de acordo com a relação de transformação conduz a que os valores bases de corrente e impedância sejam diferentes nos lados de alta e baixa. Mesmo parecendo estranho isto permite a solução dos circuitos sem a necessidade da reflexão das impedâncias do lado BT para o AT ou vice-versa, pois o valor em p.u. da impedância será o mesmo referido a estas bases.

Assim, inicia-se mostrando que uma impedância qualquer, bem como a do próprio transformador, tem o mesmo valor em por unidade (ou percentual) desde que relativas aos respectivos lados, AT ou BT. Por exemplo, considerando um transformador monofásico ideal cuja potência é $480\,VA$, e relação de transformação (RT) $240V - 48V$, que alimente uma resistência de $12\,\Omega$ conectada em BT, como indica a Figura 4.

Figura 4. Circuito monofásico AC com carga de 12 Ω conectada ao lado de baixa tensão.



Sendo a potência base $S_B = 480\,VA$ e a tensão base aquela nominal do lado de alta, $V_B = 240V$, usando as Equações (26) e (27), para o lado de alta a corrente base é $2\,A$, e a impedância base $120\,\Omega$. Através da RT do transformador, a tensão base na barra 2 é $48V$ e utilizando as mesmas equações (26) e (27), para o lado de baixa a corrente base é $10\,A$, e a impedância base $4{,}8\,\Omega$.

Deste modo a resistência da carga no secundário, R_S em p.u. é:

$$R_{Spu} = R_S/Z_B = 12/4{,}8 = 2{,}5\ \Omega \tag{28}$$

Sendo aplicada a tensão primária de $240V$, e considerando o transformador ideal, a tensão secundária é $48V$, $1{,}0\ p.u.$. Daí, determina-se a corrente:

$$I_{pu} = V_{pu}/R_{pu} = 1{,}0/2{,}5 = 0{,}4\ p.u. \qquad (29)$$

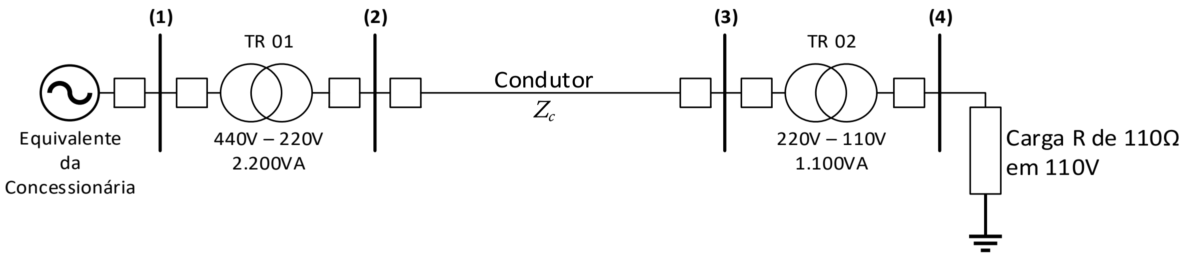
Em p.u., o valor é o mesmo para a corrente primária e para a secundária, logo, usando a Equação (2) a corrente no secundário é $4{,}0\ A$ e no primário $0{,}8\ A$.

Caso a resistência da carga tivesse sido refletida para o lado primário, esta seria R' e tomada a relação de transformação de 5, corresponderia a $300\Omega\ (5^2 \cdot 12)$. Verifica-se que este valor em por unidade usando a Equação (1) é também $2{,}5$. Isto significa que a impedância em p.u. é a mesma tanto do lado de alta como do lado BT. De modo análogo, determina-se a corrente resultando também $0{,}4\ p.u.$; logo, uma impedância em por unidade tem o mesmo valor do lado AT quanto do lado BT. A corrente usando a Equação (2) resulta em $0{,}8\ A$, mesmo valor anteriormente encontrado.

Mostrou-se aqui que uma carga em p.u. é a mesma tanto para o lado AT quanto BT de um transformador. Também a impedância do transformador tem o mesmo valor em p.u. em ambos os lados, portanto ao indicá-la não é necessário especificar se está referida ao lado AT ou BT, o que é uma das vantagens do uso de valores em p.u..

Agora, representa-se um circuito monofásico AC em p.u. em duas bases distintas mostrando-se não ser necessário usar a expressão tradicional para mudança de bases. Seja o circuito da Figura 5, no qual os transformadores são modelados pela sua reatância série (3% cada, nas suas bases), a linha que une as barras 2 e 3 tem impedância $Zc = 0{,}88 + j1{,}76\Omega$, o condutor entre a barra 4 e a carga tem impedância desprezível e a carga é resistiva, $110\ \Omega$.

