

MODELAGEM DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA PARA SISTEMAS SISO SEM E COM ATRASO UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

*Primeiro Autor – e-mail**

*Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento**

*Endereço **

*CEP – Cidade – Estado**

*Segundo Autor – e-mail**

*Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento**

*Endereço**

*CEP – Cidade – Estado**

*Terceiro Autor – e-mail**

*Instituição de Ensino, Faculdade ou Departamento**

*Endereço**

*CEP – Cidade – Estado**

Resumo: A função de transferência configura-se em um parâmetro fundamental por descrever o comportamento de um sistema a um determinado estímulo. A análise desse comportamento torna-se possível a implementação de diferentes formas de controle com finalidade de obter um sistema controlado. Desta forma, é proposto nesse trabalho o desenvolvimento de uma ferramenta automatizada, baseado na utilização de algoritmos genéticos, para obter e descrever uma função de transferência que melhor caracterize a resposta natural do sistema. A ferramenta foi desenvolvida na plataforma Matlab®, e os resultados obtidos são comparados com os métodos de Ziegler–Nichols, Nishikawa e Mollenkamp por meio de índices de desempenho. Foram simulados sistemas Single Input – Single Output sem e com a constante de atraso para testar a ferramenta desenvolvida.

Palavras-chave: Algoritmos Genético, Sistemas Dinâmico, Teoria de controle.

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos foram desenvolvidos diversos métodos de modelagem matemática para sistemas dinâmicos, ao qual são citados como metodologias clássicas da área: Ziegler–Nichols (1942), Mollenkamp (1984) e Nishikawa (1984).

Apesar disso, os métodos clássicos apresentam limitações, em situações específicas, ao qual torna-se difícil obter a curva da resposta natural do sistema com os níveis desejados de precisão. Dessa forma, diversos autores como Dreiseitl e Jack (1995), Coelho e Coelho (1999), Abo-Hammour *et al* (2013), Song (2016) e De-Liang (2017) buscaram métodos baseado em algoritmos de busca e de otimização para encontrar as funções de transferências para diferentes sistemas dinâmicos. Os trabalhos dos pesquisadores citados assemelham-se a este por utilizar o Algoritmo Genético (AG) como método de busca e otimização para encontrar as Funções de Transferências (FT) de sistemas dinâmicos. Nos trabalhos citados foram utilizados o AG para predição de sistema dinâmicos lineares, controle de servo motores, controle de moinhos de carvão e otimização de redes neurais. Esse trabalho teve com finalidade a sua aplicação em um

sistema eletrônico. O AG é uma técnica de busca e otimização inspirado em conceitos biológicos e na teoria evolutiva de Darwin que descreve a estratégia de sobrevivência do mais apto. O princípio de funcionamento deste algoritmo associa os genes dos indivíduos aos parâmetros do problema ao qual deseja-se otimizar, obtendo o melhor valor quando um indivíduo consiga satisfazer o problema (Holland, 1975).

Com base nos trabalhos descritos, foi proposto e realizado o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que estimula um sistema, utilizando o sinal do tipo degrau, amostra e analisa a resposta natural do sistema, obtendo como saída uma FT no domínio complexo. A ferramenta dispõe das modelagens utilizando os métodos clássicos citados e por meio de AG. A validação do sistema ocorreu pela simulação de dois sistemas, sendo um sem e outro com a constante de atraso. Os resultados foram avaliados utilizando índices de desempenho ao qual ilustram uma maior eficácia da modelagem baseada no algoritmo de busca e otimização.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A notação mais comum para representar os modelos matemáticos de um sistema dinâmico é a FT. Essa função representa a razão do sinal de saída em relação ao sinal de entrada do sistema. Devido à complexidade da representação no domínio do tempo, muitos autores optam por representá-la por meio do domínio complexo, realizado com a utilização das transformadas de Laplace (OGATA, 2011).

