



COMPARAÇÃO DE CONTROLADORES MPC EM ESPAÇO DE ESTADOS E PID CLÁSSICO APLICADOS NO CONTROLE DE UM CIRCUITO RESISTOR-CAPACITOR REAL

Resumo: O presente trabalho compara o desempenho de dois controladores aplicados ao controle de um circuito resistor-capacitor (RC). Os controladores usados são o controlador clássico PID e o controlador preditivo MPC em espaço de estados. Para medição do circuito foram utilizadas simulações do modelo deste antes de se realizar o experimento real. Para a sintonia dos controladores foi utilizado algoritmo genético. Ao final, os resultados experimentais são apresentados e os dois controladores são comparados utilizando-se o índice de desempenho IAE do erro absoluto percebendo-se que o melhor desempenho foi do controlador MPC em espaço de estados.

Palavras-chave: Circuito resistor-capacitor, controlador PID, controlador preditivo.

1 INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta um estudo comparativo experimental de dois controladores monovariáveis quando aplicados a um circuito resistor-capacitor (RC). Os controladores utilizados são o controlador proporcional integral derivativo (PID) e o controlador *Model Predictive Control* (MPC) em espaços de estados.

O controlador PID possui a particularidade de aplicar, por padrão, a modelagem de um sistema dinâmico, controlado a partir de equações diferenciais.

Desde o surgimento do controle preditivo baseado em modelo, tornou-se possível o desenvolvimento e aplicação de uma variedade grande de algoritmos de controle em diferentes plataformas, essas informações, detalhes podem ser obtidas em Almeida (2011).

A vantagem do controlador preditivo é tomar a ação de controle levando em conta o conhecimento prévio de saídas futuras. A realização deste feito leva em conta a utilização de um horizonte de controle e um horizonte de predição. Com isso, o controlador preditivo tem a capacidade de prever eventos futuros e poder realizar medidas de controle adequadas às variações da planta. Controladores PID, por outro lado, não têm esta capacidade previsão (MIRANDA, 2005).

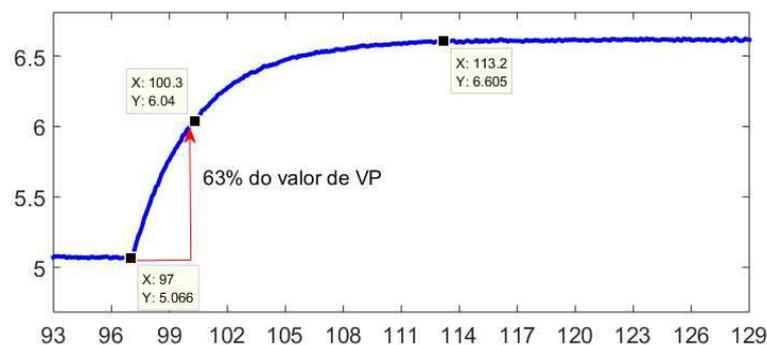
Este artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 é descrita a metodologia para a realização do trabalho. Na seção 3 é explicado o circuito resistor capacitor (RC). Na seção 4 será explicada a forma da implementação dos controladores. Na seção 5 serão demonstrados os resultados de simulação e práticos. Finalmente na seção 6 conclui-se este artigo.

2 CIRCUITO RESISTOR-CAPACITOR

Para efeito de aplicação do controlador será utilizado um circuito resistor-capacitor (RC). Um circuito RC é um dos mais simples filtros eletrônicos de resposta de impulso infinita analógicos. Ele é construído com um capacitor e um resistor podendo estar ligado em série ou em paralelo, sendo alimentado por uma fonte de tensão (SAUER et al, 2011).

