

MODELO MATRICIAL SIMPLIFICADO: APLICAÇÃO DA ÁLGEBRA LINEAR NO CORTE SUSTENTÁVEL DE EUCALIPTOS

Ângela de Barros Souza – angelabarrosl@live.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
Avenida Zabelê
45078-900 – Vitória da Conquista- Bahia

Gislane Nunes de Andrade – gislane.nunes@hotmail.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
Avenida Zabelê
45078-900 – Vitória da Conquista- Bahia

Resumo: Atualmente, a questão ambiental vem sendo aplicado nos mais diversos setores da sociedade, inclusive na agroindústria. Assim, o que se percebe é que cresce cada vez mais a demanda por projetos eficientes que atenda às necessidades da industrial sem causar danos ao meio ambiente. Neste contexto, pretende-se no presente artigo abordar a questão do corte de eucalipto sustentável aplicando a álgebra linear, afim de que não haja prejuízos tanto para o meio ambiente quanto para o setor econômico. É importante destacar que neste trabalho foi feita uma simulação de como seria a aplicação da Álgebra Linear na Empresa Veracel Celulose que possui plantações de eucaliptos, em Eunápolis na Bahia.

Palavras-chave: Meio ambiente. Álgebra Linear. Eucalipto.

1 INTRODUÇÃO

Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU), atender as necessidades da sociedade atual, sem comprometer as necessidades das gerações futuras, é o que melhor define um desenvolvimento sustentável. Pensando nisso, foi desenvolvido um modelo matemático aplicando a Álgebra Linear, com o objetivo de combater o corte desordenado de eucalipto. Essas árvores são classificadas pela sua altura e quanto maior a árvore (assim que for cortada) maior será seu valor econômico. Supomos que a empresa que desenvolver este modelo de sustentabilidade deixará o viveiro de árvore crescer livremente e depois de um período de tempo alguns tamanhos distintos, de diferentes preços são cortados e no lugar destas árvores cortadas serão plantadas mudas de eucalipto, afim de que não haja um desmatamento, mas sim um reflorestamento na área em que a empresa aplicar este modelo matemático.

O eucalipto foi à árvore escolhida para a pesquisa, pois o mesmo representa grande importância para a economia brasileira, a partir do eucalipto pode ser produzida a celulose e extraídos óleos essenciais para o dia a dia. Essa espécie possui rápido crescimento, produtividade, grande capacidade de adaptação e tem inúmeras aplicações em diferentes setores, destaca-se a sua utilização em substituições a outras madeiras nobres para as diversas indústrias. Vale ressaltar que até pouco tempo a madeira era suprida quase que exclusivamente por meio das florestas nativas, cuja destruição provocavam danos irreversíveis para determinados ecossistemas. Mostrando assim, a necessidade de um projeto que atenda a demanda por eucalipto, sem causar nenhum prejuízo a essa espécie e ao meio ambiente em geral.

Apesar das inúmeras vantagens que o eucalipto traz para o agronegócio brasileiro, é preciso se atentar, pois essa planta contribui para a desertificação do solo. É uma árvore que tem um rápido crescimento, e por isto, consome grande quantidade de água. Trazendo consequências como o secamento de córregos e lagoas de áreas onde o plantio é realizado. Quando o solo seca completamente, as raízes dos eucaliptos vão à procura de água nas profundezas do solo, afetando os lençóis freáticos. Além disso, os agrotóxicos e herbicidas no cultivo, impedem o desenvolvimento de plantas, insetos e animais, na região onde há a

Promoção:



Realização:



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

Organização local do evento:



plantação do eucalipto. Por isso se torna necessário um plantio sustentável, para que minimizem os prejuízos ao ecossistema (IPEF, 2017).

