

LACUNAS DE APRENDIZAGEM DE NÚMEROS COMPLEXOS: UM ESTUDO DE CASO COM ACADÊMICOS DE ENGENHARIA

Cassiano Scott Puhl – c.s.puhl@hotmail.com
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Avenida Ipiranga, 6681
90619-900 – Porto Alegre – Rio Grande do Sul

Tháisa Jacintho Müller – thaisamuller@gmail.com
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Avenida Ipiranga, 6681
90619-900 – Porto Alegre – Rio Grande do Sul

Isolda Gianni de Lima – iglima1@gmail.com
Universidade de Caxias do Sul
Rua Francisco Getúlio Vargas, 1130
95070-560 – Caxias do Sul – Rio Grande do Sul

Resumo: Este artigo enfoca a importância dos números complexos enquanto conhecimento base para a análise de circuitos elétricos em corrente alternada nos cursos de Engenharia. O objetivo deste estudo foi verificar o nível de compreensão de um grupo de acadêmicos de Engenharia de uma instituição de Ensino Superior do Rio Grande do Sul sobre conceitos e operações com números complexos. Além disso, buscou-se compreender os erros cometidos pelos acadêmicos ao efetuarem as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números complexos. A pesquisa teve cunho qualitativo, caracterizando-se como um estudo de caso único e holístico, cujo instrumento foi um questionário misto e cujo método de análise empregado foi a Análise de Erros. Concluiu-se que muitos acadêmicos não possuem os conhecimentos básicos de números complexos para analisarem circuitos elétricos em corrente alternada, sendo esse um problema frequente na Instituição de Ensino Superior. Os maiores índices de acertos ocorreram na adição e subtração de números complexos e, ainda assim, menos da metade dos participantes soube efetuar essas operações. Diante disso, sugere-se a utilização de um objeto de aprendizagem, elaborado para a construção de conhecimentos de números complexos, como possibilidade de recuperação dessas lacunas, propiciando conhecimentos prévios para a análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

Palavras-chave: Números Complexos. Lacunas de Aprendizagem. Acadêmicos de Engenharia. Análise de Erros.

1 INTRODUÇÃO

Os números complexos são considerados conhecimentos prévios, ou de matemática básica, para acadêmicos de Engenharia, e são úteis, principalmente, na compreensão e análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Entretanto, o conteúdo de números complexos não está sendo considerado na maioria das escolas de Ensino Médio (ELI, 2014; PEREIRA, 2016; COSTA, 2016), e quando ensinado, os estudantes evidenciam dificuldades para compreendê-lo (NOBRE, 2013; GUEDES JUNIOR, 2016; AVELAR, 2016).

Com o propósito de qualificar os processos de ensino e de aprendizagem, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define conhecimentos considerados essenciais para os estudantes

da Educação Básica, constituindo uma matriz curricular nacional (BRASIL, 2018). Os números complexos não constam nessa matriz, o que de certa forma justifica o fato de que os estudantes concluam o Ensino Médio sem conhecer esses números. Ademais, alguns professores do Ensino Médio os consideram um conhecimento desnecessário ou menos importante do que outros conhecimentos matemáticos e, portanto, devido a restrições de carga horária, muitas vezes optam por não o ensinar (NETO, 2013). Nesse cenário, o ensino de números complexos se encontra numa situação polêmica que gera debates para além da escola, pois os professores do Ensino Superior consideram o conteúdo um conhecimento básico que os acadêmicos deveriam apresentar ao ingressar numa Engenharia.

De fato, a falta de conhecimento dos acadêmicos sobre números complexos, que ocorre por desconhecimento ou problemas de compreensão, tem dificultado também o processo de aprendizagem de conteúdos da área da Engenharia, nos quais esses números são aplicados (COELHO, 2013). Por exemplo, a falta desses conhecimentos torna mais complexa a análise dos componentes de circuitos elétricos em corrente alternada, pois os números complexos simplificam esse processo e evitam o uso de equações diferenciais e propriedades trigonométricas (VILAS BOAS JUNIOR, 2014; AGRICCO JUNIOR, 2017; LINHARES, 2017; OLIVEIRA, 2018).

