



**COBENGE**  
2021

XLIX Congresso Brasileiro  
de Educação em Engenharia  
e IV Simpósio Internacional  
de Educação em Engenharia  
da ABENGE

28 a 30 de SETEMBRO

Evento Online

"Formação em Engenharia:  
Tecnologia, Inovação e Sustentabilidade"

## Ensino do Cálculo nas Engenharias: Simultaneidade do ensino do Cálculo e matemática básica.

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2021.3613

Telma Crisitna Pimenta de Freitas - telmapimenta@terra.com.br

UFMG

Rua Monte Carmelo 54

31015-230 - Belo Horizonte - MG

**Resumo:** *Sabe-se que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral apresentam problemas no processo de ensino aprendizagem, com elevadas taxas de evasão e reprovação. Dentre os problemas, a falta de conhecimento de matemática básica tem se mostrado relevante e recorrente. Este artigo apresenta a proposta de simultaneidade no ensino do Cálculo e da matemática básica, com o propósito de mitigar os problemas de falta de desenvoltura algébrica dos alunos. A pesquisa, realizada em uma faculdade particular, mensurou a desenvoltura algébrica de uma turma de primeiro período de engenharia, em matemática básica, antes e depois de um grupo de estudo no qual a matemática básica era ensinada simultaneamente ao Cálculo. Os resultados indicaram um progresso muito significativo na formação dos estudantes, além da afiliação dos alunos à Instituição.*

**Palavras-chave:** *Cálculo Diferencial e Integral, Ensino do Cálculo, Reprovação em Cálculo.*

Promoção:



Realização:



## ENSINO DO CÁLCULO NAS ENGENHARIAS: SIMULTANEIDADE DO ENSINO DO CÁLCULO E MATEMÁTICA BÁSICA.

### 1 INTRODUÇÃO

As disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral apresentam altos índices de reprovação e evasão (Dorr, 2017), (Almeida 2017). Esses índices de reprovação elevados são amplamente conhecidos por professores e estudantes, ultrapassando mesmo os muros das comunidades de ciências exatas.

Dentre os problemas do ensino aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, a falta de conhecimento da matemática básica e de desenvoltura algébrica dos estudantes tem se mostrado um problema relevante e recorrente (Dor, 2017), (Rafael, 2017). O problema ocorre em Instituições Públicas e privadas mas ganha agravo nas Instituições privadas, pois a seleção mais flexível dessas escolas permite o ingresso de alunos com grandes deficiências algébricas e numéricas.

Muitas propostas para a melhoria do ensino de Cálculo passa pela implementação de um curso de nivelamento: Cálculo zero, matemática básica, pré-cálculo. Qualquer que seja a designação, esta é uma proposta bastante recorrente (Rocha,2016), (Muller,2015), que pretende instrumentalizar os alunos nos conhecimentos básicos necessários ao prosseguimento do curso.

Contudo Rocha (2016), Dorr (2017), Muller (2015) dentre outros autores argumentam que esses cursos não apresentam o resultado esperado, que não existe uma aprendizagem efetiva que será utilizada na apreensão dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.

Diante deste dado da literatura, propusemos que os conteúdos fossem revisados (algumas vezes ensinados) em paralelo com o ensino do cálculo, no lugar de ocuparem uma posição propedêutica.

Este projeto se deu em uma Faculdade particular de Belo Horizonte, através da implementação de um grupo de estudo de uma turma piloto do curso de engenharia.

Na próxima seção serão apresentados os pressupostos da pesquisa e seu desenho metodológico. Na seção seguinte os resultados que foram mensurados em duas provas, uma diagnóstica e outra aplicada três meses após a primeira. Na última seção discutiremos os resultados da pesquisa, suas limitações e desdobramentos.

### 2 RESGATE DE MATEMÁTICA BÁSICA E ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL : UMA PROPOSTA DE SIMULTANEIDADE

Os problemas do ensino aprendizagem da matemática recrudescem quando se trata do Cálculo Diferencial e Integral. Parte considerável do problema parece estar

associado à falta de desenvoltura algébrica dos estudantes, o que dificulta a escrita e obtenção dos resultados e por que não dizer também, a apreensão de conceitos.

