

## IDENTIFICAÇÃO DE PLANTA DIDÁTICA TERMICA UTILIZANDO O MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO RECURSIVO

**Lucas Cardoso Dias** – [lucas.cd@live.com](mailto:lucas.cd@live.com)

**Francisco Sales Ferreira Neto** – [francisco\\_sales97@hotmail.com](mailto:francisco_sales97@hotmail.com)

**Yago Wanderley Simões** – [yagwanderleysimoes@hotmail.com](mailto:yagwanderleysimoes@hotmail.com)

**Maísa Lauriane Ferreira Santos** – [maisalfsantos@gmail.com](mailto:maisalfsantos@gmail.com)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba

Av. Primeiro de Maio, 720 – Jaguaribe

58015-435 – João Pessoa – Paraíba

**Resumo:** A dificuldade da inserção dos estudantes da área de tecnologia em problemas apresentados na indústria é um paradigma comum do mundo universitário. Tal fato é proporcionado pela escassez de plataformas educacionais que simulem situações de processos que são comumente encontrados na indústria. Isto ocasiona um déficit na formação de profissionais aptos a aplicar o conhecimento obtido no ambiente acadêmico na solução de problemas industriais. Plantas didáticas apresentam-se como uma solução para este viés, uma vez que possibilita o aluno a aplicar fundamentos apresentadas na literatura em um sistema real, através de simulações computacionais, implementações de algoritmos, utilização de sistemas eletrônicos e embarcados, entre outros. Diante do exposto, este trabalho trata-se da utilização de metodologias de identificação de sistemas dinâmicos, apresentados em disciplinas de modelagem matemática e controle discreto, aplicados a uma planta térmica didática. Foi utilizado o modelo discreto ARX, com parâmetros estimados via algoritmo dos mínimos quadrados. Diante dos resultados, obteve-se uma aproximação entre curvas maior que 90%, validando o método e possibilitando a realização de projetos de sistemas de controle.

**Palavras-chave:** Algoritmo estimadores, modelagem matemática, modelo ARX.

### 1 INTRODUÇÃO

A identificação e modelagem matemática de sistemas dinâmicos é um tópico de bastante importância para a indústria. De acordo com Unberhauen e Roa (1998), é fundamental conhecer e compreender um sistema antes de manipulá-lo. A modelagem de um sistema se dá pela estimação da equação matemática que representa o comportamento do mesmo em relação a determinadas condições operacionais. (ISERMANN; LACHMANN, 1985; LJUNG, 1999). Na literatura podemos encontrar várias formas de classificar as técnicas de modelagem, sendo mais comum o agrupamento em três categorias: a modelagem caixa branca, caixa preta e caixa cinza.

Para a realização da modelagem caixa branca, se faz necessário um conhecimento prévio do sistema bem como das leis físicas que se aplicam a ele, o que torna este tipo de abordagem nem sempre viável devido ao seu alto grau de complexidade quando analisados sistemas dinâmicos de grande porte. Na identificação de sistemas, ou modelagem caixa preta, não se faz necessário o conhecimento dinâmico do sistema nem o conhecimento das leis físicas aplicados a tal, tornando-se uma alternativa a modelagem caixa branca. (AGUIRRE, 2007). Modelos gerados através da identificação tendem a ser mais simples, o que de acordo com Assis (2001),

apresentam vantagem no que se diz respeito a representação de processos complexos. Por sua vez, a modelagem caixa cinza combina as características dinâmicas obtidas por meio das leis físicas junto as técnicas de modelagem caixa preta (COELHO; COELHO, 2004).

Algoritmos estimadores são empregados na busca dos parâmetros ideais que compõem o modelo matemático do sistema, sendo estes encontrados através da minimização de uma determinada função custo que correlaciona as características apresentadas dos dados analisados com os aspectos do modelo utilizado (JOHANSSON, 1993).

