

## FERRAMENTA COMPUTACIONAL DIDÁTICA PARA SIMULAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS DE CORRENTE CONTÍNUA EM EXCITAÇÃO INDEPENDENTE E EM DERIVAÇÃO

Ana Carolina Silva Castro - [anacarolinasilvacastro@yahoo.com.br](mailto:anacarolinasilvacastro@yahoo.com.br)

Mariana Guimarães dos Santos – [mariana.santos@ifmg.edu.br](mailto:mariana.santos@ifmg.edu.br)

Gustavo Lobato Campos - [gustavo.lobato@ifmg.edu.br](mailto:gustavo.lobato@ifmg.edu.br)

Ana Paula Lima dos Santos - [anapaula.lima@ifmg.edu.br](mailto:anapaula.lima@ifmg.edu.br)

Patrick Santos de Oliveira - [patrick.oliveira@ifmg.edu.br](mailto:patrick.oliveira@ifmg.edu.br)

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus Formiga  
Rua Padre Alberico, 440, Bairro São Luiz, CEP: 35.570-000 – Formiga – MG

**Resumo:** As máquinas elétricas estão presentes em quase todas as atividades que envolvem a manipulação de cargas em ambientes industriais, comerciais e residenciais. Assim, o estudo do funcionamento destes dispositivos é fundamental para diversos cursos de graduação, como o curso de engenharia elétrica e automação, por exemplo. Neste contexto, a associação entre os conhecimentos teóricos e práticos auxilia no estudo dos alunos e na forma de lecionar dos professores. No entanto, muitas vezes não é possível realizar todas as situações teóricas nos laboratórios. Nestes casos, a utilização da simulação computacional surge como uma ferramenta eficiente, capaz de apresentar as curvas fundamentais para o estudo das máquinas de forma didática e para todas as condições de carga existentes. Desta forma, esse artigo apresenta resultados de simulação computacional de máquinas elétricas de corrente contínua (motores e geradores), realizada na ferramenta MATLAB®, nas configurações em excitação independente e em derivação. O modelo desenvolvido é baseado nas equações de regime permanente de tais equipamentos e o objetivo é obter curvas práticas, facilmente encontradas nas principais literaturas do ramo. A ferramenta computacional desenvolvida é validada por meio de comparação com curvas da literatura e com medições realizadas em laboratório, apresentando concordância satisfatória.

**Palavras-chave:** Simulação computacional, Máquinas elétricas de corrente contínua, Ferramenta didática.

## 1 INTRODUÇÃO

As máquinas elétricas são dispositivos conversores de energia que estão presentes em quase todas as aplicações industriais e atividades que envolvem manipulação de cargas. As máquinas podem ser classificadas, conforme o seu tipo de alimentação, em máquinas de corrente contínua ou máquinas de corrente alternada. Ambas encontram aplicações em diferentes atividades. No que diz respeito às máquinas elétricas, existe ainda uma classificação conforme o fluxo de energia da mesma, em motores (conversão de energia elétrica em mecânica) ou geradores (conversão da energia mecânica em elétrica). Além disso, tanto os motores quanto os geradores de corrente contínua podem ser classificados conforme a alimentação do seu enrolamento de campo em: excitação independente, série, shunt e composto cumulativo ou diferencial (KOSOW, 2000).

Devido a sua versatilidade, as máquinas de corrente contínua encontram grande aplicação, principalmente como motores, em atividades como laminação de metal, indústria têxtil, prensas, veículos de tração, guinchos e guindastes, dentre outros (KOSOW, 2000).

O estudo das máquinas de corrente contínua engloba conhecimentos a respeito do seu princípio de funcionamento, tipos de acionamentos e avaliação de suas características para diferentes condições de carga. Muitas vezes, o ensino de conhecimentos desta natureza é de difícil compreensão por parte dos alunos, principalmente no que diz respeito à associação entre conhecimento teóricos e práticos (FARIAS, 2017).