Se considerarmos a matemática como linguagem, e uma linguagem não precedida ou acompanhada de oralidade como é o caso da língua materna (Machado, 2011), consideramos que seria através da própria escrita que os conceitos matemáticos ganhariam corporeidade.

Nas palavras de Machado (2011), nas linguagens formais como a matemática, os significados são definidos ou caracterizados a partir de relações que estabelecem com outros, no interior do formalismo. O autor fornece o exemplo da teoria da relatividade. O exemplo é tal forma esclarecedor que vale a pena reproduzi-lo aqui:

Einstein, por exemplo, não definiu energia, massa e velocidade para, posteriormente, enfeixar tais conceitos na relação  $E = m.c^2$ , na verdade, o significado de cada um deles é que é construído a partir desta e de outras relações. Na elegante e arguta observação de Bachelard (1968, p.127): “Longe se ser o ser a ilustrar a relação, é a relação que ilumina o ser” (Machado, 2011, pág.118).

Vistos dessa forma os conceitos ganham “realidade” quando escritos, quando expressos na linguagem matemática, e a linguagem matemática ganha significados, deixando de ser vista apenas no âmbito da sintaxe.

Nesse sentido propusemos que as dificuldades de matemática básica fossem sanadas junto com o ensino do Cálculo Diferencial. A hipótese é que o cálculo revestiria de significados a sintaxe matemática, que por sua vez daria corporeidade aos conceitos do cálculo, em um processo de retroalimentação. Partimos também do pressuposto que o aluno de curso superior, de formação lacunar, não parte do vazio. Trata-se de refazer os hiatos deixados nessa formação entretendo uma teia rota, que precisa ser refeita. Os procedimentos algébricos vão sendo revestidos dos sentidos próprio ao Cálculo Diferencial e Integral, ao mesmo tempo que o conhecimento da linguagem matemática permite transcrever os conceitos, dotando-os de realidade.

O projeto foi realizado em uma turma de primeiro período de Engenharia, de uma Faculdade Particular de Belo Horizonte, em 2019.

Inicialmente os alunos foram convidados a participar do projeto realizando uma prova diagnóstica. Nessa prova foi detectado pela professora, autora desse artigo, as maiores dificuldades dos alunos, de forma individualizada. Essa prova diagnóstica contou com a participação de 24 alunos, dos cerca de 30 inscritos na disciplina de Cálculo Diferencial. A prova, composta de 4 questões, pretendeu mensurar conhecimentos básicos como propriedades de potências, resolução de equações de primeiro e segundo graus, hierarquia nas operações, etc. Com base no resultado foi confeccionado um mapa com o dimensionamento de cada aluno, em cada questão.

O resultado do mapa foi reportado aos alunos de modo individual, de forma que cada estudante teve acesso aos seus acertos, erros e dificuldades. Diante do diagnóstico pessoal e da possibilidade de reverter deficiências e trabalhar potencialidades, os estudantes foram instados a se envolverem em um grupo de estudos.

O grupo de estudos se encontrou 14 vezes até a realização da segunda prova, cujo resultado foi cotejado com a primeira. Nos encontros os alunos trabalhavam em grupo, sob a orientação de dois monitores. Trabalhavam com um material confeccionado pelo professor, que mesclava matéria de Cálculo com grande utilização de matemática básica. Dos 24 alunos, 2 desistiram do curso. Não sabemos à que podemos creditar o abandono, mas provavelmente não por acaso, os dois alunos deixaram a prova diagnóstica em branco. Dos 22 restantes, 17 participaram efetivamente do grupo de estudo.

### 3 RESULTADOS

O quadro a seguir apresenta as habilidades mensuradas em cada questão e as dificuldades dos estudantes. É fácil perceber que as dificuldades são muitas e, verdadeiramente, de base.

Quadro 01: Resultado de cada aluno, por questão, na prova diagnóstica.