A determinação de qual algoritmo estimador deve ser utilizado depende da forma que os dados são obtidos, podendo ser de duas formas: em tempo real (*online*) ou por acesso a um banco de dados previamente adquirido (*off-line*) (COELHO; COELHO, 2004). Outros fatores são levados em consideração para definir o estimador a ser utilizado, como a complexidade dinâmica do sistema que está relacionada com os graus de não linearidades presentes no mesmo (COSTA JUNIOR, 2016).

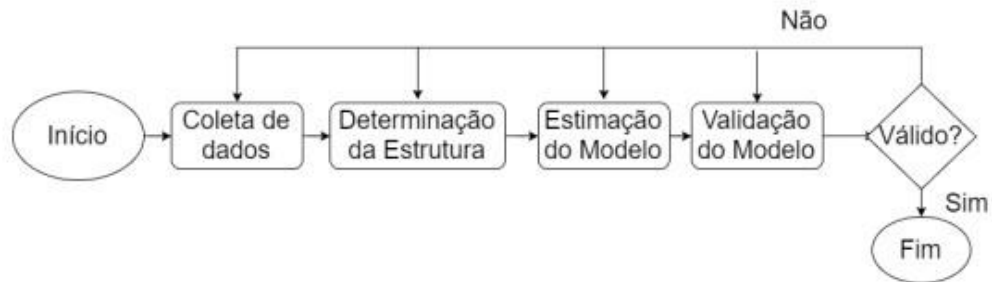
Devido as dificuldades presentes em obter banco de dados de processos industriais, o desenvolvimento de plantas didáticas apresenta-se como uma solução alternativa a fim de auxiliar alunos de cursos da área de tecnologia e engenharia ao estudo de identificação de sistemas. As plantas didáticas são plataformas de menor porte que simulam o ambiente de um determinado processo, desta forma possibilita o alunado a aplicar conhecimentos teóricos obtidos na solução de problemas reais.

Diversos trabalhos são apresentados na literatura voltados para a identificação de sistemas, como apresentado em X. Lin et al. (2015) e em H. Lu et al. (2017), porém, poucos são voltados especificadamente para o meio acadêmico ou aplicados em plantas didáticas. Desta forma, este trabalho tem como principal objetivo realizar uma abordagem sobre os aspectos teóricos presentes na literatura de identificação de sistemas aplicados em uma plataforma didática. A planta utilizada simula o processo de secagem de grãos por meio de fenômeno térmico, tendo como elemento de controle e aquisição de dados o sistema embarcado Arduino UNO R3. O projeto e implementação computacional dos modelos matemáticos é realizado no *software* MATLAB®. O algoritmo de estimação para a modelagem do sistema foi o método dos Mínimos Quadrados (MQ) aplicado no cálculo dos parâmetros que compõem o modelo *Autoregressive with Exogenous Inputs*, comumente apresentado na literatura pela sigla ARX, utilizado neste trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO E METODOLOGIA

Para realizar a identificação de sistema devemos seguir uma determinada ordem de passos, conforme ilustrado no fluxograma presente na Figura 1 (COSTA et al. 2017). Inicialmente na secção 2.1 é apresentado o sistema didático que se busca identificar, na secção 2.2 tem-se a coleta dos dados, na 2.3 a escolha da estrutura do modelo, 2.4 a estimação dos parâmetros do modelo, e por fim, na secção 2.5, a apresentação dos índices estatísticos *Root Mean Square Error* (RMSE) e o *Akaike Information Criterion* (AIC).

Figura 1- Passos para identificação de sistemas utilizando estimadores.

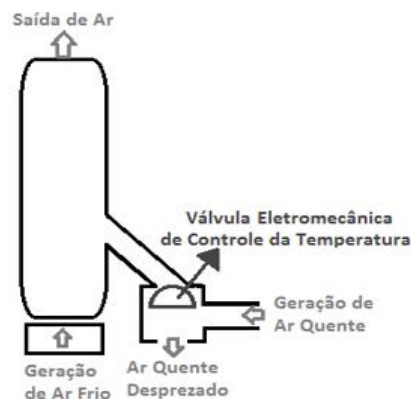


Fonte: Costa et al. (2017).