Após a obtenção da resposta natural do sistema, cada metodologia utiliza um conjunto de manipulações matemáticas para obter os parâmetros da FT modelo. Para sistemas de primeira ordem com atraso, uma FT que representa o comportamento dinâmico é dada pela Equação (1):

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s} \quad (1)$$

e para sistemas de segunda ordem com atraso, a FT que pode representar o comportamento dinâmico é descrita pela Equação (2).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\eta + s)(\rho + s)} e^{-\tau s} \quad (2)$$

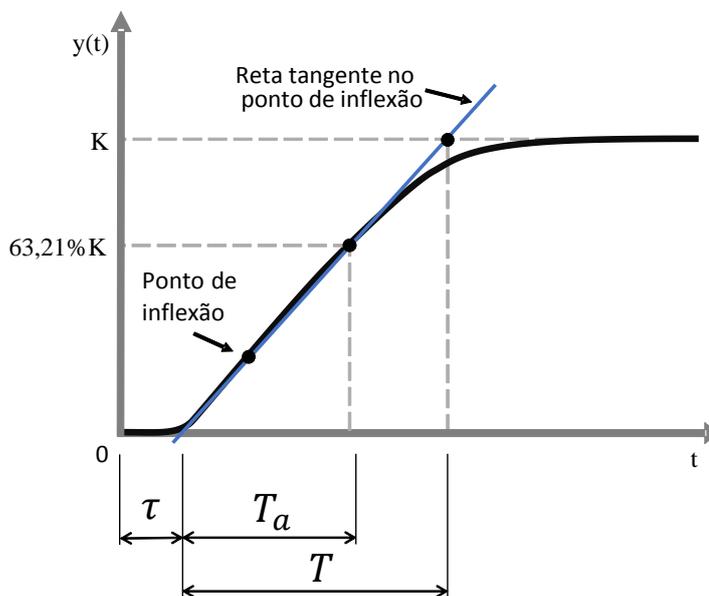
em que: $H(s)$, $Y(s)$ e $U(s)$ representam a FT, a saída e a entrada do sistema dinâmico, respectivamente; K , o ganho estático; τ , o atraso de tempo; T , η e ρ , as constantes de tempo.

2.1 Método de Ziegler-Nichols

O método desenvolvido por Ziegler-Nichols (1942) consiste em analisar o ponto de máxima inflexão ao qual é projetado uma reta tangente que indica o tempo de atraso (τ) e a constante de tempo (T) do sistema.

Posteriormente, esse método foi refinado por Åström e Hägglund (1984) ao qual substituíram o ponto de máxima inflexão pelo ponto ao qual o sistema atingia o valor de 63,21% do ganho estático (K) para traçar a reta tangente. A Figura 1 ilustra o modelamento de um sistema dinâmico utilizando o método de Ziegler-Nichols refinado (ZN).

Figura 1. Parâmetros de modelagem do método de Ziegler-Nichols.



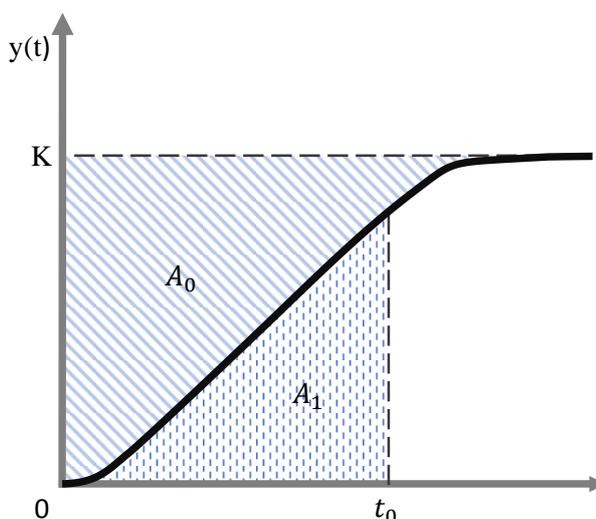
Fonte: adaptado de Åström e Hägglund (1984).

2.2 Método de Nishikawa

O método de ZN possui problemas em relação oscilações de operação o que tornava o controle menos confiável. Nesse sentido foi proposto por Nishikawa *et al* (1984) um método de estimação dos parâmetros da FT de primeira ordem com atraso (Equação 1), baseado no cálculo das áreas da resposta desse sistema.

Nesse método é calculado a área acima da resposta do sistema dinâmico, representada por A_0 , e uma área abaixo, representado por A_1 . A Figura 2 ilustra o modelamento de um sistema dinâmico utilizando o método de Nishikawa (NK).

Figura 2: Parâmetros de modelagem do método de Nishikawa.



Fonte: adaptado de Nishikawa *et al* (1984).