Aluno	<b>Questão 01:</b> Mensurar se o aluno conhece propriedades de potências e sabe somar frações.	<b>Questão 02:</b> Pretende-se saber se o aluno conhece a hierarquia das operações e trata numérico algébrico.	<b>Questão 03:</b> Diferenciar variável dependente de independente e resolver equações de segundo grau.	<b>Questão 04:</b> Desenvoltura algébrica (Eq. de primeiro grau) e capacidade de interpretação.
A	Conhece as propriedades. Erro de cálculo e de simplificações	Usou Calculadora	Usou Calculadora. Sabe resolver corretamente equações de segundo grau.	Erro de interpretação. Bom trato algébrico.
B	Não sabe as propriedades. Não sabe somar frações.	Sabe a hierarquia, contudo não conhece as propriedades e não sabe trabalhar com potências negativas.	Sabe resolver equação do segundo grau.	Interpretou bem a questão. Cometeu erro de algébrico.
C	Sabe as propriedades. Erro nos cálculos.	Não sabe sobre a não distributividade de potencias de soma, mas apresenta certo senso numérico.	Excelente.	Boa interpretação. Erro no trato algébrico.
E	Não conhece as propriedades, não sabe somar frações.	Conhece a hierarquia, mas não sabe trabalhar com potência negativa.	Pouca desenvoltura no trato de frações. Confundiu variável independente com variável dependente.	Boa interpretação. Erro no trato algébrico.



F	Não sabe as propriedades.	Não Fez	Não fez	Não fez
G	Excelente	Excelente. Pequeno erro de cálculo	Pequeno erro algébrico.	Excelente.
H	Utilizou de forma parcialmente correta as propriedades, mas não fez a letra b) da questão. Problemas de simplificação	Sabe a hierarquia das operações. Erros de cálculo, não obstante certo senso trato numérico.	Sabe resolver equações de segundo grau. Vários erros de Cálculo.	Erro algébrico e erro de interpretação.
I	Não conhece as propriedades de potência e não sabe somar frações.	Não fez	Falta de trato numérico. Não soube resolver equações de segundo grau. Erros de conta.	Equívocos vários. Não soube interpretar o problema. Falta de desenvoltura algébrica.
J	Sabe as propriedades, mas não terminou a questão. (Insegurança?)	Aqui utilizou as propriedades de forma parcialmente correta. Erros de Cálculo.	Sabe resolver equação de segundo grau, mas não fez uma questão. Erro de Cálculo.	Boa interpretação. Soube diferenciar variável independente e dependente. Erro algébrico.
K	Sabe as propriedades. Não fez todos os cálculos.	Utilizou as propriedades de forma correta, faltou um pouco de percepção numérica. Erros de Cálculos.	Excelente	Excelente
L	Não sabe as propriedades.	Não fez.	Não sabe diferenciar as variáveis dependentes e independentes. Não sabe resolver equações de segundo grau.	Não fez
M	Não sabe as propriedades, não sabe somar frações.	Não sabe a hierarquia das operações. Falta de trato numérico.	Não diferenciou variável dependente de independente. Não resolveu corretamente as equações do segundo grau, embora saiba as fórmulas.	Não interpretou. Falta de desenvoltura algébrica.
N	Não fez	Não fez	Não fez	Não fez



O	Não sabe as propriedades de potenciação. Não sabe somar frações.	Sabe a hierarquia. Erro de Cálculo. Falta de trato numérico.	Diferenciou variável independente e dependente. Não soube resolver equação de segundo grau.	Não interpretou corretamente. Erro algébrico.
P	Não sabe as propriedades de potenciação e não sabe somar frações.	Possui ideia da hierarquia das operações. Pouco senso numérico.	Diferenciou variável independente de dependente. Sabe resolver equação de segundo grau.	Problema na interpretação. Erro algébrico.
Q	Sabe as propriedades. Problemas com as simplificações.	Conhece bem a hierarquia das operações. Não sabe trabalhar com potência negativa.	Excelente	Faltou interpretação. Apresentou certa desenvoltura algébrica.
R	Excelente	Excelente. Pequenos erros.	Excelente.	Erro de interpretação. Bom trato algébrico.
S	Não fez	Sabe a hierarquia das operações, mas não conhece as propriedades de potenciação.	Fez a diferença entre variável dependente e independente. Não sabe resolver equação de segundo grau.	Não fez
T	Sabe as propriedades de potenciação. Sabe operar com frações. Erro de distributividade.	Sabe a hierarquia e as propriedades. Faltou senso numérico. Erros aritméticos.	Confundiu variável independente com dependente  Sabe resolver equações de segundo grau.	Excelente
U	Não conhece as propriedades e não sabe somar frações.	Não sabe trabalhar com potências negativas. Não sabe somar frações. Erro de Cálculo.	Aqui somou frações corretamente. Sabe resolver equações do segundo grau.	Não interpretou bem as questões, erro algébrico.