Diante desse contexto, investigou-se essa temática, buscando resposta à seguinte questão: *Os acadêmicos de Engenharia, de uma instituição de Ensino Superior do Rio Grande Sul, compreendem conhecimentos básicos sobre números complexos?* O objetivo foi, então, verificar se os acadêmicos de Engenharia dessa instituição dominam os conceitos e sabem operar com números complexos. Vale afirmar que nessa instituição, não há referência a números complexos na matriz curricular dos cursos de Engenharia; mesmo assim são utilizados na condição de conhecimentos prévios.

Para apresentar esse estudo, o presente artigo divide-se, então, da seguinte maneira: na primeira parte, apresenta-se uma breve explanação sobre o ensino de números complexos no Ensino Médio e sobre a sua importância nos cursos de Engenharia; na segunda seção, de aspectos metodológicos, são esclarecidos os procedimentos metodológicos deste estudo; a terceira seção é dedicada à apresentação e discussão dos resultados da pesquisa. Por fim, são expostas as considerações finais, com a sugestão de um recurso digital que pode auxiliar professores e acadêmicos na construção de significados sobre os números complexos.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa é de cunho qualitativo (CRESWELL, 2010), pois, além de verificar os conhecimentos de números complexos, busca compreender os erros dos acadêmicos, tornando-se, assim, "[...] um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um sistema social ou humano" (CRESWELL, 2010, p. 26). A investigação tem caráter descritivo, em que os procedimentos são mais relevantes do que o produto final, e os dados são analisados de forma indutiva (CRESWELL, 2010).

Em uma investigação qualitativa, o conhecimento e a informação não estão disponíveis em uma realidade objetiva, mas sim na compreensão idiossincrática do pesquisador sobre o fenômeno, ou seja, em uma realidade construída. Diante disso, nesta pesquisa, o instrumento para construção dos dados foi um questionário com perguntas abertas e fechadas (CRESWELL, 2010) que abordam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números complexos, além da representação geométrica do número no plano complexo.

O questionário foi aplicado no segundo semestre de 2017, a 51 acadêmicos de Engenharia que estavam matriculados em uma disciplina que aplica números complexos para analisar

circuitos elétricos em corrente alternada. Desses participantes, 29 cursaram o Ensino Médio em escola pública estadual, 21 na rede privada e um no Instituto Federal do Rio Grande do Sul.

Em relação ao tipo da pesquisa, utiliza-se o estudo de caso único e holístico (YIN, 2015). O estudo de caso é definido como “[...] uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites do fenômeno e o contexto não são claramente evidentes” (YIN, 2015, p. 39). No caso desta pesquisa, a aplicação ocorreu com um único grupo de acadêmicos e seus dados constituíram uma unidade de análise (holística).

Os dados foram analisados segundo a análise de erros (CURY, 2007), sendo esse método originário do início do século XX, nos Estados Unidos e Europa, e cujo objetivo é identificar os conhecimentos em que os estudantes apresentam dificuldades e, para estas, planejar estratégias didáticas que os auxiliem a construir significados (CURY, 2004, 2007). Por esse método, “[...] analisar as respostas produzidas pelos alunos, em qualquer conteúdo, é uma das formas de auxiliá-los a construir o conhecimento básico necessário para transitar pelos conteúdos específicos de suas áreas de formação” (CURY, 2007, p. 73).