Neste contexto, a empresa que será aplicada esse modelo matemático é a Veracel Celulose localizada no interior da Bahia, na cidade de Eunápolis. É uma empresa com empreendimento agroindustrial que usa o eucalipto como matéria prima para a fabricação de celulose. Um dos objetivos da empresa é aliar os resultados econômicos, buscando sempre oportunidade de contribuir com a qualidade de vida das populações locais e regionais, a partir do apoio e do desenvolvimento de ações tanto culturais quanto sociais e econômicas. Além disso, a preservação e a conservação do meio ambiente fazem parte das ações operacionais da empresa e da agenda de sustentabilidade.

A trajetória da Veracel começou ainda em 1991, quando naquele ano foram plantadas as primeiras mudas de eucalipto. Desde então, sua floresta de eucalipto é formada por mudas clonadas, que são preparadas e selecionadas no Viveiro da Veracel, localizado em Eunápolis/BA. As espécies *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* são clonadas em laboratórios e a partir daí são escolhidos os melhores clones com maior produtividade de celulose por hectare plantado. Essas espécies de eucalipto destacam-se na Veracel pelo crescimento rápido, com ciclos de corte que duram sete anos de idade e por um bom desempenho na produção de celulose. O *Eucalyptus grandis* é a maior espécie (45 a 55 metros) e podem chegar aos 70 metros de altura. Já o *Eucalyptus urophylla* pode chegar aos 50 metros. Há área própria plantada e disponível para plantio em Eunápolis é aproximadamente 15.896 (HA) (VERACEL, 2018).

Portanto, no presente trabalho será feita a simulação de como se comportaria o rendimento sustentável da Veracel Celulose na administração da plantação de eucalipto, aplicando a álgebra linear, lembrando que a empresa ainda não aplica esse modelo matemático em sua colheita. A simulação servirá para exemplificar como seria o rendimento da empresa aplicando o método. As operações florestais e industriais da empresa são certificadas pelas principais instituições de avaliação de normas e se adequam às exigências previstas no Código Florestal Brasileiro, nas leis de proteção à Mata Atlântica e na legislação ambiental. Daí a importância de aplicar um método eficaz em uma empresa comprometida com as questões ambiental.

2 OBJETIVO GERAL

Obter o rendimento sustentável de um viveiro de eucaliptos usando um modelo matricial da álgebra linear.

3 METODOLOGIA

Inicialmente foi realizadas pesquisas bibliográficas com aplicações da Álgebra Linear que abrangesse o tema de sustentabilidade, em livros, artigos científicos e sites. Logo após, chegou-se a um exemplo que servirá para ilustrar uma aplicação da Álgebra no problema de corte de Eucalipto de forma irregular para que se torne sustentável. A Veracel celulose em Eunápolis na Bahia foi à empresa escolhida para obter dados e depois aplica-los nas fórmulas, para assim termos uma simulação de como seria o desenvolvimento da empresa com o método proposto. A empresa possui viveiros de eucaliptos em suas reservas que são cortadas para fabricação de celulose num determinado período de tempo. No final de cada ano, por exemplo, a empresa corta X dos eucaliptos para utilizar. Para cada eucalipto cortado, é

plantada outra muda em seu lugar. Deste modo, o número total de plantas é sempre o mesmo (é importante destacar que está sendo desconsideradas as árvores que morrem durante o ano).

O Pré-Corte é realizado três meses antes da colheita, garantindo melhor gestão das áreas colhidas, com intensidade amostral de uma parcela a cada três hectares. A produtividade florestal da Veracel se destaca em relação aos padrões brasileiros e mundiais, sendo hoje da ordem de 48,6m³/hectares /ano (com casca) no primeiro corte, correspondendo a um volume de madeira de 340m³/hectares, aos sete anos de idade. A mesma utiliza também diferentes formas de conhecimento e instrumentos de análise, constituídas por módulos e subsistemas. Esses instrumentos compõem o Sistema de Gestão Florestal. Este permite a constituição de modelos matemáticos adequadas para avaliar o volume presente e futuro das florestas, determinando os percentuais de crescimento.