V	Não conhece as propriedades e não sabe somar frações	Não sabe trabalhar com potências negativas. Não sabe somar frações. Erro aritmético.	Aqui somou frações corretamente. Sabe resolver equações de segundo grau.	Não interpretou bem as questões. Erro algébrico.
X	Ótimo. Pequeno erro aritmético.	Faltou senso numérico	Ótimo. Erro aritmético.	Faltou interpretação. Bom trato algébrico.
Z	Não conhece as propriedades e não sabe somar frações.	Sabe a hierarquia das operações. Não sabe trabalhar com potências negativas.	Não fez	Não fez

Fonte: Elaboração própria

Foram designados como monitores os alunos **G** e **R**. Uma sala foi alocada na Instituição direcionada ao grupo de estudos. Como os alunos possuíam dois horários vagos durante a semana, esse tempo ficou reservado ao grupo. Alguns alunos, com participação efetiva no grupo de estudos, apresentaram ganhos muito significativos.

É claro que não podemos creditar esse ganho apenas ao grupo de estudos, mas também ao fato da turma possuir um número reduzido de alunos, o que permitiu por parte do professor um atendimento mais personalizado, ao empenho dos próprios estudantes, etc.

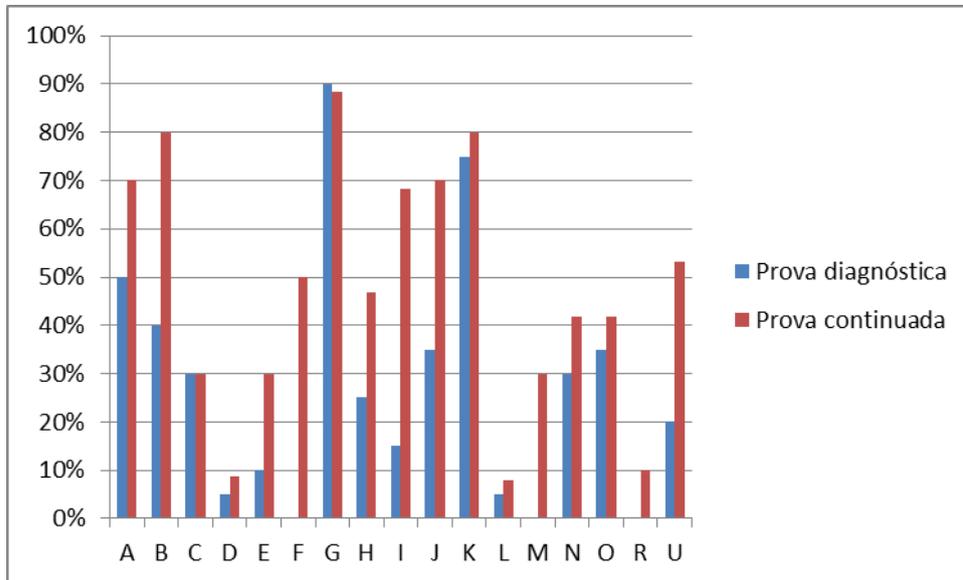
Contudo, consideramos que o grupo de estudos é uma importante variável nesse processo e que potencializa outras variáveis que favorecem o desempenho como, por exemplo, o comprometimento do discente com seu aprendizado.

A prova diagnóstica foi corrigida e pontuada.