## 2.1 Planta Didática

O sistema dinâmico utilizado neste trabalho se trata de uma planta de temperatura confeccionada por alunos dos cursos de tecnologia e engenharia do IFPB – *Campus* João Pessoa. A plataforma consiste de um tubo de PVC, tendo em uma de suas entradas dois canais de ventilação. Em um deles se encontra um ventilador (*Cooler*) de computador, mantido ligado em velocidade constante e fornecendo ar ambiente para dentro da tubulação, ar ambiente este, que costuma se encontrar em torno de 25°C. Já o segundo canal está conectado a uma válvula que consiste de uma comporta acoplada a um Servo motor HS-422 de fabricação da *Hitec*, que controla o segundo fluxo de ar constante do sistema. Este último fluxo de ar possui uma temperatura elevada por um dispositivo composto de resistência elétrica ligada a uma fonte fixa de tensão. A Figura 2 ilustra o diagrama básico do sistema e na Figura 3 temos uma imagem do sistema propriamente dito.

Figura 2- Diagrama da planta didática.



Fonte: Torres et al. (2017).



Figura 3- Imagem da planta didática.



Fonte: Acervo pessoal.

A medição da temperatura dentro da tubulação é realizada por um sensor LM35 existente na ponta de saída do ar do sistema, onde o ar na saída da tubulação é composto da mistura do ar quente vindo da resistência elétrica e o ar ambiente vindo do ventilador. A leitura da temperatura é registrada por um microcontrolador Arduino Uno R3. A variação de temperatura dentro do sistema é realizada com a atuação do Servo motor que comanda a comporta de admissão de ar quente. Com a abertura da comporta (Servo motor com posição angular de  $95^\circ$ ) a tubulação tem sua temperatura aumentada. Com o fechamento da comporta (Servo motor com posição angular de  $5^\circ$ ) fica vedada a passagem de ar quente para dentro da tubulação, provocando o seu consequente resfriamento. Desse modo, consegue-se uma atuação do controle de temperatura. Dependendo da posição angular aplicada na válvula pelo Servo, será obtida leituras de temperaturas diferentes.

## 2.2 Coleta de dados

Inicialmente devemos definir a(s) entrada(s) e saída(s) do sistema e então, realizar a coleta desses dados mediante uma determinada entrada. Temos como exemplos de tipos de entradas utilizadas para identificação o degrau, degrau com ruído branco, *PseudoRandom Binary Sequence* (PRBS) e degrau com PRBS, onde:

- Degrão: Representa a mudança de um estado de *setpoint* para outro.
- Ruído Branco: É um sinal aleatório com igual intensidade em diferentes frequências.
- PRBS: Representa uma mudança pseudoaleatória do valor de *setpoint*.

No sistema em questão, se realizou testes com todos os tipos de entrada citados, a leitura do sensor LM35 como saída e a posição angular do Servomotor como atuador, por fim, se escolheu o degrau com PRBS como tipo de entrada para a identificação e demonstração do algoritmo.

## 2.3 Estrutura do modelo

Após a coleta de dados de entrada e saída do sistema, se escolhe o modelo em tempo discreto mais adequado para a sua representação. Segundo Aguirre (2007) existem algumas representações matemáticas que são especialmente adequadas a identificação de sistemas

usando-se algoritmos conhecidos para a estimação de parâmetros, sendo sua representação generalizada a Equação (1).

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}v(k) \quad (1)$$

Onde  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  e  $F(q)$  são os polinômios apresentados nas Equações (2), (3), (4), (5) e (6) e  $v(k)$  é o ruído.

$$A(q) = 1 - a_1q^{-1} \dots - a_nq^{-n_y} \quad (2)$$

$$B(q) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_u}q^{-n_u} \quad (3)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_v}q^{-n_v} \quad (4)$$

$$D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d} \quad (5)$$

$$F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f} \quad (6)$$

A primeira fração da Equação (1) normalmente é referida como a função de transferência do processo, já a segunda, a função de transferência do ruído. Partindo dela, consegue-se obter diferentes modelos, como o ARX, ARMAX (*Autoregressive Moving Average with Exogenous Inputs*), ARMA (*Autoregressive Moving Average*), BJ (*Box Jenkins*) e OE (*Output Error*).