O circuito RC fará a simulação de uma planta de nível. Um capacitor é um elemento do circuito RC que fará a simulação de um tanque. Este tanque encherá e esvaziará conforme o sinal de controle for alterado pelo controlador afim de alcançar a referência. A resistência fará as vezes de uma válvula a qual controlará o fluxo de corrente de vazão de entrada do capacitor. O circuito RC. A modelagem do circuito RC foi realizada utilizando-se a resposta ao degrau. Ao realizar o degrau de 1,5 V o circuito obteve a resposta de 63% (3.3 s), ao qual representa o τ , conforme é mostrado na figura 1.

Figura 1 – Modelagem do circuito RC de resposta ao degrau.



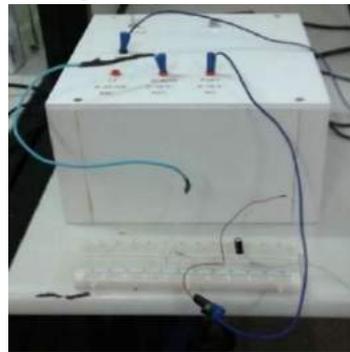
Para o cálculo da constante de tempo do circuito RC é necessário escolher os valores do capacitor e do resistor. O fato é que a escolha da resistência R, e da capacitância C definem o

tempo de carregamento e de descarregamento do capacitor escolhido em relação ao resistor escolhido. O valor do resistor utilizado é de $33k\Omega$ e do capacitor utilizado foi de $100\mu F$. Se multiplicarmos R (em ohms) por C (em farads) obtém-se a constante de tempo do circuito RC simbolizada por τ , conforme a equação 1.

$$\tau = R \times C \quad (1)$$

onde o tempo de carregamento e descarregamento do capacitor é de 5τ . Na figura 3 pode-se visualizar o circuito RC real. Com isso, a constante de tempo é igual a $RXC=33.000 \text{ ohms} \times 0,0001 \text{ farad} = 3,3 \text{ segundos}$.

Figura 1 – Circuito RC.



Afim de modelar o circuito RC foi realizado o teste de resposta ao degrau em malha aberta, onde pôs-se o valor $5V$ inicialmente e após o tempo de mudou-se o degrau para $6,5V$, conforme a figura 2. O sinal de controle (u) é dado em volts (V), ou seja, essa é a tensão de entrada do circuito. O sinal de saída (y) é dada, também em volts (V), o ponto da medição é onde existe a divisão de tensão entre os dois componentes integrantes do circuito. Com isso, chegou-se à equação final de representação do circuito na equação 2.

$$G(s) = \frac{1,55}{3,3s + 1} \quad (2)$$

Para encontrar a equação do processo afim de implementá-lo de forma computacional foi encontrada a equação discretizada, com isso, chegou-se à equação final de representação do circuito na equação 3.

$$G(z) = \frac{0,046276z^{-1}}{1 - 0,9752z^{-1}} \quad (3)$$

Ao final, foi montada a equação do processo conforme a equação 4.

$$y(t) = 0,9702y(t - 1) + 0,046276u(t - 1) \quad (4)$$

3 CIRCUITO RESISTOR-CAPACITOR

Nesta seção, serão explicados os controladores utilizados e a forma de como foram implementa-dos.

3.1 PID

Primeiramente, abordaremos o controlador tradicional PID. Matematicamente este controlador pode ser representado pela equação 5, a seguir:

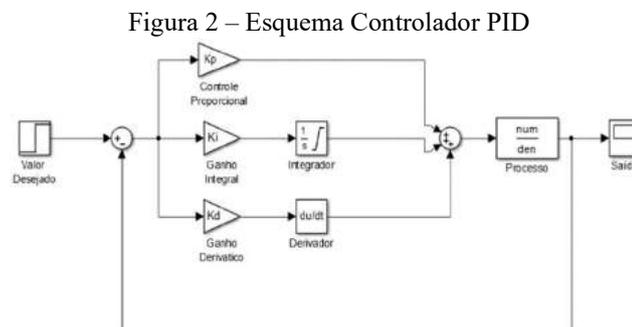
$$G_c(t) = K_c \left(e + K_i \int e dt + K_d \frac{de}{dt} \right), \quad (5)$$

onde, e é o sinal de erro; K_c , K_i e K_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo respectivamente. Aplicando-se a transformada de Laplace obtém-se a equação 6.