O modelo de ensino adotado na educação em engenharia e encontrado na maioria das universidades é fortemente dependente do professor, das técnicas de ensino e dos recursos institucionais. Na busca por técnicas de ensino e de aprendizagem mais eficientes, os professores buscam ensinar os conceitos teóricos associados a habilidades práticas e, neste contexto, o uso de simulação computacional como ferramenta pedagógica está cada vez mais presente nas práticas docentes, possibilitando uma dinâmica de ensino que promove um aprendizado mais significativo e motivador (KHALIL, 2012; LODER ET AL., 2007).

Na engenharia elétrica, as ferramentas computacionais são muito utilizadas para simulação de problemas e na modelagem de equipamentos e sistemas. No entanto, muitas vezes, essas ferramentas não são exploradas como método de aprendizagem nas universidades, sendo aplicadas em poucas disciplinas do curso. Uma das razões que limita a utilização de tais ferramentas é que o desenvolvimento da modelagem dos equipamentos e sistemas requer um tempo de estudo que normalmente é incompatível com a carga horária e ementa das disciplinas. Assim, o desenvolvimento prévio de ferramentas computacionais capazes de simular o comportamento de sistemas e equipamentos para diferentes situações pode tornar a utilização da simulação computacional uma ferramenta de aprendizagem viável para algumas disciplinas (MARCHETTO ET AL., 2016). Neste caso, a modelagem de tais dispositivos permitiria ao aluno uma visualização do comportamento de tais máquinas em situações que não são possíveis em laboratório. Além disso, é possível confrontar os conhecimentos teóricos, com as medições práticas de bancada e com os resultados obtidos pela simulação computacional. Esse tipo de abordagem, além de desenvolver habilidades computacionais, estimula e motiva a aprendizagem dos alunos (PEREIRA, 2016; BELHOT ET AL., 2001).

Diante do exposto, este artigo apresenta uma modelagem e os resultados de simulações computacionais do funcionamento de geradores e motores de corrente contínua nas configurações de excitação independente e shunt. Vale ressaltar, que a intenção do modelo está na operação de tais dispositivos em regime permanente e na extração de curvas características práticas encontradas nas bibliografias utilizadas para o ensino destas máquinas. A maioria dos artigos encontrados na literatura utiliza o modelo da máquina de corrente contínua no domínio do tempo e apresenta resultados de curvas dinâmicas, formas de onda de tensões, torques e

correntes (YILDIZ, 2012; ALVARADO, 2012; CRESPO ET AL., 2010; MELO, 2006). Tais resultados são relevantes para o estudo das máquinas elétricas de corrente contínua, no entanto, para o ambiente de sala de aula em disciplinas de graduação, as curvas obtidas neste artigo mostram-se mais adequadas.

## 2 SIMULAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS DE CORRENTE CONTÍNUA

### 2.1 Desenvolvimento da modelagem matemática

Para o desenvolvimento da modelagem matemática da máquina CC shunt e excitação independente, operando como motor e como gerador, considera-se a indutância no circuito equivalente desprezível, uma vez que, em regime permanente e excitação com corrente contínua, a indutância pode ser modelada como um curto-circuito (HAMBLEY, 2014).

A equação (1) apresenta a relação entre as tensões induzidas na armadura e suas correspondentes velocidades de operação, para distintas condições.

$$\frac{E_{A1}}{E_{A2}} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

Na equação (1):  $E_{A1}$  representa a tensão de magnetização na velocidade  $n_1$  e  $E_{A2}$  representa a tensão de magnetização na velocidade  $n_2$  (HAMBLEY, 2014).