Não obstante os alunos não tiveram acesso a notas mas apenas a correção conforme mapa apresentado. Julgamos que nesse primeiro momento a nota não seria importante, mas sim o conhecimento dos alunos de suas fragilidades. A nota foi obtida apenas para o percentual de acerto fosse comparado com o percentual de acerto da segunda prova, denominada pela Instituição de prova continuada, realizada 3 meses depois. Essa comparação é realizada no gráfico a seguir:



ráfico 1 – Comparação, por aluno que participou do grupo de estudo, dos resultados da prova diagnóstica e continuada

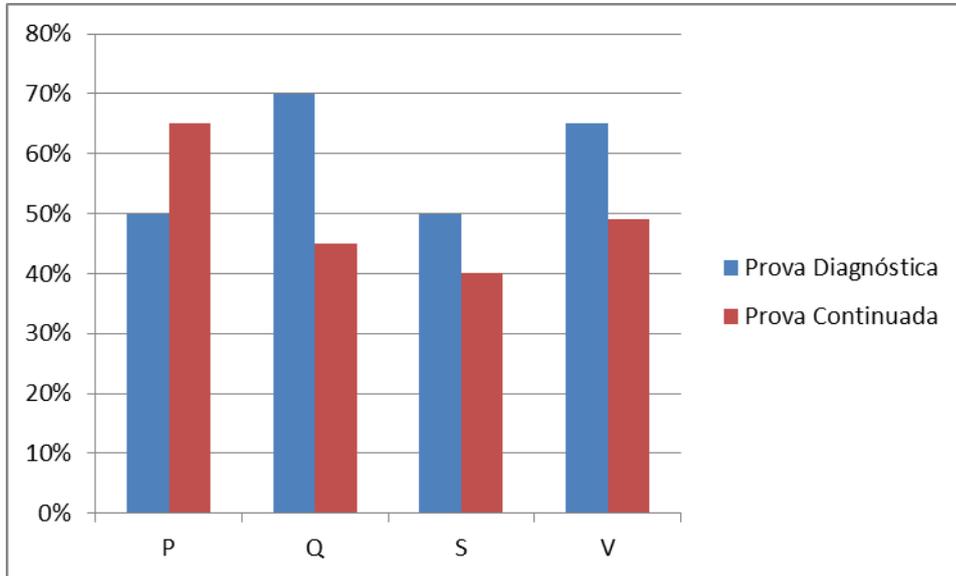


Fonte: Elaboração própria.

Neste gráfico constam as notas obtidas por 17 alunos que fizeram a prova diagnóstica e efetivamente participaram do grupo de estudo. O percentual da nota da prova diagnóstica é comparado com o percentual da prova continuada. Observamos um ganho para todos os alunos, com exceção do aluno G, que manteve, contudo, praticamente o mesmo percentual. Destacamos os alunos B, I e F que tiveram um grande crescimento e participaram 100% do grupo de estudo. O aluno D, contudo, teve participação em 80% dos encontros do grupo, e não apresentou um crescimento significativo, o que indica que o grupo de estudo não deve ser uma ação solitária e, claramente, não resolve todos os problemas. Mas ajuda a intender os alunos que merecem uma atenção diferenciada.

Agora, computamos os resultados dos alunos que não participaram do grupo de estudo. Foram cinco, mas dentre eles um não fez a prova continuada. Os resultados são apresentados a seguir.

Gráfico 2 - Comparação, por aluno que não participou do grupo de estudo, dos resultados da prova diagnóstica e continuada.



Fonte: Elaboração própria.

Observamos que não houve crescimento dos alunos, com exceção do aluno P. Os alunos todos, ao serem ouvidos, se manifestaram favoravelmente ao projeto.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ingresso na vida universitária marca uma época de transição (COULON, 2008). Segundo Coulon a primeira fase dessa transição deve ser marcada pela filiação do estudante, o que passa pelo estabelecimento de laços com os professores, com os colegas e com a Instituição. Coulon mostra como o sucesso acadêmico e a diminuição da evasão depende, em grande medida, da capacidade de inserção ativa dos estudantes em seu novo ambiente.