Neste projeto será aplicado o método matricial simplificado para o corte dos eucaliptos em áreas em formato de retângulos, uma vez que, as plantações de eucaliptos na Veracel são feitas no modelo retangular e em cada retângulo são plantados 22 eucaliptos, com duas fileiras e 11 eucaliptos em cada fila. Suponhamos que o espaçamento adotado foi de 3x2m entre os eucaliptos, 6m² por cada árvore, multiplicando esse valor por 22 (quantidade de eucalipto por retângulo), tem-se 132m², ou seja, a área do retângulo é 132m².

As árvores são classificadas em n classes, que é a idade do eucalipto (para o corte de eucalipto clonado da Veracel pode variar entre 5 a 7 anos), distintas de preços, correspondendo a certos intervalos de altura, onde a primeira classe consiste de mudas com altura no intervalo [0, h₁) e a n-ésima classe consiste de árvores com altura maior ou igual a h_(n-1), no intervalo [h_(n-1), ∞). Com este modelo, pode-se construir as matrizes de reposição de árvores que, associadas aos vetores que representam as árvores não cortadas e as cortadas, fornece um modelo matemático para maximizar o valor econômico das árvores extraídas (HOWARD, 2012).

5 RESULTADOS OBTIDOS

No modelo proposto por esse projeto, o metro estéreo do eucalipto pode variar entre R\$ 35,00 e R\$ 38,00. O *Eucalyptus grandis* é a maior espécie podendo chegar a mais de 65 metros de altura e o *Eucalyptus urophylla* pode chegar aos 50 metros. Há área própria plantada e disponível para plantio em Eunápolis é aproximadamente 15.896 (HA). A tabela a seguir mostra as variadas classes, valores e o intervalo de altura de cada eucalipto. A classe é representada pela idade do eucalipto, quanto mais velho estiver, maior será seu valor e sua altura, como mostra a Tabela 2:

Tabela 2- Classes, valores e alturas do eucalipto.

Classe	Valor (\$)	Intervalo de Altura
1	p ₁	[0, h ₁)
2	p ₂	[h ₁ , h ₂)
3	p ₃	[h ₂ , h ₃)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n-1	p _{n-1}	[h _{n-2} , h _{n-1})
n	p _n	[h _{n-1} , ∞)

Fonte: Autoria própria.

O *Eucalyptus grandis* cresce em média 3,20 metros por ano e seu valor varia de 35 a 38 reais por metro. Já o *Eucalyptus urophylla* cresce em média 3,13 metros por ano, seu valor por metro também varia de R\$35 a R\$38 reais, uma média de R\$36,5. Em sete anos o *Eucalyptus grandis* estará com 22,45 metros e custará por volta de R\$819,42. Enquanto que o *Eucalyptus urophylla* estará com 21,92 metros e custará por volta de R\$800,08. Na Tabela 3 estão os valores encontrados do *Eucalyptus grandis* durante os sete anos:

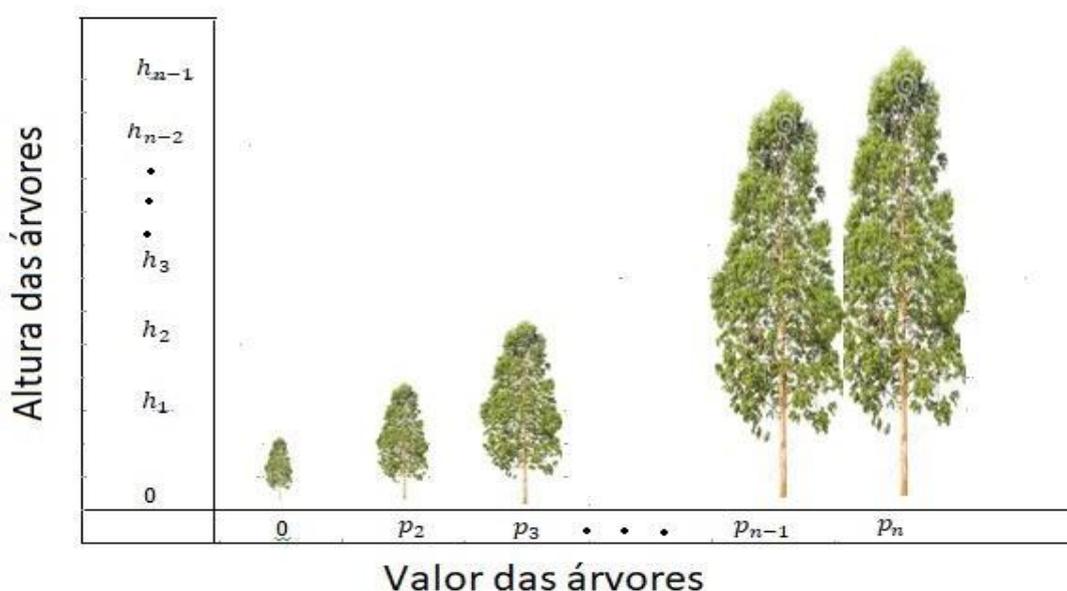
Tabela 3- Esta tabela demonstra as diversas classes, valores e alturas do *Eucalyptus grandis*.