O modelo ARX é obtido utilizando a Equação (1) e considerando  $C(q)=D(q)=F(q)=1$ . Resultando na Equação (7). Este é o modelo escolhido para o sistema utilizado neste trabalho.

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}v(k) \quad (7)$$

## 2.4 Estimação dos parâmetros

Na literatura são apresentados diferentes métodos de estimação de parâmetros de modelos lineares, dentre eles, a estimação por mínimos quadrados é o mais utilizado nos trabalhos científicos, uma vez que ele é a base para o desenvolvimento de outros métodos de identificação (LJUNG, 1999).

Segundo Coelho (2007), a estimação de parâmetros é um procedimento numérico que determina os valores desconhecidos que compõem o modelo como um problema de otimização, onde o melhor modelo é aquele que se ajusta às medidas para um dado critério.

Para o modelo ARX visto na Equação (7), tem-se  $(na + nb + 1)$  parâmetros a estimar. Para determinar os parâmetros  $a_i (i = 1, \dots, na)$  e  $b_i (i = 0, \dots, nb)$  se utiliza as medidas de entrada e saída do processo coletadas.

Se define o vetor de medidas  $\varphi(k)$  de dimensão  $(na + nb + 1) \times 1$ , que pode ser visto na Equação (8).

$$\varphi^T(k) = [-y(t-1) - y(t-2) \dots - y(t-na)u(t-d) \dots u(t-d-nb)] \quad (8)$$

E o vetor de parâmetros  $\varnothing(k)$ , também de dimensão  $(na + nb + 1) \times 1$ , visto na Equação (9).

$$\varnothing^T(k) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{na} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{nb}] \quad (9)$$

Utilizando o método dos mínimos quadrados não-recursivo, onde todos os dados adquiridos estão disponíveis, o vetor de parâmetros estimado  $\hat{\theta}(k)$  pode ser obtido pela Equação (10) (LJUNG, 1999).

$$\hat{\theta}(k) = [\varphi^T \varphi]^{-1} \varphi^T y \quad (10)$$

Com isso, o modelo da regressão linear da saída estimada  $\hat{y}(k)$  pode ser definida como a Equação (11).

$$\hat{y}(k) = \varphi^T(k) \hat{\theta}(k) + e(k) \quad (11)$$

## 2.5 Validação do modelo

Por fim, temos os modelos estimados pelo método dos mínimos quadrados e uma pergunta surge: “Qual dos modelos representou melhor o meu sistema?”, essa questão nem sempre é tão fácil de responder e não necessariamente possui uma resposta absoluta. Segundo Aguirre (2007), é necessário saber como o modelo será utilizado de forma a poder julgar se ele incorpora ou não as características requeridas, tendo em vista que nenhum modelo, por definição, irá representar todos os aspectos de um sistema real.

Uma das recomendações para a validação de um modelo é que se use diversas ferramentas, um conjunto de indicadores, no lugar de apenas um. Neste trabalho, com o uso da simulação, foram aplicados dois índices de validação, o RMSE e o AIC.

### 2.5.1 RMSE

O RMSE é um índice comumente utilizado para determinar a qualidade de modelos, pois é a raiz do erro médio quadrático da diferença entre a predição e o valor real, representando explicitamente o que vários métodos de estimação pretendem minimizar. Podemos ver o RMSE na Equação (12).

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2}} \quad (12)$$

Onde  $y$  é a saída coletada do sistema real,  $\hat{y}$  a saída estimada e  $\bar{y}$  a média da saída do modelo.

### 2.5.2 AIC

O AIC é um índice quantitativo que utiliza a função custo vista na Equação (13) e leva em consideração o número de dados e o número de parâmetros, obtendo a Equação (14) (HABER;UNBEHAUEN,1990;LJUNG,1996).



$$J_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (13)$$

$$AIC = N \ln[J_n] + 2p \quad (14)$$

Em que  $N$  é o número de dados utilizados para a estimação e  $p$  o número de parâmetros do modelo estimado.