Adicionalmente, as equações (2) e (3) são utilizadas como base para o desenvolvimento da modelagem de geradores e motores CC.

$$E_A = K\Phi\omega_m \quad (2)$$

$$T_{Des} = K\Phi I_A \quad (3)$$

Nas equações (2) e (3):  $K$  é uma constante que depende dos parâmetros de projeto da máquina,  $\Phi$  é o fluxo magnético produzido por cada polo do estator,  $\omega_m$  é a velocidade angular do rotor,  $T_{Des}$  é o torque desenvolvido e  $I_A$  é a corrente de armadura (HAMBLEY, 2014).

O restante das equações utilizadas no modelo é definido de acordo com o tipo de máquina em questão e apresentado a seguir.

#### *Modelagem dos motores excitação independente e shunt*

Os motores de corrente contínua, em excitação independente ou shunt, podem ser modelados por meio das mesmas equações (4) e (5), extraídas de seus respectivos circuitos equivalentes apresentados na Figuras 1 (a) e (b).

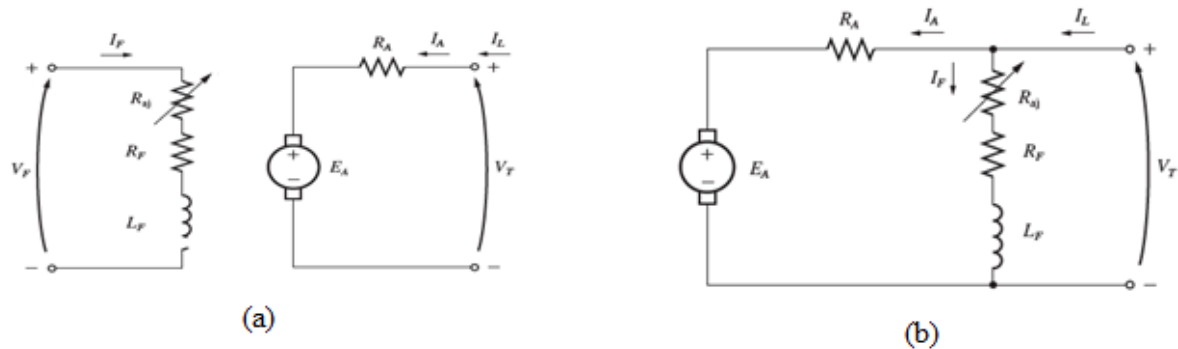
$$I_F = \frac{V_F}{R_F} \quad (4)$$

$$E_A = V_T - I_A R_A \quad (5)$$

Nas equações (4) e (5) e na Figura 1:  $V_F$ ,  $I_F$  e  $R_F$  é a tensão, a corrente e a resistência no enrolamento de campo, respectivamente;  $V_T$  é a tensão terminal e  $R_A$  é a resistência de armadura (Chapman, 2013).



Figura 1 – Circuito equivalente do motor cc: (a) excitação independente e (b) shunt (Chapman, 2013).



Fonte: (Chapman, 2013).

Manipulando-se as equações (2), (3), (4) e (5) tem-se a equação (6) (HAMBLEY, 2014), que apresenta o torque desenvolvido em cada velocidade de operação.

$$T_{Des} = \frac{E_A}{\omega_m R_A} (V_T - E_A) \quad (6)$$

#### **Modelagem do Gerador Excitação Independente**

Nos geradores cc com excitação independente a alimentação do campo shunt é realizada por uma fonte externa, tornando o fluxo constante durante a operação da máquina

Analisando o circuito equivalente apresentado em (CHAPMAN, 2013), é possível estabelecer as relações apresentadas na equação (7).

$$V_T = E_A - I_A R_A \quad (7)$$

A equação (7) associada às equações (4) e (1) modela o comportamento do gerador de corrente contínua com excitação independente e possibilita a obtenção de sua curva característica de saída.

#### **Modelagem do Gerador Shunt**

No gerador shunt as equações não se comunicam diretamente, uma vez que a alimentação do campo shunt depende da tensão gerada na armadura. Assim, a estratégia utilizada para modelar o gerador shunt consiste em uma análise gráfica associada às equações de funcionamento da máquina. Tais equações podem ser extraídas do circuito equivalente da máquina, equações (8) e (9), apresentadas por (CHAPMAN, 2013).