A escolha do emprego da análise de erros justifica-se na medida em que a compreensão do erro pelo professor permite o planejamento de estratégias didáticas para construir ou reconstruir conhecimentos defasados; nesse sentido, “[...] o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre as suas respostas” (CURY, 2007, p. 80). Como prática de análise, o método considera todo o processo de resolução, sendo possível identificar erros de conhecimentos básicos ou que envolvem uma operação mais complexa, conforme é exemplificado por Cury (2004, p. 111): “um erro que parece pequeno e sem importância aos olhos dos alunos, como é o erro de sinal, pode trazer inúmeras dificuldades embutidas, em operações elementares ou na aplicação de fórmulas específicas”.

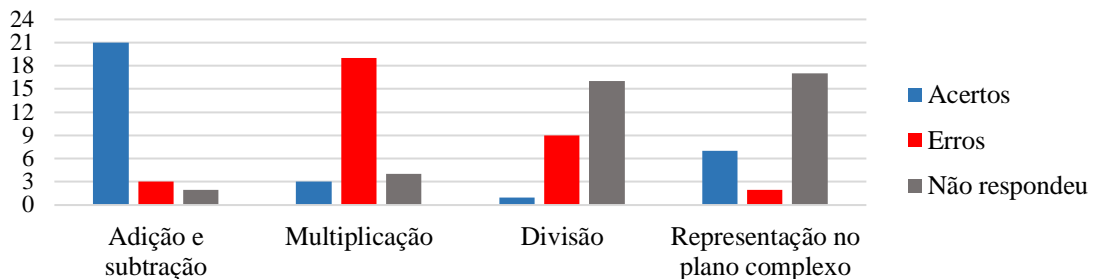
O procedimento para realizar a análise de erros compreende três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Na pré-análise, selecionaram-se os cálculos resolvidos com erros em um único arquivo, constituindo o *corpus* da pesquisa. Na fase de exploração do material, foi realizada uma “leitura” atenta, definindo as unidades de sentido em uma categorização inicial. Após isso, a partir da similaridade dos erros, definiram-se as categorias finais, classificando os erros para cada uma das seguintes operações com números complexos: adição e subtração; multiplicação; e divisão. Quanto à representação no plano complexo, também abordada no questionário, a categorização dos erros não foi um procedimento proveitoso e, na maioria dos casos, mostrou-se inconclusiva. Por fim, na fase de tratamento dos resultados, realizou-se a descrição dos erros, produzindo-se um texto-síntese sobre cada categoria com um exemplo ilustrativo do tipo de erro cometido pelos acadêmicos. Segue-se, na próxima seção, com o contexto da análise de resultados decorrentes.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme mencionado na introdução deste trabalho, o ensino de números complexos não vem ocorrendo para todos no Ensino Médio, o que a pesquisa confirma, pois, dos 51 participantes, somente 28 afirmaram terem estudado esses números no Ensino Médio; outros 16 afirmaram ter tido contato com o conteúdo somente no Ensino Superior, um em curso pré-vestibular, um no Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI) e cinco acadêmicos responderam que nunca haviam o estudado. Além disso, apesar de 46 acadêmicos terem confirmado que estudaram números complexos, somente 26 disseram saber efetuar operações

com tais números. Entretanto, ao resolver exercícios de operações com números complexos, o índice de acertos foi ainda menor, conforme consta na Figura 1.

Figura 1 – Índice de acertos das operações com números complexos



Fonte: Elaborado pelos autores.

Esse contexto não é exclusivo desse grupo de participantes: em 2013, nessa mesma instituição de Ensino Superior, realizou-se uma pesquisa similar, com 103 acadêmicos de Engenharia (PUHL; LIMA, 2014), em que os resultados foram semelhantes. Nessa pesquisa anterior, 53 participantes cursaram o Ensino Médio em escola pública, 43 na rede privada e sete não identificaram a escola. Em relação aos conhecimentos de números complexos, 85 afirmaram que estudaram números complexos, 59 desses no Ensino Médio e os demais 26 em uma disciplina do curso de Engenharia.