Figura 5. Circuito AC monofásico, carga de $\mathbf{110\ \Omega}$, conectada a um sistema 440V.



Inicialmente será considerada a base $2.200VA$ e $440V$ no trecho da barra 1. Vê-se que como há dois transformadores, haverá duas outras bases de tensão, uma para o trecho que envolve as barras 2 e 3, e outra para o trecho da barra 4. Como a RT do transformador TR01 é $440V - 220V$, a tensão base em 2 e 3 é $220V$, e tomada a relação de transformação do transformador TR02, a tensão base em 4 é $110V$. A base de potência, S_B, é única para todo o circuito. Através das Equações (24) e (25) são determinadas as correntes base e impedância base nos demais trechos, conforme variem os valores das tensões base nos trechos do circuito, estando indicados no Quadro 1.

A representação do diagrama de sequência positiva está mostrada na Figura 6. A seguir são determinados os valores das diversas impedâncias em p.u.; a impedância de TR01 é uma reatância de 3% na base $2.200VA$ e $440V$ lado AT, e como a base é a mesma do trecho da barra (1), tem o mesmo valor $j3\%$, ou $j0{,}03\ p.u.$. Para Z_C calcula-se o valor em p.u. usando a expressão (1), o que resulta em:

$$Z_{Cpu} = \frac{Z_C}{Z_{B23}} = \frac{0{,}88 + j1{,}76}{22{,}0} = 0{,}04 + j0{,}08 \qquad (30)$$

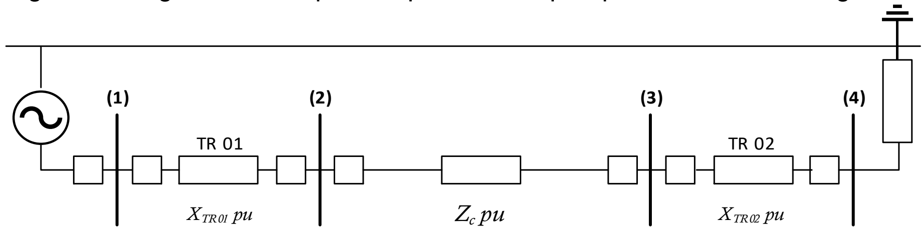
Quadro 1. Valores da tensão, corrente e impedância base nos vários trechos do circuito da Figura 5.

Grandeza	Trecho barra 1	Trecho barras 2 e 3	Trecho barra 4
Tensão base (V)	440	220	110
Corrente base (A)	5,0	10,0	20,0
Impedância base (Ω)	88,0	22,0	5,5

A reatância de TR02 foi dada na sua própria base indicada com subíndice "b" em minúscula para não confundir com a base do circuito, em maiúscula. Usando (2) chega-se ao valor desta grandeza em Ω, e depois divide-se pelo valor base. No numerador da expressão seguinte está sendo empregada (2) para obter o valor ôhmico e a impedância base do circuito tem ainda "23" como subíndice para indicar que é a base do trecho entre as barras (2) e (3). Assim,

$$X_{T_{2pu}} = \frac{j0{,}03\,.\,({V_b}^2/S_b)}{Z_{B23}} = \frac{j0{,}03\,.\,(220^2/1100)}{22} = j0{,}06 \qquad (31)$$

Figura 6. Diagrama de sequência positiva em p.u. para o circuito da Figura 5.



Nesse processo, cabe alertar ao aluno principiante que se encontra o valor ôhmico da reatância usando a tensão AT, deve dividir pela impedância base do trecho 2-3, porém se usar a tensão BT deve efetuar a divisão pela impedância base do trecho que contêm a barra 4. Importante destacar ainda que a expressão usada na literatura para mudança de base, aqui demonstrada em (21) e que vale para resistência bem como para impedância não necessitou ser memorizada nem utilizada para determinar a impedância de TR02 na nova base.

Por fim, a impedância p.u. da carga que é obtida empregando a Equação 1, então pela divisão do seu valor em Ohm pela impedância base do trecho que contém a barra 4, resultando em $20{,}0\, p.u.$ (ou seja, $110/5{,}5$).