As Equações de 3 a 6 referem-se ao cálculo da função de transferência do método de NK:

$$A_0 = \int_0^{\infty} [\Delta y(\infty) - \Delta y(t)] dt \quad (3)$$

$$A_1 = \int_0^{t_0} \Delta y(t) dt; t_0 = \frac{A_0}{\Delta y(\infty)} \quad (4)$$

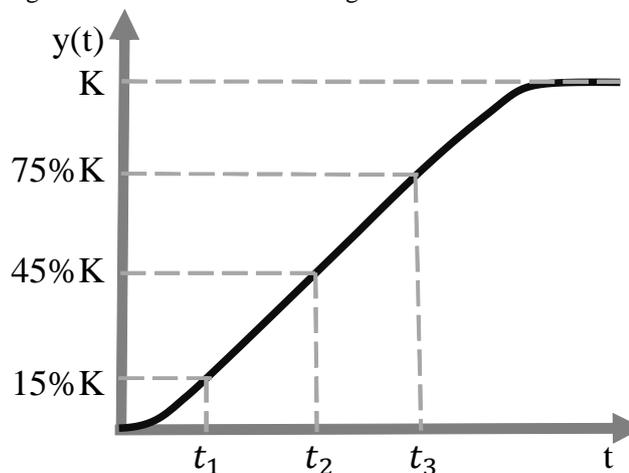
$$T = \frac{A_1}{0,368 \times \Delta y(\infty)} \quad (5)$$

$$\tau = t_0 - T \quad (6)$$

2.3 Método de Mollenkamp

O método de Mollenkamp (1984) permite modelar um sistema incluindo as oscilações naturais. Para isso, o método adiciona uma nova constante de tempo. Essas constantes passam a ser interpretadas como: fator de amortecimento (η) e frequência natural (ρ) (FONSECA, 2012). Diferentemente do método de ZN, o método de Mollenkamp (MK) utiliza três pontos de referência, que são equivalentes aos valores de 15%, 45% e 75% da constante de ganho estático (K). A Figura 3 ilustra o modelamento de uma função de transferência utilizando o método de MK.

Figura 3: Parâmetros de modelagem do método de Mollenkamp.



Fonte: adaptado de Mollenkamp (1984).

As Equações de 8 a 12 referem-se ao cálculo da função de transferência do método de MK:

$$\zeta = \frac{0,0805 - 5,547 \left[0,475 - \frac{(t_2 - t_1)}{(t_3 - t_1)} \right]^2}{\left[\frac{(t_2 - t_1)}{(t_3 - t_1)} - 0,356 \right]} \quad (7)$$

$$f_2 = \begin{cases} 0,708(2,811)^\zeta, & \zeta < 1 \\ 2,6\zeta - 0,6, & \zeta \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\omega_n = \frac{f_2}{t_3 - t_1} \quad (9)$$

$$\tau = t_2 - \frac{0,922(1,66)^\zeta}{\omega_n} \quad (10)$$

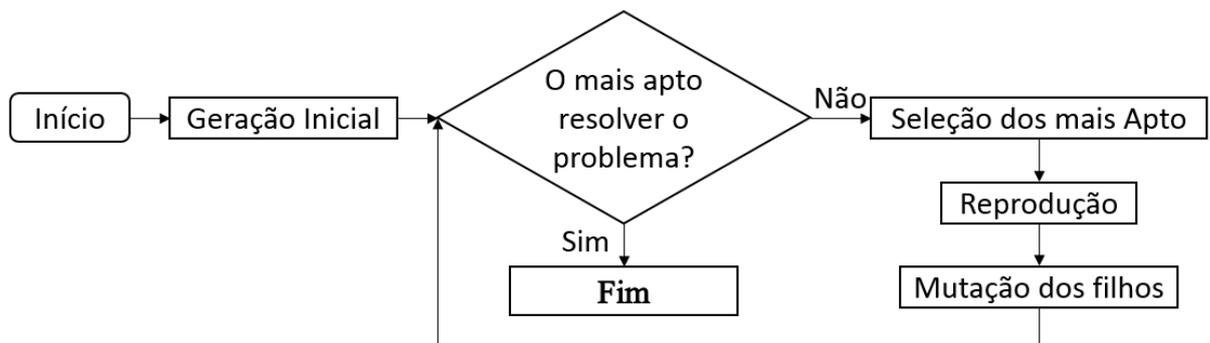
$$(\eta, \rho) = \frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \quad (11)$$

2.4 Método investigado

O método baseado no algoritmo de busca e otimização utilizando Algoritmos Genéticos (AG) consiste em associar os parâmetros da FT de primeira e de segunda ordem, a soluções individuais que serão otimizadas. Cada algoritmo de busca e otimização possui uma função objetivo que analisa se uma solução converge ou diverge do esperado. Em geral, as funções objetivas mais utilizadas baseiam-se na distância euclidiana.