Poder-se-ia argumentar que essas dificuldades são dificuldades próprias de todo começo. Contudo sabemos que a vida universitária apresenta várias rupturas com a vida do estudante do ensino médio, além de em muitos momentos coincidir com a entrada do estudante na vida adulta, o que dificulta sobremaneira esse iniciar. No nosso caso, alunos já adultos necessitam conciliar trabalho, família e estudos, o que por sua vez constitui um grande desafio. Em qualquer caso, o estreitamento dos laços com a Instituição coloca o aluno em uma posição mais vantajosa, com sensação de pertencimento. O aluno, via de regra (argumenta Coulon) apresenta melhor rendimento e tende a não evadir.

Em relação ao Cálculo, DOOR (2017) estuda os problemas relativos ao ensino dessa disciplina, realiza um longo relato das dificuldades algébricas e conceituais dos alunos. A autora reflete sobre a impossibilidade de introduzir conceitos complexos como limites e derivadas que além da conceptualização de funções requerem maturidade em processos algébricos e intuição matemática, condições as quais os alunos prescindem. Nesse

sentido, quase todas as propostas para melhoria do ensino de Cálculo passa pela proposta de um curso de nivelamento: Cálculo zero, Matemática básica, Pré-cálculo. Qualquer que seja a designação, esta é uma proposta bastante recorrente, que pretende instrumentalizar os alunos nos conhecimentos básicos de matemática, necessários ao prosseguimento do curso. Contudo, Rocha (2016), Dor (2017), Muller (2015), dentre outros autores, argumentam que esses cursos não apresentam o resultado esperado, que não existe uma aprendizagem efetiva, que será utilizada na apreensão dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.

Diante desse dado da literatura, acreditamos que os conteúdos podem ser revisados (algumas vezes ensinados) em paralelo com o ensino do Cálculo, no lugar de ocuparem uma posição propedêutica.

Assim, o grupo de estudo cumpriria dupla função: Primeiro, paralelamente ao estudo da disciplina, os alunos estudariam procedimentos algébricos e numéricos, e em segundo, contudo não menos importante, estabeleceriam laços entre si, com os professores e com a Instituição.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Marcio Vieira. **Material para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral: Referência de Tall, Grueudet e Trouche**, 2017. Tese (Doutorado). Curso de Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC/SP. São Paulo, 2017.

COULON, Alain. **A condição de estudante: a entrada na vida universitária**. Salvador: EDUFBA, 2008.

DOOR, Raquel carneiro. **Análise de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma Universidade Pública Brasileira**, 2017. Tese (Doutorado) – Curso de Educação. Universidade de Brasília – UNB, Brasília, 2017.

MACHADO, Nilson José Machado. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 6 edições. São Paulo: Cortez, 2011.

MULLER, Thaisa Jacinto. **Objetos de aprendizagem multimodais e ensino do Cálculo: Uma proposta baseada em Na análise de erros**, 2015. Tese (Doutorado) . Programa de Pós-graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRS- Rio Grande do Sul, 2015.

RAFAEL, Rosane Cordeiro. **Cálculo Diferencial e Integral: um, estudo sobre estratégias para redução do percentual de não aprovação**, 2017. Tese (Doutorado). Pós graduação em Educação Matemática. Universidade federal de Juiz de Fora – UFJF, Juiz de Fora, 2017

ROCHA, M.M. **Releitura do processo de aprendizagem de estudantes repetentes de Cálculo I**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, 2016.

TEACHING OF CALCULUS AT THE ENGINEERING COURSE:  
TEACHING SIMULTANEITY OF CALCULUS AND BASIC MATHEMATICS

b

It is known that the teaching of Differential and Integral Calculus present problems during the teaching learning process, and as a consequence, there are high rates of dropout and failure. Among the problems, there is a lack of knowledge of Basic Mathematics what has been proved as relevant and recurring.

This article presents a teaching simultaneity proposal of Calculus and Basic Mathematics, with the aim to mitigate students' problems as the lack of algebraic resourcefulness. The research, which was carried out in a private college, measured the algebraic resourcefulness of a group of students in the first semester of the engineering course considering the basic mathematics, and then before and after another group to which Basic Mathematics and Calculus were taught simultaneously.

The results showed very meaningful results in the students' education, besides their permanence in the institution.

KEY WORDS: Differential and Integral Calculus, Calculus Teaching, Calculus Failure.