Para ilustrar, poderia ser proposto para os estudantes em sala de aula que, por exemplo, conhecida a tensão na barra 4, $1{,}0\, p.u.$ e com ângulo zero radianos, seja determinada a tensão na barra 1 que interliga a concessionária. Para solução, encontra-se a corrente na carga (I_C , neste caso $0{,}05\, p.u.$ e zero radianos), e estando as impedâncias dos dois transformadores em série com Z_C, tem-se:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_4 + (j0{,}03 + 0{,}04 + j0{,}08 + j0{,}06).\, I_C = 1{,}0020 + j0{,}0085 \qquad (32)$$

Resulta que a tensão na barra (1) é $440{,}90V$ $(1{,}0020\, p.u.)$ com ângulo de $0{,}0085$ radianos $(0{,}49$ graus). Isto seria esperado já que sendo o fluxo da potência ativa é da barra 1 em direção a barra 4, esta deve está atrasada em relação a barra 1.

Por fim, caso tenha sido escolhida uma nova base, por exemplo, a potência de $1.100VA$ e a tensão $200V$ no trecho entre as barras 2 e 3. Deveriam ser determinadas inicialmente todas as grandezas base nos respectivos trechos, resultado este apresentado na Quadro 2. As tensões base nos demais trechos seriam calculadas através da relação de transformação de cada um dos transformadores.

Quadro 2. Valores de V, I e Z base na base nova para os vários trechos do circuito da Figura 5.

Grandeza	**Trecho barra 1**	**Trecho barras 2 e 3**	**Trecho barra 4**
Tensão base (V)	400	200	100
Corrente base (A)	2,75	5,5	11,0
Impedância base (Ω)	145,455	36,364	9,091

Em seguida, para calcular os valores das impedâncias dos componentes do circuito como na Figura 6, nesta nova base bastaria usar a Equação 1, para Z da carga que será $12{,}1\, p.u.$, e para o condutor encontra-se $0{,}0242 + j0{,}0484$.

Para ambos os transformadores se emprega Equação 2 para obter o valor da reatância em Ohm, e divide este valor pela base nova. A reatância de TR01 nessa nova base é $0{,}0182\, p.u.$, e de TR02 é:

$$X_{T_{2_{BNpu}}} = \frac{j0{,}03\,.\,({V_b}^2/S_b)}{Z_{BN23}} = \frac{j0{,}03\,.\,(220^2/1100)}{36{,}364} = j0{,}0363 \qquad (33)$$

Pode-se enfatizar novamente a não necessidade de memorizar expressões, mas apenas entender os conceitos fundamentais contidos nas Equações 1 e 2.

Diagramas em p.u. de circuitos trifásicos não serão aqui apresentados, pois o objetivo é destacar como pode ser feita uma nova introdução do tema aos alunos de SEP. Entretanto, destaca-se que o diagrama unifilar representa um circuito trifásico equilibrado, e que em geral são escolhidas como base a potência trifásica (única para todo o circuito), e a tensão entre fases, de modo que a impedância base continue sendo expressa pela relação entre a tensão base ao quadrado e a potência base. Assim, em um circuito trifásico cujas bases são a potência trifásica e a tensão entre fases, há as relações:

$$|S_B| = \sqrt{3} \cdot |V_B| \cdot |I_B| \qquad (34)$$

$$|V_B| = \sqrt{3} \cdot |Z_B| \cdot |I_B| \qquad (35)$$

Obviamente, uma vez escolhidas as bases de potência e de tensão, as de corrente e impedância estão definidas, pois as grandezas são dependentes. Podem ser empregadas as Equações (34) e (35) para isto.

Como nos circuitos AC monofásicos, havendo transformadores, devem ser tomadas base distintas para as tensões, sempre entre fases, independentemente do tipo de ligação do transformador trifásico. Logo, as bases de corrente e de impedância serão também diferentes conforme os trechos do circuito. Em resumo, se o circuito tiver N transformadores, haverá $N+1$ bases distintas para estas grandezas.

5. VANTAGENS DO USO DE P. U. E CONSIDERAÇÕES FINAIS

As três grandes vantagens de trabalhar com grandezas em por unidade foram mostradas:

I. em especial para as tensões, os valores esperados para soluções dos problemas em geral estão em torno de 1,0 p.u.;
II. as impedâncias dos transformadores apresentam os mesmos valores em p.u. (ou em percentual), tanto referida ao lado AT como ao BT;
III. a corrente que circula do lado BT e AT dos transformadores tem o mesmo valor em p.u..