O AG trata as possíveis soluções de um determinado problema como indivíduos de uma população, cada um com seus próprios genes (associados aos parâmetros da FT). À medida que as gerações vão passando, as piores soluções são descartadas e novas gerações baseadas nas melhores são criadas. O ciclo continua até que se atinja o objetivo ou o número de épocas pré-estabelecido. O diagrama de blocos do princípio de funcionamento do AG é ilustrado na Figura 3.

Figura 4: Fluxograma de funcionamento do Algoritmo Genético.

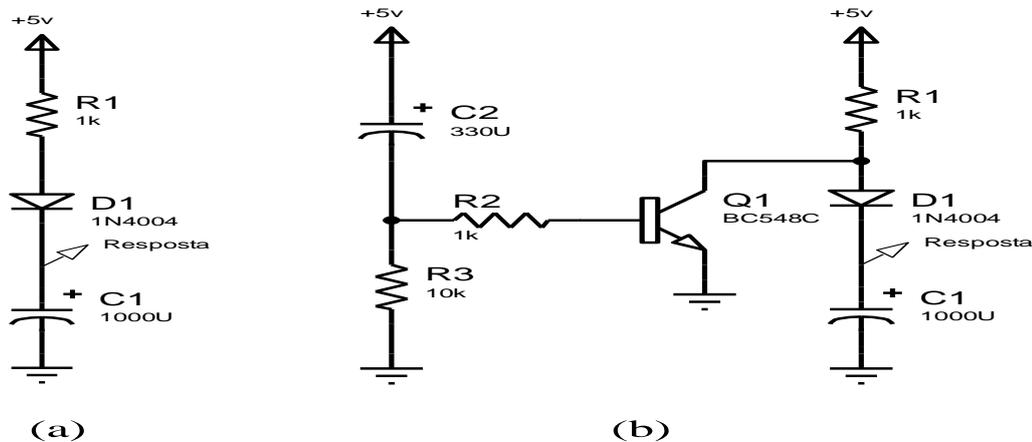


Fonte: adaptado de Linden (2007).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Para testar o desempenho dos métodos citados foram desenvolvidos dois circuitos elétricos no *software* de simulação Proteus 8.0, sendo o primeiro sem tempo de atraso e o segundo circuito com tempo de atraso, onde esses circuitos tem como objetivo carregar um capacitor. Os circuitos comunicaram-se diretamente com o *software* MatLab ao qual se encontrava o *script* de modelamento e a análise das funções de transferência desenvolvido como proposta deste trabalho. A comunicação entre os *softwares* ocorreu por meio da criação de uma porta de comunicação serial virtual. A Figura 4a ilustra o circuito carregador de capacitor sem atraso enquanto que a Figura 4b ilustra o circuito carregador com atraso.

Figura 5: Circuito de carga de um capacitor sem(a) e com (b) atraso.



Fonte: Autoria Própria.

Os comportamentos desses sistemas foram analisados em tempo real pelo Matlab® com os métodos descritos na seção 2. Com finalidade de definir qual método obteve os melhores resultados foram implementados índices de desempenho, sendo esses: (i) distância euclidiana; (ii) integral do erro quadrático; (iii) integral do erro absoluto; (iv) integral do erro absoluto ponderado no tempo; (v) raiz média quadrática do erro. Essas métricas são comumente utilizadas na área de controle. A Distância Euclidiana (DE) é uma medida de desempenho que avalia a distância entre dois vetores. A Equação 12 descreve o cálculo da DE:

$$DE = \sqrt{\int_0^L (A(t) - B(t))^2 dt} \quad (12)$$

em que $A(t)$ representa a resposta natural do sistema, $B(t)$ a resposta obtida pelo método especificado e L o comprimento total do vetor. A integral do erro quadrático (ISE – *Integral Squared Error*) é um índice que pondera em maiores proporções valores altos. A Equação 13 descreve o cálculo da ISE:

$$ISE = \int_0^L (A(t) - B(t))^2 dt \quad (13)$$

A integral do erro absoluto (IAE – *Integral Absolute Error*) representa o mesmo índice que o ISE, com o diferencial de não ponderar os grandes valores. A Equação 15 descreve o cálculo da IAE:

$$IAE = \int_0^L |A(t) - B(t)| dt \quad (14)$$

A integral do erro absoluto ponderado no tempo (ITAE – *Integral Time-weighted Absolute Error*) representa o mesmo índice que o IAE, com o diferencial de ponderar o erro ao longo do tempo, fazendo com que erros recorrentes possuam uma maior significância em relação aos erros pontuais. A Equação 15 descreve o cálculo do ITAE:

$$ITAE = \int_0^L t|A(t) - B(t)|dt \quad (15)$$

A raiz média quadrática do erro (RMSE – *Root Mean Square Error*) assemelha-se a métrica ISE, com o diferencial de apresentar a raiz do valor médio como resultado. A Equação 16 descreve o cálculo do RMSE:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L (A(t) - B(t))^2 dt} \quad (16)$$

4 RESULTADOS DO TRABALHO

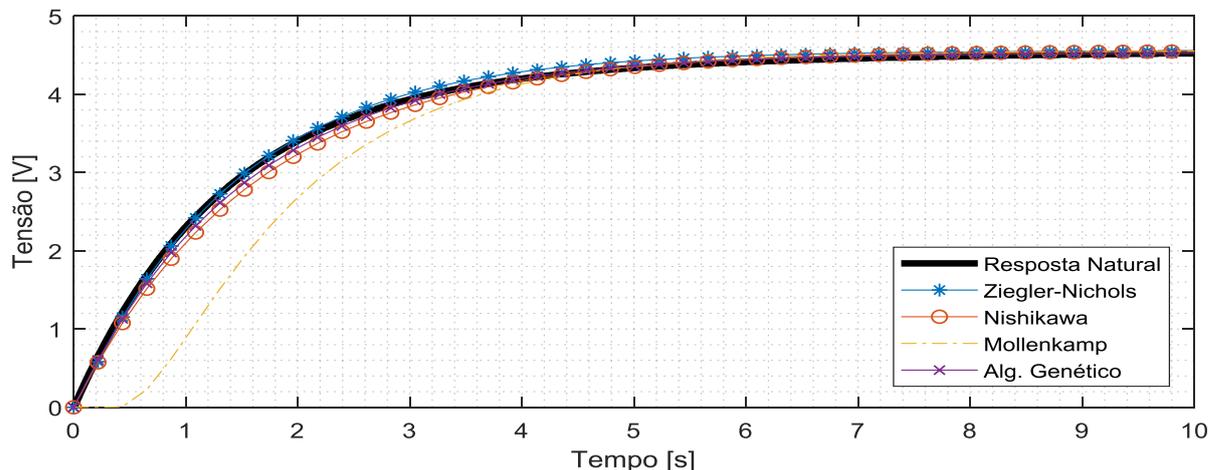
4.1 Sistema Dinâmico de Carregamento do Capacitor sem Atraso

A Figura 5 ilustra as curvas do carregamento do capacitor (circuito da Figura 4a) e as respostas dos modelos matemáticos utilizando os métodos de ZN, MK, NK e AG. É possível observar que os sinais resultantes apresentaram boa coerência com a resposta natural, sendo o modelo de MK o que mais divergiu na zona inicial. As FTs das Figuras 4a e 4b são descritas nas Equações 17 e 18, respectivamente.

$$H(s) = \frac{4,3}{1 + s} \quad (17)$$

$$H(s) = \frac{4,3}{1 + s} e^{-2,1s} \quad (18)$$

Figura 6: Resposta natural e das FTs obtidas para o sistema dinâmico de carregamento do capacitor sem atraso.



Na Tabela 1 estão ilustradas as FTs obtidas pelos métodos de modelagem testados.

Tabela 1. Funções de transferência obtidas para o sistema dinâmico de carregamento do capacitor sem atraso.