A Tabela 1 mostra um comparativo dos dados de 2013 e 2017. Observa-se que, na atual pesquisa, ou seja, a deste trabalho, os participantes mostraram um nível de compreensão maior. Em ambas, os participantes eram acadêmicos de Engenharia que utilizariam os números complexos para analisar circuitos elétricos em corrente alternada. Entretanto, há diferenças que precisam ser destacadas: em 2013, dos 103 participantes, 18 (17,5%) desistiram de efetuar as operações com números complexos, provavelmente por falta de conhecimento para concluir as resoluções; em 2017, dos 51 participantes, 25 (49%) não efetuaram tais operações. O maior índice de desistência dos participantes de 2017 pode ser considerado um fator que justifica o aumento da porcentagem de acadêmicos que acertaram as operações solicitadas. Ressalta-se, então, que os dados da Tabela 1 são referentes aos acadêmicos que sabiam efetuar as operações: 85 (dos 103 participantes) em 2013 e 26 (dos 51 participantes) em 2017.

Tabela 1 – Comparação do índice de acertos dos acadêmicos em 2013 e 2017

| Ano | Adição e subtração | | Representação no plano complexo | | Multiplicação | | Divisão | |
|------|--------------------|------------|---------------------------------|------------|---------------|------------|------------|------------|
| | Freq. Abs. | Freq. Rel. | Freq. Abs. | Freq. Rel. | Freq. Abs. | Freq. Rel. | Freq. Abs. | Freq. Rel. |
| 2013 | 22 | 25,9% | 19 | 22,4% | 3 | 3,5% | 0 | 0% |
| 2017 | 21 | 80,8% | 7 | 26,9% | 3 | 11,5% | 1 | 3,8% |

Fonte: Elaborado pelos autores.

Diante desses dados, observa-se que o contexto de acadêmicos com defasagem dos conceitos e operações com números complexos persiste nessa instituição de Ensino Superior, e, inclusive, cresceu, considerando que 25 do total de participantes (49%) em 2017 afirmaram inicialmente que não sabiam efetuar as operações, enquanto que na de 2013 foram 18 os que não afirmaram saber efetuá-las (17,5% do total). Os acadêmicos que não efetuaram as operações, ou que desistiram delas, dificultam o processo de investigar lacunas de

aprendizagem. O que foi analisado, então, considera as operações efetuadas e os erros apresentados, conforme segue.

3.1 Adição e Subtração

Em relação às operações de adição e subtração, observaram-se três erros, classificados em três tipos:

- O primeiro se deu na subtração, em que um acadêmico subtraiu somente a parte real do número complexo. A questão era a seguinte: dado os números complexos $z_1 = 4 + 3i$ e $z_2 = 2 - 5i$, determine $z_1 - z_2$, ao efetuar o cálculo, o acadêmico subtraiu apenas a parte real e acabou somando as partes imaginárias; assim seu resultado foi $4 + 3i - 2 - 5i$, ao invés de $4 + 3i - (2 - 5i)$, respondendo $2 - 2i$ para o que é, de fato, $2 + 8i$.
- O segundo erro é um indício da falta de compreensão dos números complexos; um acadêmico resolveu as operações de adição e subtração igualando-as a zero, e interpretou a unidade imaginária i como uma variável a ser calculada em uma equação. Esse tipo de erro também foi identificado em outras pesquisas (BERMEJO; MORAES; LIMA; GRAÇA, 2010). O erro apareceu na resolução de uma questão que solicitava o resultado da operação de $z_1 + z_2$, para $z_1 = 4 + 3i$ e $z_2 = 2 - 5i$. Ao resolver, o acadêmico procedeu da seguinte forma:

$$\begin{aligned}4 + 3i + 2 - 5i &= 0 \\4 - 2i &= 0 \\- 2i &= - 4 \\i &= 2\end{aligned}$$

- O terceiro erro também revela que não houve compreensão do que é um número complexo, pois o respondente não identificou as duas partes do número: ao efetuar somas e subtrações, ele juntou, simplesmente, o que era positivo e o que era negativo, não diferenciando parte real de parte imaginária. Ao efetuar a soma de $z_1 = 4 + 3i$ com $z_2 = 2 - 5i$, apresentou $4i$ como resultado.