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{K_i}{s} + K_d s \right), \quad (6)$$

onde: $G_c(s)$ é equação do PID no regime da frequência, segundo padrão ISA.

Desta maneira a representação que ilustra a equação do PID pode ser apresentada conforme figura 4.



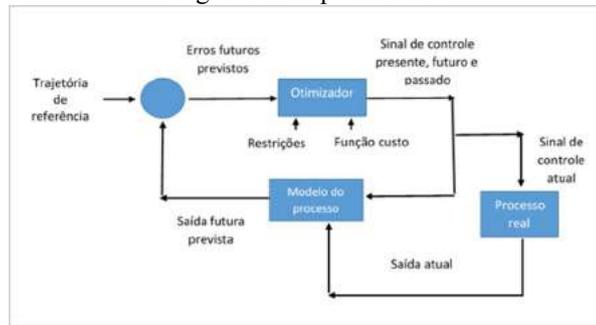
3.2 MPC

Controladores preditivos baseados em modelos (MPC's) fincaram as suas raízes há aproximadamente cinco décadas, quando Zadeh e Whalen (1962) realizaram uma amarração entre o problema de controle ótimo de tempo mínimo e a programação linear, e Propoi (1963) recomendou pela primeira vez uma aproximação por horizonte móvel para este problema de controle (a qual é a principal característica dos MPC's).

Se considerarmos os sinais apresentados como discretos no tempo, ou seja, $t = kT$, onde $k = 0, 1, 2, \dots$ e T como o período de amostragem. Simplificando o instante de tempo será somente $t = k$. O MPC utiliza uma estratégia de controle utilizando horizontes deslizantes (Almeida, 2011).

Conforme se passam os instantes em t obtemos o modelo do processo para realizar a predição das saídas futuras, também conhecidas como variáveis controladas, até que seja atingido o instante $t + N_2$, onde N_2 é o horizonte de predição. A otimização é realizada por uma função custo, também chamada de função objetivo. Para tanto, são calculados a sequência de sinais futuros, também conhecidas como variáveis manipuladas, $u(t + k)$, $k = 0, \dots, N_u - 1$, onde N_u é denominado horizonte de controle ao qual o horizonte de controle deve ser sempre menor que o horizonte de predição. O sinal $u(t)$ é aplicado ao processo e os outros sinais de controle futuros que foram calculados pelo otimizador são descartados. Na figura 5 podemos ver o algoritmo de controle otimizado (Almeida, 2011).

Figura 5 - Esquema MPC



A trajetória de referência demonstra o sinal desejado para a saída futura. Para que seja garantida a característica de previsão do controlador preditivo o conhecimento dela é fundamental. A trajetória de referência é dada pela equação 7 (SOUZA, 2007).

$$w(t) = r(t),$$

$$w(t + 1) = \alpha \cdot w(t + k - 1) + (1 - \alpha) \cdot r(t + k), \quad (7)$$

$$k = 1, \dots, 2,$$

Com isso, quanto maior o α maior o amortecimento da resposta ao tentar alcançar a referência $r(t)$ de forma mais lenta. A função custo é minimizada pela função custo a cada tempo de amostragem. A função custo é definida como a soma do erro quadrático entre a previsão da saída \hat{y} a k instantes a frente $\hat{y}(t + k)$ e a referência futura querida $w(t + k)$ somadas as variações dos sinais de controle futuros entre os instantes de amostragem $\Delta u(t + k)$, onde a equação 8 representa a função custo (LOPES, 2011).