Método*	Função de transferência
ZN	$\frac{4,555}{1,402s + 1} e^{-0,0261s}$
NK	$\frac{4,555}{1,616s + 1}$

MK	$\frac{4,555}{0,4954s^2 + 1,705s + 1} e^{-0,398s}$
AG	$\frac{0,8852}{0,2967s + 0,1955}$

Observa-se que mesmo para os sistemas sem atraso os métodos de ZN e MK apresentaram um baixo tempo de atraso que pode ser caracterizado como ruído. Na Tabela 2 são apresentados os índices de desempenho implementados para comparar a resposta natural com as FTs obtidas para o sistema sem atraso, por meio dos métodos ZN, NK, MK e AG.

Tabela 2. Índices de desempenho das FTs para o sistema dinâmico de carregamento do capacitor sem atraso.

Método	Índice de desempenho				
	DE	ISE	IAE	ITAE	RMSE
ZN	2,19	4,79	73,0	397,0	0,0406
NK	3,11	9,69	81,6	286,4	0,0246
MK	18,08	326	351	696,2	0,1945
AG	1,74	3,01	47,5	191,0	0,0143

Analisando o gráfico da Figura 5 e os índices da Tabela 2 é possível concluir que o método AG, investigado neste trabalho, obteve os melhores parâmetros em todas os índices de desempenho.

4.2 Sistema Dinâmico de Carregamento do Capacitor sem Atraso

A Figura 6 ilustra a resposta natural do sistema obtido e as respostas geradas utilizando os métodos de ZN, MK, NK e AG. É possível observar que os sinais resultantes apresentaram uma ótima coerência com a resposta natural, onde na Tabela 3 são apresentadas as FTs obtidas pelos métodos de modelagem testados, enquanto a Tabela 4 apresenta os índices de desempenho implementados para comparar a resposta natural com FTs as obtidas para o sistema com atraso.

Figura 7: Resposta natural e das FTs obtidas para o sistema dinâmico de carregamento do capacitor sem atraso.

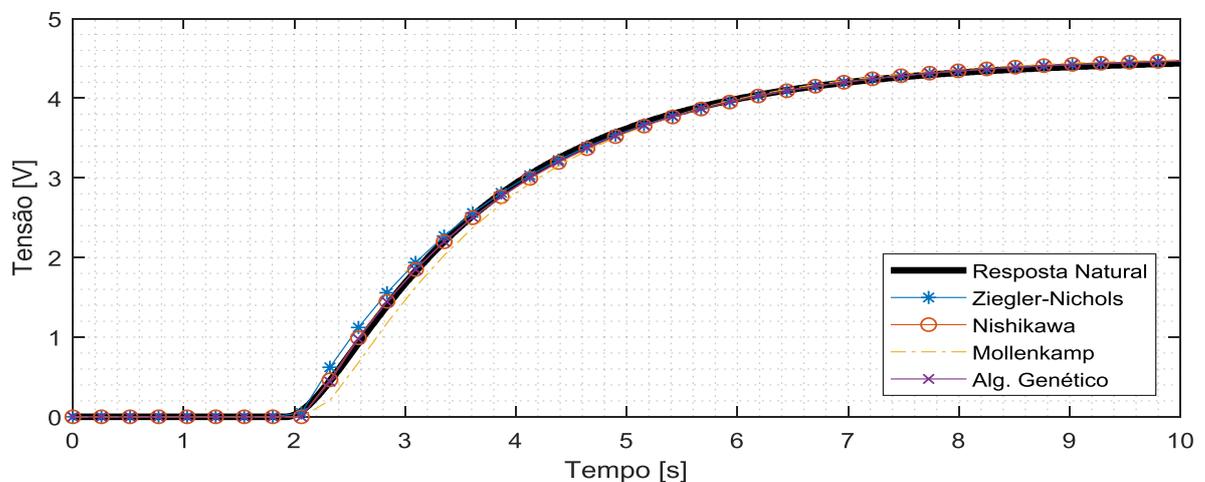


Tabela 3. Funções de transferência obtidas para o sistema dinâmico de carregamento do capacitor com atraso.

Método*	Função de transferência
ZN	$\frac{4,536}{1,887s + 1} e^{-2,04s}$
NK	$\frac{4,536}{1,859s + 1} e^{-2,12s}$
MK	$\frac{4,536}{0,3608s^2 + 1,943s + 1} e^{-2,1s}$
AG	$\frac{0,5255}{0,2124s + 0,1161} e^{-2,13s}$

Tabela 4. Índices de desempenho das FTs obtida do sistema dinâmico de carregamento do capacitor com atraso.