3.2 Multiplicação

Na multiplicação, ocorreram 19 erros, também classificados em três tipos:

- O primeiro erro revela certo nível de compreensão do processo de multiplicação, pois os acadêmicos aplicaram a propriedade distributiva e somaram termos semelhantes; entretanto, não efetuaram a equivalência da unidade imaginária, $i^2 = - 1$, ficando o cálculo incompleto, dando indícios de que tenham entendido ser $- 2 + 5i - i^2$, por exemplo, termos de natureza diferente. Esse erro foi cometido por 12 acadêmicos.
- O segundo erro foi cometido por seis acadêmicos que, para multiplicar dois números complexos, não aplicaram a propriedade distributiva, multiplicando entre si as partes reais e as partes imaginárias, como no seguinte exemplo $(2 + 3i)(4 - 2i) = 8 - 6i^2$, o qual, para alguns, resultou em 14 por terem substituído $6i^2$ por $- 6$.
- O terceiro erro foi cometido somente por um acadêmico, que resolveu corretamente a multiplicação, aplicando devidamente a propriedade distributiva e a convertendo i^2 em -1 , mas que, ao simplificar a expressão, também não diferenciou a parte real da parte imaginária, somando partes que não eram semelhantes. Assim constava na resolução: $(2 + 3i)(4 - 2i) = 8 - 4i + 12i - 6i^2 = 8 - 4i + 12i + 6 = 22i$. Esse tipo de erro foi constatado nas operações de adição e subtração.

3.3 Divisão

Em relação aos erros cometidos na divisão, totalizaram-se nove, classificados em dois tipos:

- O primeiro erro, cometido por oito acadêmicos, aconteceu depois da montagem correta do cálculo, ou seja, expressando a divisão como uma fração, e se deu ao desmembrar a fração em divisões do que era real e do que era imaginário, ao invés de realizar a racionalização do denominador, ou seja, a multiplicação da fração pelo conjugado do denominador (para tirar a parte imaginária do denominador como conceito de divisão). Além disso, quando consideraram as partes imaginárias, os acadêmicos não efetuaram a divisão adequadamente. A seguir, o erro cometido pelos acadêmicos está demonstrado: $\frac{8-6i}{2+3i} = \frac{8}{2} - \frac{6i}{3i} = 4 - 2i$.
- O segundo erro, cometido por um acadêmico, foi o de considerar as partes real e imaginária como termos do mesmo tipo, juntando-as como imaginários puros e depois efetuando uma divisão destes. O acadêmico procedeu desta forma: $\frac{8-6i}{2+3i} = \frac{2i}{5i} = 0,4$.

3.4 Representação no plano complexo

Sobre a representação do número complexo no plano, apenas sete acadêmicos souberam fazê-la, mas a maioria (17 acadêmicos) sequer esboçou alguma representação, e dois deles marcaram pontos ou representaram segmentos de retas aleatórios no plano complexo, não sendo possível compreender e classificar os erros, relacionando o que foi apresentado com algum significado de números complexos.

3.5 Discussão dos resultados

Ampliando a discussão, e especificamente sobre as quatro operações básicas, tem-se a relatar deste estudo que efetuar adições com números complexos não é diferente de efetuar-las com outros tipos de termos algébricos, cujo princípio é juntar termos semelhantes; isso acontece também com a subtração, assim que é convertida na soma com termos opostos. As defasagens, nesse sentido, se observaram, por exemplo, quando, para somar, um dos acadêmicos juntou o que era positivo, independentemente de serem partes reais ou imaginárias, e considerou-as como parte real e as negativas como parte imaginária. Outros acadêmicos, ao subtrair números $a + bi$, subtraíram apenas a , incorrendo nos mesmos erros básicos que acontecem quando a subtração envolve mais de um termo e “entra na conta” apenas o primeiro deles, ou, também como aconteceu para alguns, ainda não há clareza em operar com sinais do tipo “menos mais” e principalmente “menos menos”.