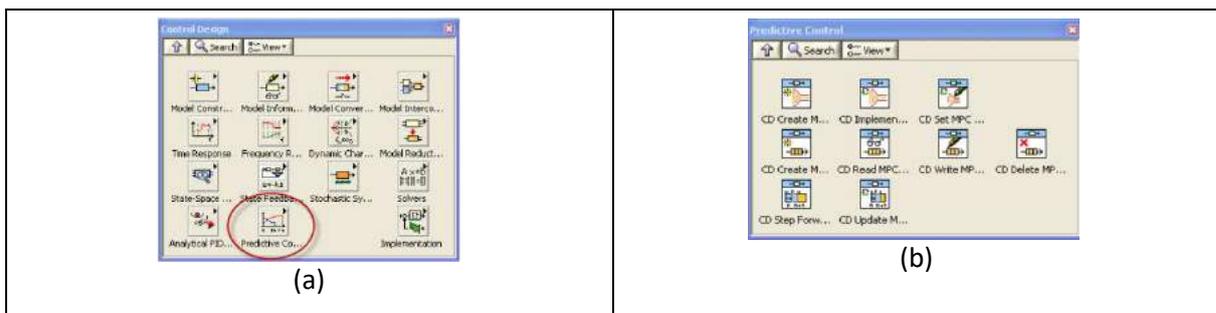
$$J(t) = \sum_{k=N_1}^{N_2} \delta [\hat{y}(t + k) - w(t + k)]^2 + \sum_{k=1}^{N_u} \lambda \Delta u^2(t + k - 1), \quad (8)$$

Onde δ e λ são ponderações de erro de previsão e do esforço de controle, respectivamente. N_1 e N_2 são horizontes de previsão mínimo e máximo e tem função de definir os instantes onde é desejável que a saída siga a referência e N_u é o horizonte de controle.

3.3 MPC no LABVIEW®

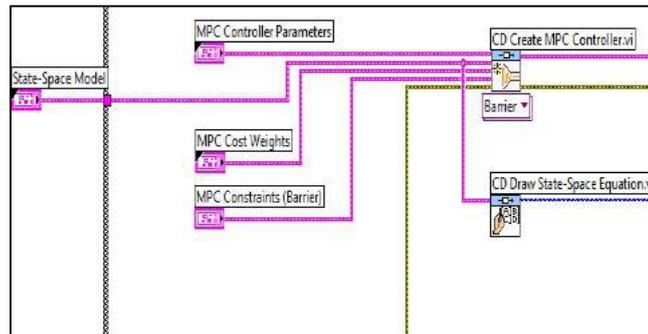
Para realizar a simulação e implementação do controle preditivo no circuito real empregou-se a palheta “Predictive Control”, dentro da palheta “Control Design” conforme mostra a figura 7a. Ao realizar o clique na palheta “Predictive Control” aparecem as opções abaixo, figura 7b:

Figura 3 - Palheta LABVIEW®



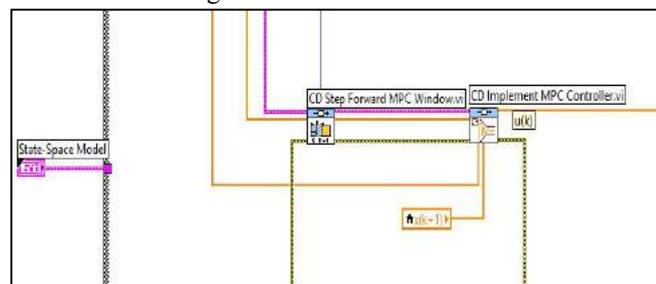
Com os blocos apresentados na 7b, tornou-se admissível o projeto de um controlador MPC com maior facilidade. Dessa forma, partiu-se para a implementação do programa no ambiente de diagramas de blocos do LABVIEW®. Primeiramente, fez-se necessária a inicialização do controlador fornecendo-lhe as entradas, que são: modelo em espaço de estados do processo, parâmetros do controlador (horizontes de controle e previsão), variáveis da função custo (ponderações de erro de previsão, do esforço de controle e fator de previsão da referência) e as restrições conforme demonstrados na figura 8:

Figura 8– Inicialização controlador MPC



O próximo passo consiste na geração das janelas das referências, e de controle para alimentar o bloco que calcula a ação de controle $u(t)$ a ser aplicada na planta, conforme figura 9:

Figura 9 – Controlador MPC



Finalmente, a saída do bloco otimizador do controlador é conectada ao processo no bloco que o descreve em espaço de estados, para a simulação, figura 10, ou na saída analógica a ser aplicada ao circuito real, figura 11:

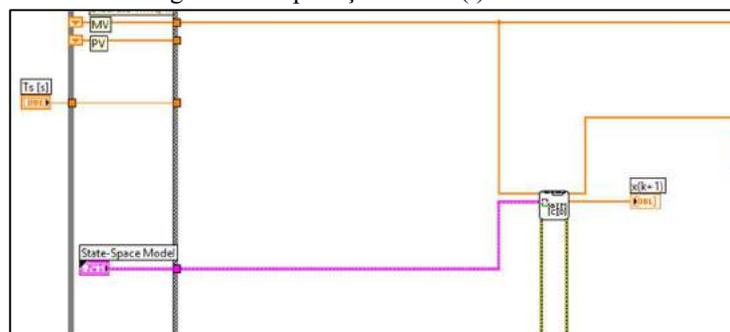
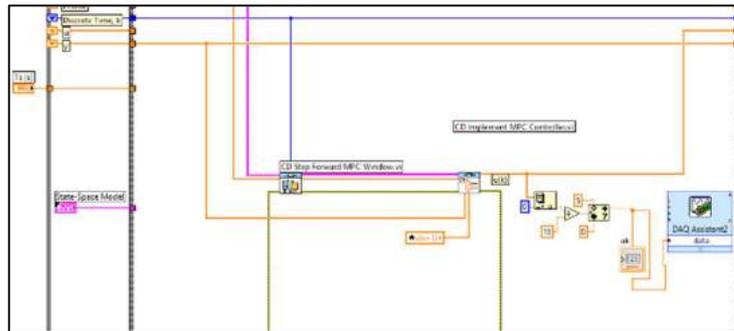
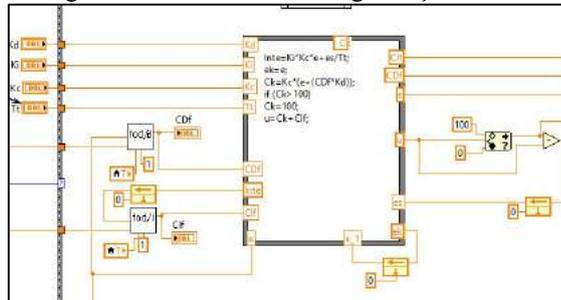
 Figura 10 - Aplicação sinal $u(t)$ no modelo


Figura 11 - Aplicação sinal $u(t)$ na planta real


3.4 PID no LABVIEW®

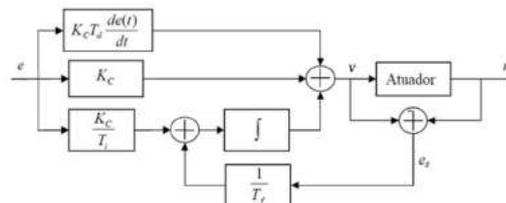
A implementação do controlador PID é ilustrada na figura 12 no LABVIEW®.

Figura 12 - Ambiente de Programação do PID



Ressalta-se que durante testes dos controladores, existiu a necessidade do tratamento do efeito *wind-up*, característico de controladores com ação integral. Este efeito apresenta o fenômeno do acúmulo do valor do termo integral, quando da saturação do sinal de saída, atrasando a ação do sinal de controle. Dentro das técnicas de *anti wind-up* existentes, empregou-se o chamado *Back-Calculation and Tracking*. Neste método, o termo integral é minimizado sempre que o sinal de controle $u(t)$ é inferior ao sinal de saída do controlador.