Classe	Valor (\$)	Intervalo de Altura
1	116,8	[0-3,2)
2	235,42	[3,2 – 6,4)
3	352,22	[6,4-9,6)
4	469,02	[9,6-12,8)
5	585,82	[12,8-16)
6	702,62	[16-19,2)
7	819,42	[19,2-22,45)

Fonte: Autoria própria.

Como mostra a Figura 4, as árvores são separadas em variações de altura diferentes considerando o valor de cada uma delas:

Figura 4- As árvores em variações de altura diferentes.



Fonte: Autoria própria.

Após calcular o preço e altura do eucalipto de acordo com a idade, aplicaremos as fórmulas para encontrar o rendimento sustentável. Para isso, suponhamos que em 2010 a Veracel adotou o modelo matricial aplicando a álgebra linear, inaugurou uma nova área com

660 m², o que daria cinco retângulos com 132m² cada. Divididos em RT₁, RT₂, RT₃, RT₄ e RT₅, com valores por metro de R\$ 30, 35, 40, 45 e 50 respectivamente. Em cada retângulo foram plantadas 22 espécies de eucaliptos clonados e crescem cerca de 3 metros por ano, no final de sete anos a árvore terá em média 21 metros. A colheita foi feita em 2017.

A ideia é encontrar o rendimento sustentável, descobrindo em qual retângulo deverá ser feito o primeiro corte. Por simplicidade, pode supor que, durante um período de crescimento, em torno de um ano, um eucalipto muda, no máximo, uma classe para cima. Ou seja, durante sete anos, vários eucaliptos em cada retângulo podem crescer e passar a uma classe de maior altura ou então seu crescimento pode ser retardado por algum motivo e ele permanece em sua classe. Pode se definir o seguinte parâmetro de crescimento g_i para $i=1, 2, \dots, n-1$:

g_i = a fração das árvores da i -ésima classe que crescem para a $(i+1)$ -ésima classe durante um período de crescimento. (1)

$1 - g_i$ = a fração das árvores da i -ésima classe que permanecem na i -ésima classe durante um período de crescimento. (2)

Logo em seguida, precisa-se saber qual a quantidade de eucaliptos que passaram para uma classe de maior altura, ou seja, cresceu alguns centímetros a mais que o restante em cada retângulo, esse resultado pode ser verificado com base na observação dos eucaliptos quando se aproximar o período do corte. Os valores abaixo são dos eucaliptos que passaram a uma classe de maior altura, em cada retângulo:

$$RT_1=1; RT_2=4; RT_3=5; RT_4=2; RT_5=3$$

Esses valores são divididos por 22, pois é o total de eucaliptos por retângulo:

$$g_1 = \frac{1}{22} = 0,045; g_2 = \frac{4}{22} = 0,18; g_3 = \frac{5}{22} = 0,22; g_4 = \frac{2}{22} = 0,090; g_5 = \frac{3}{22} = 0,13$$