Sobre a multiplicação, os acadêmicos demonstraram desenvoltura ao aplicar a propriedade distributiva, mas, para boa parte deles, i^2 era desconhecido como sendo -1 , dando indícios de que não compreendiam o sentido do conceito de unidade imaginária, uma vez que essa é a definição que deu origem ao campo numérico dos números complexos. Com isso, para esses acadêmicos, um número como, $2 - 5i + 2i^2$ era entendido apenas como um trinômio, além dos casos de enfrentamento incorreto ao efetuar a soma dos produtos resultantes, como referido no parágrafo anterior.

No caso da divisão, novamente a falta de ou a pouca familiaridade com números complexos ficou evidente. No caso de alguns, a questão sequer foi resolvida e, para outros, a operação consistiu de um rearranjo de partes reais e imaginárias criadas de diferentes modos, que não expressavam uma lógica com sentido e significado para números complexos.

A representação geométrica, por sua vez, serviu de confirmação sobre lacunas e defasagens de conhecimentos básicos de números complexos pelos acadêmicos de Engenharia. Esse contexto provavelmente propiciará outras defasagens ou aprendizagens mecânicas, pois os acadêmicos não terão os conhecimentos prévios estruturantes para compreender os conceitos e as operações que estão envolvidos no processo de análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados desta pesquisa reforçam a perspectiva de que o ensino de números complexos não tem ocorrido ou não está promovendo uma aprendizagem significativa no Ensino Médio. Pelos dados construídos consegue-se apresentar uma resposta à questão norteadora desta investigação: *Os acadêmicos de Engenharia, de uma instituição de Ensino Superior do Rio Grande Sul, compreendem conhecimentos básicos sobre números complexos?* Conclui-se que são poucos os acadêmicos que compreendem os conceitos e operações básicas com números complexos, sendo que há certo domínio apenas das operações de adição e subtração. Contudo, para cursar a disciplina de Engenharia que analisa circuitos elétricos em corrente alternada faz-se necessário dominar as quatro operações. Além disso, os acadêmicos precisam compreender o processo de transformação do número complexo da forma algébrica para a forma trigonométrica (polar) e vice-versa, pois a adição e subtração são menos trabalhosas na forma algébrica, enquanto que a multiplicação e a divisão são mais simples na forma trigonométrica (polar). Nessa investigação, nenhum dos acadêmicos que participou da pesquisa tentou realizar essas transformações, sendo esse um indício do desconhecimento da forma trigonométrica (polar) de números complexos, revelando lacunas de aprendizagem dos conhecimentos que envolvem os números complexos.

As lacunas de aprendizagem, em geral, são também motivo para as altas taxas de evasão, que ocorrem expressivamente nos primeiros anos da graduação e, principalmente, nos cursos de Engenharia (BOERO, 2006; ALMEIDA; GODOY, 2016; LINHARES, 2017). Cabe ao professor buscar alternativas diante desse contexto, para que os acadêmicos superem dificuldades para enfrentar as exigências curriculares, sem comprometer o processo de aprendizagem, ou seja, não promovendo uma prática pedagógica conservadora, repetitiva e acrítica (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2013).