### 3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

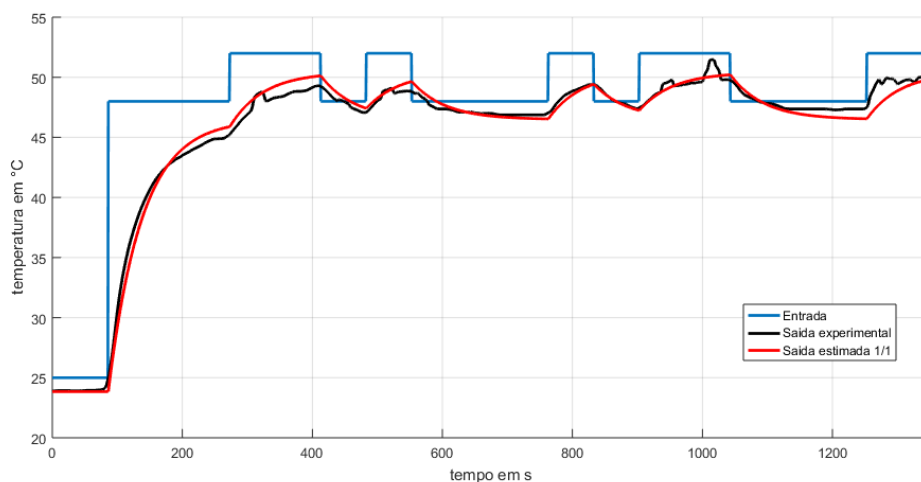
Neste trabalho se utilizou de um sistema dinâmico térmico, visando o objetivo da utilização do modelo matemático discreto ARX e do estimador de parâmetros mínimos quadrados para identificação.

Foi-se aplicado os tipos de entrada detalhados na seção 2.2, onde, priorizando a grande variação da leitura do sinal, se optou pela utilização do degrau com PRBS. Se fez a caracterização do sistema, transcrevendo a temperatura do mesmo em posição angular, assim, trabalhando na mesma variável temperatura tanto no *setpoint* como na leitura do sensor.

O degrau aplicado na coleta de dados foi da temperatura ambiente, que costuma se encontrar em 25°C, para o valor de 50°C. O PRBS proporcionava uma variação pseudoaleatória de 2°C no valor do degrau, tanto para baixo como para cima, fazendo dos valores finais de *setpoint* aplicados no sistema 48°C e 52°C, respectivamente. Com os dados coletados, se utilizou o *software* MATLAB, onde se definiu a estrutura do modelo ARX e o número de parâmetros de  $A$  e  $B$  para um modelo de primeira ordem, tendo em vista que, segundo CITAÇÃO, grande parte dos processos podem ser representados por um modelo de 1º Ordem. Por fim, o método dos mínimos quadrados foi implementado para realizar as estimações.

Na Figura 4 podemos ver os resultados obtidos, em azul temos o valor de *setpoint*, e em preto, os dados coletados da saída do sistema didático e em vermelho, os valores obtidos utilizando a estimação pelo método dos mínimos quadrados.

Figura 4- Sinais de entrada, e de saída experimental e simulado da planta didática



Fonte: Acervo pessoal.

Os valores dos parâmetros estimados pelo MQ foram  $a_1 = -0,9865$  e  $b_0 = 0,0133$ , com isso a função de transferência deste sistema no domínio  $Z$  é definida pela Equação (15).

$$H(z) = \frac{0,0133}{z-0,9865} \quad (15)$$

Como explicitado na seção 2.5, os métodos de validação utilizados neste trabalho são o RMSE e o AIC, os resultados são apresentados na Tabela 1. Tendo em vista que quanto mais próximo de 1 se encontra o valor de RMSE maior a aproximação entre os dados estimados e a curva real. Quanto menor o valor de AIC melhor o desempenho do modelo.

Tabela 1 – Valores da validação

$H(z) = \frac{0,0133}{z - 0,9865}$	RMSE	AIC
	0,9059	-1929

Fonte: Acervo pessoal.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho abordou a implementação de uma técnica aplicada a identificação de sistemas de uma planta didática térmica, discutindo e aplicando o conhecimento da metodologia presente na literatura. Desta forma, o conhecimento teórico obtido foi solidificado a partir do momento em que toda a teoria foi comprovada diante dos experimentos realizados.