Método	Índice de desempenho				
	DE	ISE	IAE	ITAE	RMSE
ZN	1,81	3,29	39,4	234,9	0,0195
NK	1,08	1,17	32,7	228,5	0,0049
MK	2,97	8,84	71,4	398,0	0,0149
AG	0,94	0,88	26,7	185,4	0,0019

O método utilizando AG obteve os melhores resultados para o sistema com atraso. O segundo melhor método para os sistemas em questão foi utilizando o método de Nishikawa, seguido do Ziegler-Nichols e por fim o Mollenkamp.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram implementados os métodos clássicos de modelagem (Ziegler-Nichols refinado, Nishikawa, Mollenkamp) e o método investigado utilizando algoritmo genético como ferramentas de modelagem matemática, baseado na resposta natural do sistema dinâmico. Para comparar os métodos clássicos com o investigado optou-se pelo desenvolvimento de um sistema dinâmico sem e com atraso, cuja resposta natural foi submetida aos métodos analisados. Constatou-se que todos os métodos tiveram boas aproximações da resposta natural, tanto para o sistema com atraso quanto para o sem atraso, porém, sendo o método investigado (com algoritmo de busca e otimização) o melhor resultado nos índices de desempenho.

REFERÊNCIAS

Abo-Hammour, Z. *et al.* (2013). **A Genetic Algorithm Approach for Prediction of Linear Dynamical Systems**. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2013, pp. 1-12.

Åström, K. J. and Hägglund, T. (1984). **Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins**. *Automatica*, Vol. 20, no. 5, pp. 645-651.

Coelho, L. D. S. and Coelho, A. A. R. (1999). **Algoritmos Evolutivos em Identificação e Controle de Processos: Uma Visão Integrada e Perspectivas**. SBA Controle & Automação, Vol. 10, no. 01, pp. 13-30.

De-Liang, Z. *et al.* (2017). **Model identification of coal mill control system based on genetic algorithm**. 2017 29th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Chongqing (China), pp. 1607-1610.

Dreiseitl, S. and Jacak, W. (1995). **Genetic Algorithm Based Neural Networks for Dynamical System Modeling**. IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Perth (Australia).

Fonseca, C. A. G. (2012). **Estrutura ANFIS Modificada para Identificação e Controle de Plantas com Ampla Faixa de Operação e Não Linearidade Acentuada**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal (Brasil).

Linden, R. (2008). **Algoritmos Genéticos - Uma Importante Ferramenta da Inteligência Computacional**, 2ª Edição. Rio de Janeiro: Brasport.

Holland, J. H. (1975). **Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence**. Ann Arbor (United States): University of Michigan Press.

Mollenkamp, R. A. (1984). **Introduction to Automatic Process Control**. Instrument Society of America.

Nishikawa, Y. *et al.* (1984). **A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters**. *Automatica*, Vol. 20, no. 3, pp. 231-232, 1984.

Ogata, K. (2011). **Engenharia de Controle Moderno**. São Paulo: Pearson.

Song, Z. *et al.* (2016). **A Novel Inertia Identification Method for Servo System Using Genetic Algorithm**. 2016 International Conference on Smart Grid and Electrical Automation (ICSGEA), Zhangjiajie (China), pp. 22-25.

Ziegler, J. G. and Nichols, N. B. (1942). **Optimum Settings for Automatic Controllers**. ASME Transactions, pp. 759-765.

TRANSFER FUNCTION MODELING FOR SISO SYSTEMS WITHOUT AND WITH DELAY USING GENETIC ALGORITHMS

Abstract: *The transfer function is a parameter for describing the behavior of a system to a given stimulus. The analysis of this behavior makes it possible to implement different forms of control in order to obtain a controlled system. In this work, we propose the development of an automated tool, based on the use of genetic algorithms, to obtain and describe a transfer function that best characterizes the natural response of the system. The tool was developed on the Matlab® platform, and the results obtained are compared with the Ziegler-Nichols, Nishikawa and Mollenkamp methods through performance indexes. Single Input - Single Output systems were simulated without and with the delay constant to test the developed tool.*

Key-words: *Genetic Algorithm, Dynamic Systems, Control Theory.*