Aplica em $1 - g_i$ (2) tem-se:

$$1 - 0,045 = 0,95$$

$$1 - 0,18 = 0,81$$

$$1 - 0,22 = 0,77$$

$$1 - 0,090 = 0,90$$

$$1 - 0,13 = 0,86$$

Com estes $n-1$ parâmetro de crescimento forma-se a matriz de crescimento:

$$G = \begin{bmatrix} 1-g_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & 1-g_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_2 & 1-g_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1-g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & g_{n-1} & 1 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$G = \begin{vmatrix} 0,95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,045 & 0,81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,18 & 0,77 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,22 & 0,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,09 & 0,86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,13 & 1 \end{vmatrix}$$

O rendimento sustentável ótimo é obtido cortando todas as árvores de uma classe de altura específica e nenhuma árvore de qualquer outra classe. Em cada retângulo são postos os eucaliptos de um mesmo preço, na ordem de menor valor, para o de maior valor:

$$RT_1 = R\$30,00; RT_2 = R\$35,00; RT_3 = R\$40,00; RT_4 = R\$45,00 \text{ e } RT_5 = R\$50,00$$

Da matriz G, obtém-se:

$$g_1 = 0,045; g_2 = 0,18; g_3 = 0,22; g_4 = 0,090; g_5 = 0,13$$

Para obter o resultado final, é preciso dividir o valor do eucalipto de cada retângulo pelos valores de G da matriz, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} RT_1 &= 30 / (0,045^{-1}) = 1,35 \\ RT_2 &= 35 / (0,045^{-1} + 0,18^{-1}) = 1,26 \\ RT_3 &= 40 / (0,045^{-1} + 0,18^{-1} + 0,22^{-1}) = 1,24 \\ RT_4 &= 45 / (0,045^{-1} + 0,18^{-1} + 0,22^{-1} + 0,09^{-1}) = 1,039 \\ RT_5 &= 50 / (0,045^{-1} + 0,18^{-1} + 0,22^{-1} + 0,09^{-1} + 0,13^{-1}) = 0,98 \end{aligned}$$

O maior valor encontrado foi no retângulo RT_1 , indicando assim que o mesmo deveria ser completamente cortado para obter o rendimento sustentável do eucalipto. Apesar do RT_1 , só obter um eucalipto a uma classe de maior altura, o mesmo é o retângulo indicado para o corte sustentável. Além disso, implica que não é necessariamente o retângulo de árvores de maior preço que deve ser totalmente cortada.

Uma vez que o retângulo para o corte sustentável já foi encontrado, resta agora fazer a reposição de novas mudas de eucalipto.

Seja x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) o número de eucaliptos na i -ésima classe que sobreviveram aos cortes, ou seja, 88 eucaliptos, uma vez que ao todo 110 eucaliptos foram plantados e apenas 22 foram cortados no primeiro corte. Forma-se um vetor coluna com esses números, que denominamos vetor de não cortadas:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ \cdot \\ 88 \end{bmatrix}$$

Como o número total de eucaliptos do viveiro é fixo, pode-se colocar.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = S \quad (3)$$

Onde S é predeterminado pelo tamanho da terra disponível e pelo espaço que cada árvore requer.

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 132m^2$$

Durante o corte, foram removidos todos os eucaliptos da i -ésima RT_1 . Dizemos que o vetor coluna é o vetor de cortadas. Assim, um total de:

$$\begin{aligned} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n = \\ 1 + 2 + 3 + \dots + 22 \end{aligned} \quad (4)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ \cdot \\ 22 \end{bmatrix}$$

Logo após o corte no RT_1 , os 22 eucaliptos foram removidos do retângulo. Uma muda foi plantada no lugar de cada eucalipto removido para o viveiro retornar à sua configuração original dada por x. Esse número também é o total de árvores adicionadas à primeira classe (as novas mudas) depois do corte. Se definirmos a *matriz de reposição* de tamanho $n \times n$, então o vetor-coluna a seguir especificará a configuração de árvores plantadas depois de cada corte:

$$Ry = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + \dots + y_n \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ry = \begin{bmatrix} 1 + 2 + \dots + 22 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