Figura 4 - PID com anti wind-up



Nota-se pela figura 16 que a entrada do integrador pode ser expressa por $\frac{1}{T_f} e_s + \frac{K_c}{T_i} e$, onde $e_s = -\frac{K_c T_f}{T_i} e$, no regime permanente. Sabendo-se que $e_s = u - v$, chega-se a equação 9.

$$v = u_{lim} + \frac{K_c T_f}{T_i} e, \quad (9)$$

onde u_{lim} é a saturação do sinal de controle. Desta forma, caso o sinal de saída do controlador v exceda o máximo sinal do sinal de controle, o termo integrador passa a ser reduzido com uma taxa de variação ajustada pelo parâmetro T_f .

4 RESULTADOS

Para análise e comparação dos resultados de erro foi utilizado o índice de desempenho *Integral Absolute Error* (IAE) que é calculado através da integração do erro absoluto no período de amostragem. A equação 10, mostra como é calculado o IAE.

$$IAE = \int_0^{\infty} |ea(t)| dt, \quad (10)$$

Após realizar os experimentos, tanto práticos como simulados ficou evidente a supremacia do controlador preditivo MPC em espaço de estados sobre o controlador clássico PID. Para realizar a melhor sintonia dos controladores foi utilizada uma implementação de algoritmo genético. Cada parâmetro de sintonia do controlador representa um cromossomo formando um indivíduo. A função fitness tinha como argumento de maximização da adaptabilidade de cada indivíduo gerado o índice IAE.

4.1 Dados da Simulação

O estudo simulado foi realizado para os dois controladores mostrados na seção 4. As sintonias e os resultados dos controladores foram mostrados na tabela 1 e na tabela 2.

Tabela 1– Valores de IAE de cada controlador na simulação.

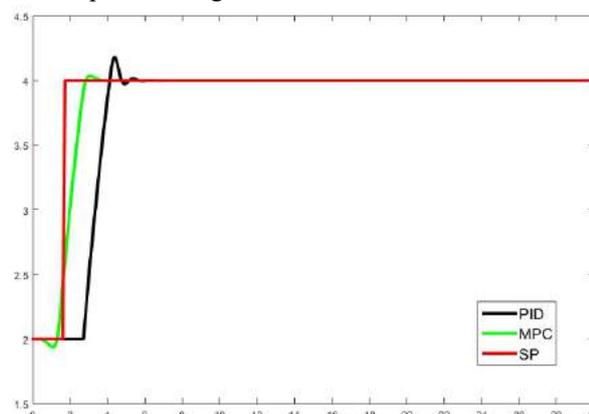
RESULTADO SIMULAÇÃO (RC)		IAE	OVER SHOOT	TEMPO DE ASSENTAMENTO
LABVIEW	PID A.G.	1,69	4,50 %	2,2 s
	MPC A.G.	0,90	0,45 %	1,7 s

Tabela 2– Valores de IAE de cada controlador na simulação.

SINTONIA LABVIEW (RC) - SIMULAÇÃO	Kp	Ki	Kd	hc	hp	α	δ	Λ
PID A.G.	2,99	0,98	0					
MPC A.G.				16	16	0	433,76	17,01

Na figura 17 pode-se observar a comparação da resposta ao degrau dos controladores PID e MPC em espaço de estados na simulação.

Figura 5 – Comparação de resposta ao degrau dos controladores ao circuito RC na simulação.



4.2 Dados do Experimento Prático

Os experimentos reais foram realizados para os dois controladores mostrados na seção 4. As sintonias e os resultados dos controladores foram mostrados na tabela 3 e na tabela 4.

Tabela 3– Valores de IAE de cada controlador no circuito real.