Outras vantagens do uso de p.u. são destacadas na literatura: a) os fabricantes normalmente fornecem os valores de impedâncias dos equipamentos em percentual ou em p.u. em relação aos valores nominais dos equipamentos; b) em circuitos trifásicos, o modo de conexão dos transformadores não afeta as impedâncias em p.u. do circuito equivalente, influindo sim nas tensões bases de cada lado, AT e BT; c) as impedâncias de máquinas similares, como geradores e transformadores, embora com potências e tensões distintas, normalmente não diferem muito nos seus valores em p.u., ou situam-se dentre de determinada faixa; d) o uso de p.u., permite a multiplicação, e divisão tranquilamente, visto que o valor de uma grandeza em p.u., por outra expressa em p.u., resulta em uma terceira também em p.u. (caso sejam usados valores percentuais grande atenção é requerida em especial ao multiplicar valores de grandezas).

A introdução do assunto por unidade aos alunos de engenharia elétrica quando feita através da nova forma aqui apresentada, com analogias e enfatizando a não necessidade de memorizar equações, mostra-se mais simples. Com esta prática de ensino os alunos vêm que por unidade é algo fácil, e se interessam mais pelo assunto.

Nesse trabalho foi possível combinar cerca de 20 anos de experiência em sala de aula acumulados por dois dos autores, com a visão de uma estudante de engenharia elétrica exposta a este método de ensino. Outros estudantes relataram fácil compreensão do tema com o uso desta metodologia, destacando a transmissão dos conceitos básicos através de exemplos palpáveis. Ganhos significativos foram observados no aprendizado dos discentes, que tiveram um desempenho melhor ao longo da disciplina e nas matérias subsequentes. Isto, em conjunto com as evidências coletadas comparando-se com turmas anteriores, que não experimentaram a metodologia em questão, mostram indícios significativos de que essa iniciativa é eficaz no processo de construção do conhecimento no âmbito dos Sistemas Elétricos de Potência. Estão em andamento comparações mais objetivas.

REFERÊNCIAS

BARATA, P. N. A.; FILHO, M. R.; NUNES, M. V. A. **Consolidating Learning in Power Systems: Virtual Reality Applied to the Study of the Operation of Electric Power Transformers**. v. 58, n. 4, p. 255–261, 2015.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. **Power system analysis & design, SI version**. [s.l.] Cengage Learning, 2012.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. **Power System Analysis**. [s.l.] Mc Graw Hill, 1994.

HAYT JR., W. H.; KEMMERLY, J. E.; DURBIN, S. M. **Análise de Circuitos em Engenharia**. 8. ed. [s.l.] Mc Graw Hill, 2014.

HOSSEINZADEH, N.; HESAMZADEH, M. R. Application of Project-Based Learning (PBL) to the Teaching of Electrical Power Systems Engineering. **IEEE Transactions on Education**, v. 55, n. 4, p. 495–501, nov. 2012.

HU, Q.; LI, F.; CHEN, C. **A Smart Home Test Bed for Undergraduate Education to Bridge the Curriculum Gap From Traditional Power Systems to Modernized Smart Grids**. IEEE Transactions on Education, v. 58, n. 1, p. 32–38, fev. 2015.

KINDERMANN, G. **Curto-circuito**. [s.l.] Sagra-DC Luzzatto Editores, 1992.

MEEGAHAPOLA, L. G.; THILAKARATHNE, C. **Dynamic Learner-Assisted Interactive Learning Tools for Power Systems Engineering Courses**. v. 62, n. 2, p. 149–156, 2019.

OVERBYE, T. J. **Using research results for power system classroom education: A power flow and transient stability case study**. 2009 IEEE Power and Energy Society General Meeting, PES '09, p. 9–11, 2009.

SHAHNIA, F.; MOGHBEL, M.; YENGEJEH, H. H. **Motivating Power System Protection Course Students by Practical and Computer-Based Activities**. v. 59, n. 2, p. 81–90, 2016.

NEW METHOD TO TEACH AND TO LEARN "PER UNIT CONCEPTS" IN POWER SYSTEMS

Abstract:_This work presents a new approach of the concepts of per unit (p.u.) in Power Systems, given the difficulties observed among students to consolidate the subject over the years. Thus, the subject was presented with new forms,carried out with simplicity and the identification of analogies. This procedure proved to be effective, since it starts with the presentation of units such as a dozen, ten, or hundred, as well as when carrying out foreign exchange operations whose reasoning is analogous to working with quantities in per unit. Then, it focuses on the importance required in the existing relationship between quantities according to the systems studied, which is essential in the definition of the base quantities, and it is used in direct current electrical circuits. Then, ways to apply such a concept to alternating current electrical circuits are shown, emphasizing the need not memorize mathematical expressions. It ends with the advantages of using the values in per unit, and with conclusions._

Keywords: _Power System, per unit, p.u. values, teaching practices, change of base._