A análise de erros é um método que identifica as lacunas e defasagens dos estudantes, a partir do erro cometido, fornecendo informações para os professores planejar alternativas pedagógicas que propiciem a construção ou a reconstrução dos conhecimentos matemáticos compreendidos erroneamente. No contexto das lacunas na aprendizagem de números complexos, em 2013, apresentaram-se alternativas pedagógicas, em uma visão geral, que buscam qualificar os processos de ensino e aprendizagem de números complexos (MORALES; PUHL; LIMA, 2013). As propostas consideravam as tecnologias digitais como o principal recurso didático de apoio citado, e consistiram em sugestões aos professores universitários e aos acadêmicos para a construção ou reconstrução de conhecimentos considerados prévios para, posteriormente ou concomitantemente, abordar a análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Com o avanço dos estudos, e visando criar um recurso digital que propicie uma aprendizagem autônoma e significativa de números complexos, desenvolveu-se um objeto de aprendizagem denominado *Números Complexos: interação e aprendizagem*¹, produto educacional de uma pesquisa de mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática (PUHL, 2016).

¹ Disponível em <https://matematicacomplexa.000webhostapp.com/>. Acesso em: 13 abr. 2019.

O objeto de aprendizagem *Números Complexos: interação e aprendizagem* foi elaborado com diversos ambientes que atendem a objetivos didáticos variados e com o propósito de qualificar os processos de ensino e de aprendizagem (PUHL; LIMA, 2018). Entre os ambientes de aprendizagem, destaca-se o do *Fazer e compreender* implementado com potencial para amenizar o problema das lacunas de aprendizagem, com orientações e desafios para instigar a ação cognitiva do acadêmico e favorecer a construção de significados dos conceitos e operações com números complexos, por meio de uma sequência planejada com aplicativos do GeoGebra.

Os acadêmicos que participaram da pesquisa apresentada neste trabalho consideraram relevante a existência de um objeto de aprendizagem que proporcionasse a compreensão dos conceitos e das operações com números complexos, mas ressaltaram a importância de estabelecer uma relação dos conhecimentos matemáticos com a área de Engenharia, isto é, por meio da proposição de atividades contextualizadas. Diante disso, o objeto de aprendizagem está sendo aprimorado para contemplar atividades contextualizadas e, posteriormente, será aplicado novamente para avaliar as suas potencialidades como um recurso didático de construção ou reconstrução de significados dos conhecimentos básicos de números complexos, necessários na disciplina sobre circuitos elétricos em corrente alternada.

Portanto, conclui-se que vários dos acadêmicos de Engenharia estão ingressando no Ensino Superior sem o conhecimento necessário para utilizar os números complexos na análise de circuitos elétricos em corrente alternada. Os números complexos são considerados um conhecimento básico por professores de Engenharia, porém esse conteúdo é raramente ensinado no Ensino Médio e parece que assim continuará sendo, haja vista a tendência que se vislumbra com a BNCC (BRASIL, 2018). Diante disso, as tecnologias digitais são uma alternativa didática para resolver esse problema. O objeto de aprendizagem *Números Complexos: interação e aprendizagem* foi implementado com recursos para auxiliar os acadêmicos a compreenderem os conceitos e operações com números complexos necessários para analisar circuitos elétricos em corrente alternada. Ainda assim, com novos estudos, o objeto está sendo ampliado para estabelecer uma relação do conhecimento matemático (números complexos) com a área de Engenharia (análise de circuitos elétricos em corrente alternada), motivando os acadêmicos a interagir no objeto de aprendizagem e buscando desenvolver uma aprendizagem significativa sobre números complexos.

Agradecimento à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro na pesquisa de doutoramento que, atualmente, investiga sobre números complexos na Engenharia Elétrica e na qual se insere este trabalho.

REFERÊNCIAS

AGRICCO JUNIOR, R. C. **Números complexos e grandezas elétricas: análise de livros didáticos apoiada na teoria dos registros de representações semióticas**. 2017. 215f. Dissertação (Mestrado). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

ALMEIDA, E.; GODOY, E. V. A evasão nos cursos de Engenharia: uma análise a partir do Cobenge. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 44., 2016, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2016.

AVELAR, C. B. **O fascinante mundo dos números complexos**. 2016. 103f. Dissertação (Mestrado). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos/SP, 2016.