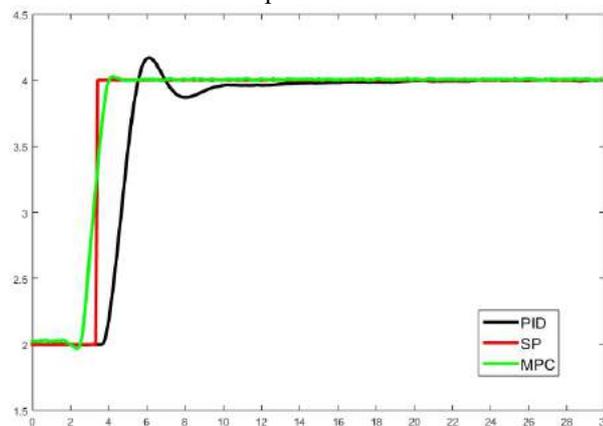
RESULTADO REAL (RC)		IAE	OVER SHOOT	TEMPO DE ASSENTAMENTO
LABVIEW	PID A.G.	3,27	16,65 %	12,3 s
	MPC A.G.	1,99	1,86 %	0,99 s

Tabela 4– Valores de IAE de cada controlador no circuito real.

SINTONIA (RC) - REAL	Kp	Ki	Kd	hc	hp	α	δ	λ
PID A.G.	2,99	0,2	0					
MPC A.G.				16	16	0	433,76	17,01

Na figura 18 pode-se observar a comparação da resposta ao degrau dos controladores PID e MPC em espaço de estados nos experimentos práticos.

Figura 6 – Comparação de resposta ao degrau dos controladores ao circuito RC nos experimentos práticos.



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal contribuição deste trabalho é a comparação de um controlador clássico a um controlador preditivo, tanto em simulação quanto no controle de um circuito real. Os resultados advindos dos experimentos demonstram que o desempenho do controlador preditivo é visualmente melhor que o desempenho de um controlador clássico. Para um possível trabalho futuro é pensado a implementação de um controlador preditivo para realizar o controle de seguimento de trajetória ou seguimento de caminho ao protótipo robô vigilante produzido pelo grupo de pesquisa de automação industrial do Instituto Federal do Espírito Santo – GAIN.

Agradecimentos

Por seu apoio ao diretor geral José Geraldo Orlandi do IFES/Campus Serra e à coordenação do mestrado de Automação Industrial IFES/Campus Serra.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Gustavo Maia. **Controle preditivo sintonizado via algoritmo genético aplicado em processos siderúrgicos**. 1ª edição, Vitória/ES: Appris Editora e Livraria Eireli - ME. 2011.

LOPES, José Soares Batista. **Controle preditivo robusto baseado em desigualdades matriciais lineares aplicado a um sistema de tanques acoplados**. 2011. 28 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.

MIRANDA, Filipe Costa Pinto dos Reis. **Identificação de sistemas em malha fechada usando controlador preditivo multivariável: um caso industrial**. 2005. 12 f. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

PROPOI, A. I. Use of LP methods for synthesizing sampled-data automatic. **Automatic Remote Control**, v. 24, p.837-844. 1963.

SAUER, G., QUEIROZ, J. P. A., BIAZOTTO, S. C., FIDÉLIS, A. J. Trigonometria Em Fenômenos Elétricos. **Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnológica**, Santa Catarina, v.1, n.1, p. 11-14, 2011.

SOUZA, Glauce Freitas de. **Integração da otimização em tempo real com controle preditivo**. 2007. 25 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

ZADEH, Z. A., WHALEN, B. H., On optimal control and linear programming, **IRE Transactions on Automatic Control**, p.44-45. 1962.

COMPARISON OF MPC CONTROLLERS IN SPACE OF STATES AND CLASSIC PID APPLIED IN THE CONTROL OF A REAL RESISTOR-CAPACITOR CIRCUIT

Abstract: *This paper compares the performance of two controllers applied to the control of a resistor-capacitor circuit (RC). The controllers used are the classic PID controller and the predictive controller MPC in state space. For measuring circuit simulations were used in this model before performing actual experiment. To the tune of controllers was used genetic algorithm. Finally, the experimental results are presented and of the two controllers are compared using the IAE performance index of absolute error is realizing that the best performance was the MPC controller in state space.*

Keywords: *resistor-capacitor circuit, PID controller, predictive control.*