As equações seguintes, que caracterizam uma política de corte sustentável:

$$\left[\begin{array}{l} \text{configuração} \\ \text{no final do período} \\ \text{de crescimento} \end{array} \right] - [\text{corte}] + \left[\begin{array}{l} \text{reposição} \\ \text{de mudas} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{configuração} \\ \text{no início do período} \\ \text{de crescimento} \end{array} \right]$$

Ou, matematicamente,

$$\begin{aligned} Gx - y + Ry &= X & (5) \\ 110 - 22 + 22 &= X \end{aligned}$$

X é igual a 110, ou seja, tem-se a mesma configuração tanto no início do período de crescimento, quanto no final, caracterizando assim um corte de eucalipto sustentável.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, o plantio de eucalipto é fundamental para atender às necessidades da sociedade, principalmente para suprir a demanda de papel e celulose, devido à grande rentabilidade que é capaz de gerar. Mas é imprescindível que a exploração dessa árvore seja feita de maneira correta para diminuir os prejuízos causados ao solo, entre eles a desertificação. Dessa maneira, se faz necessário que desde o plantio até a colheita, tudo seja feito da melhor forma possível a fim de minimizar os riscos para o solo e o meio ambiente como um todo.

O resultado do rendimento sustentável proposto neste trabalho identificou que o corte sustentável independe do valor de cada eucalipto. Como exemplificado acima, o retângulo que possuía eucaliptos de menor preço foi indicado para o primeiro corte. Além de disso, todos os eucaliptos retirados foram substituídos por mudas, para que a plantação não perdesse a configuração inicial. Então não se trata apenas do valor econômico, mas sim do cuidado permanente com o solo, respeitando sobre tudo o tempo correto para o corte do eucalipto, afim de que futuramente não haja esgotamento do solo, impossibilitando futuras plantações.

Agradecimentos

Agradeço ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia da Bahia pelos recursos disponibilizados para concretização desta pesquisa e agradeço a professora Daniani Souza Oliveira Gondim pelo incentivo em aplicar a Álgebra Linear na Engenharia Ambiental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EBRENZ, J.M.; SOARES, G.; BRENER, G; MEIRA, J.; SILVESTRE, I . **Aplicação da Matemática para auxiliar no corte de árvores.** Disponível em: <https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014/12/PO_Ebrenz-107.462.597-86.pdf>. Acesso em: 05 fev. 2018.

HOWARD, Anton. **Álgebra linear com Aplicações.** 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

INSTITUTO DE PESQUISA E ESTUDOS FLORESTAIS. **Chave de identificação de espécies florestais.** Disponível em: <<http://www.ipef.br/identificacao/cief/especies/grandis.asp>>. Acesso em: 06 fev. 2019.

ONU – Organização das Nações Unidas. *Desenvolvimento sustentável*. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/acao/meio-ambiente/>>. Acesso em 07 de maio de 2019.

VERACEL. **Sistema de Gestão**. Disponível em <<http://www.veracel.com.br/sobre-a-veracel/>>. Acesso em: 06 fev. 2019.

SIMPLIFIED MATRIX MODEL: APPLICATION OF LINEAR ALGEBRA IN THE SUSTAINABLE COURT OF EUCALYPTOS

Abstract: *Currently, the environmental issue has been applied in the most diverse sectors of society, including agroindustry. Thus, what is perceived is that the demand for efficient projects that meets the needs of the industrial without causing damage to the environment grows more and more. In this context, this article intends to address the issue of cutting sustainable eucalyptus by applying linear algebra, so that there is no harm to both the environment and the economic sector. It is important to highlight that in this work a simulation was made of how Linear Algebra would be applied to the Veracel Celulose Company, which has eucalyptus plantations, in Eunápolis, Bahia.*

Keywords: *Environment. Linear algebra. Eucalyptus.*