BERMEJO, A. P. B.; MORAES, M. S. F.; LIMA, T. A.; GRAÇA, V. V. Dificuldades na aprendizagem dos números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador/BA, 2010.

BOERO, M. L. A evasão escolar em uma universidade privada. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 34., 2006, Passo Fundo. **Anais...** Passo Fundo, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educar é a base.** Brasília: MEC, 2018.

COELHO, M. C. B. **Números Complexos e suas aplicações geométricas no ensino superior.** 2013. 112f. Dissertação (Mestrado). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2013.

COSTA, J. C. **Números Complexos: uma abordagem com ênfase em aplicações na matemática e em outras áreas.** 2016. 67f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2016.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto.** 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CURY, H. N. "Professora, eu só errei um sinal!": como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem. In: CURY, H. N. (Org.). **Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004.

_____. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

_____. Cobenge e ensino de disciplinas matemáticas nas Engenharias: um retrospecto dos últimos dez anos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 30., 2002, Piracicaba. **Anais...** Piracicaba: Unimep, 2002.

ELI, J. **Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica.** 2014. 171f. Dissertação (Mestrado). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2014.

GUEDES JUNIOR, R. R. **Números complexos: desenvolvimento e aplicações.** 2016. 64f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

LINHARES, M. F. **Análise dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA's) AulaNet, Moodle e TeEducat e implementação do ambiente Moodle na Universidade Santa Úrsula.** 2017. 109f. Dissertação (Mestrado). Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro, 2017.

MORALES, A.; PUHL, C. S.; LIMA, I. G. Números complexos e corrente alternada: um contexto interdisciplinar. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, 41., 2013, Gramado. **Anais...** Gramado, 2013.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21. ed. Campinas: Papirus, 2013.

NETO, R. V. O ensino de números complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013.

NOBRE, W. R. **Números complexos e algumas aplicações**. 2013. 54f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013.

OLIVEIRA, W. G. A. **Estudo e Aplicações dos Números Complexos: O uso dos Números Complexos na Análise de Circuitos Elétricos**. 2018. 66f. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

PEREIRA, F. O. **Números Complexos na Educação Básica**. 2016. 127f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

PUHL, C. S. **Números complexos: interação e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado). Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2016.

PUHL, C. S.; LIMA, I. G. Na busca de desenvolver uma aprendizagem significativa de números complexos. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2014, Passo Fundo. **Anais...** Passo Fundo, 2014.

_____. Números complexos: um objeto de aprendizagem para ensinar e aprender. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 3, set./dez. 2018.

VILAS BOAS JUNIOR, V. P. **Números Complexos: Interpretação geométrica e aplicações**. 2014. 58f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

THE COMPLEX NUMBER LEARNING LACQUES: A CASE STUDY WITH ENGINEERING ACADEMICS

Abstract: *This article discusses the importance of complex numbers, as a basic knowledge, for engineering students to analyze AC circuits. The objective was to verify the level of comprehension about the concepts and operations with complex numbers of a group of Engineering academics of a Higher Education Institution of Rio Grande do Sul. In addition, to verify the level of understanding, we sought to understand the mistakes made by performing addition, subtraction, multiplication, and division operations. The research had a qualitative character, characterizing itself as a unique and holistic case study. The instrument for constructing the data was a mixed questionnaire, in which the analysis method used was Error Analysis. Finally, it is concluded that Engineering scholars do not have the basic knowledge of complex numbers to analyze AC circuits, which is a frequent problem in the Institution where the research was conducted. The highest rates of correct answers occur in the addition and subtraction of complex numbers, but fewer than half of the participants knew how to perform these operations. Therefore, it is suggested to use a learning object to fill the learning gap problems, building the knowledge of complex numbers and then applying them to the analysis of AC circuits.*

Key-words: *Complex Numbers. Learning Gaps. Engineering Academics. Error Analysis.*