A dificuldade de obter bancos de dados de plataformas utilizadas na indústria e sistemas de manufatura reais, cria uma barreira entre os estudantes da área tecnológica e a aplicação do conhecimento técnico. Partindo desse ponto, as plantas didáticas possibilitam a inserção do alunado em um ambiente que apresenta um problema real afim de ser solucionado.

A técnica de identificação de sistemas implementada apresenta um resultado satisfatório, tendo em vista que o modelo obteve uma aproximação entre curvas maior que 90%. Em posse deste modelo, torna-se possível o desenvolvimento de controladores capazes de manipular a dinâmica do sistema, tornando este, um tópico para trabalhos futuros.



## REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. Introdução à identificação de sistemas – Técnicas lineares e não-lineares aplicada a sistemas reais. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.

ASSIS, A. J. de., Identificação e controle de processos não-lineares utilizando redes neurais artificiais, 2001. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Identificação de sistemas dinâmicos lineares. Florianópolis (Brasil): Ed. UFSC, 2004.

COELHO, A. A. R. Algoritmos para estimação paramétrica de sistemas lineares. Em Aguirre, L. A.; Alves da Silva, A. P.; Campos, M. F. M.; Amaral, W. C. (Ed.) Enciclopédia de Automática. São Paulo: Editora Edgar Blücher. (2007). v. 3, Cap. 3.

COSTA JUNIOR, A. G. et al. Identificação de sistemas lineares por predição de erro e seus principais algoritmo recursivo. In: Ademir Gonçalves da Costa Junior; José Bezerra de Menezes Filho. (Org.). Estudos e aplicação em sistemas de controle, telecomunicações, acionamento e sistemas elétricos: enfoques com inovações e tecnologias. João Pessoa – PB: Editora IFPB, 2016.

HABER, R.; UNBEHAUEN, H. Structure identification of nonlinear dynamic system – A survey on input/output approaches. *Automatica*, v.26, p. 651-677.

ISEMANN, R.; LACHMANN, K.-H. Parameter Adaptive Control with Configuration Aids and Supervision Functions. *Automatica*, v.21, p. 625-638

JOHANSSON, R. System Modeling and Identification. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 1993.

LIN, X. et al. A controller implementation strategy for a practical heating process. In: 2010 5th International Conference on Computer Science Education. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1222–1225.

LJUNG, L. Development of System Identification. 13<sup>th</sup> IFAC *World Congress*, San Francisco, USA, 1996, P. 141-146.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.

LU, H. et al. Online identification for permanent magnet synchronous motor based on recursive fixed memory least square method under steady state. In: 2017 36th Chinese Control Conference (CCC). [S.l.: s.n.], 2017. p. 4824–4829. ISSN 1934-1768.

UNBEHAUEN, H.; ROA G. P. A review of identification in continuous-time systems. Em: *Annual Reviews in Control*. v. 26, p.145-171.

## IDENTIFICATION OF THERMAL DIDACTIC PLANT USING THE NON-RECURSIVE SQUARE METHOD

**Abstract:** *The difficulty of inserting technology students into problems presented in industry is a common paradigm of the university world. This is due to the scarcity of educational platforms that simulate process situations that are commonly found in industry. This causes a deficit in the training of professionals able to apply the knowledge obtained in the academic environment in the solution of industrial problems. Didactic plans present themselves as a solution to this bias, since it allows the student to apply foundations presented in the literature in a real system, through computational simulations, algorithm implementations, use of electronic systems and embedded, among others. In view of the above, this work deals with the use of methodologies to identify dynamic systems, presented in mathematical modeling and discrete control disciplines, applied to a didactic thermal plant. The ARX discrete model was used, with parameters estimated through least squares algorithm. In view of the results, it was possible to obtain an approximation between curves greater than 90%, validating the method and allowing the realization of control systems projects*

**Key-words:** ARX model, algorithm estimators, mathematical modeling.