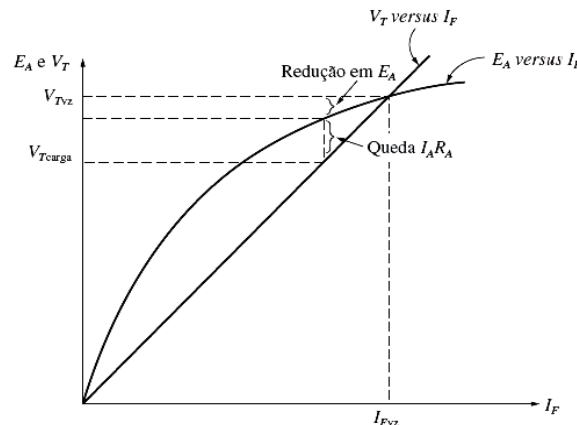
$$R_F = \frac{V_T}{I_F} \quad (8)$$

$$E_A - V_T = I_A R_A \quad (9)$$

As equações (8) e (9) aliadas à análise gráfica da Figura 2 permitem a obtenção da característica de saída da máquina shunt.

A Figura 2 apresenta um gráfico que relaciona a corrente de campo com a tensão induzida e a tensão terminal.

Figura 2 – Análise gráfica de gerador CC shunt (Chapman, 2013).



Fonte: (Chapman, 2013).

Observa-se por meio da Figura 2 que a curva linear representa a equação (8). A equação (9) mostra que a diferença entre a tensão de magnetização e a tensão terminal resulta no produto entre a corrente de armadura e a resistência de armadura. Esta análise pode ser visualizada na Figura 2, na qual a queda  $I_A R_A$  é explicitada. Para que a tensão terminal da máquina seja encontrada, basta localizar no gráfico onde a queda  $I_A R_A$  encaixa-se perfeitamente entre as curvas para uma determinada carga. Neste ponto, a tensão indicada pela curva linear coincide com a tensão terminal da máquina. Podem ser encontrados no máximo dois pontos em cada caso. Quando isto ocorrer, a tensão terminal consiste no ponto que estiver mais próximo da tensão à vazio da máquina. Toda a modelagem matemática utilizada é baseada em equações e observações apresentadas em (CHAPMAN, 2013; HAMBLEY, 2014).

## 2.2 Implementação Computacional

A implementação computacional das máquinas é realizada em *MATLAB*®. Primeiramente, faz-se necessário o carregamento de um arquivo em Excel com os dados da curva de magnetização da máquina (correntes de campo, tensões e velocidade na qual a curva foi obtida). Em seguida, o algoritmo faz a ligação entre as equações citadas na modelagem de cada máquina. No caso do gerador shunt, o uso de diversos laços de iteração encadeados é necessário para realização da análise gráfica utilizada para a obtenção da curva característica de saída.

### *Implementação Computacional dos Motores Excitação Independente e Shunt*

Neste caso os dados de entrada são: curva de magnetização, tensão de entrada, tensão aplicada no enrolamento de campo, resistência de armadura, resistência de campo, e um vetor de valores para a corrente de armadura representando a variação de carga.

Primeiramente, a corrente de campo é encontrada por meio da equação (4). Em seguida, o valor obtido é interpolado na curva de magnetização para que seja encontrada a tensão induzida de armadura correspondente.

Com a equação (5), encontram-se todos os valores de tensão de magnetização para cada valor de corrente de armadura. Estes dados são inseridos em  $E_{A1}$  na equação (1) para que sejam encontradas as velocidades de operação correspondentes a cada valor de tensão, sendo que em  $n_2$  é inserida a velocidade na qual foi obtida a curva de magnetização e em  $E_{A2}$  a tensão induzida interpolada através da corrente de campo obtida com a equação (4).

Por fim, os dados de entrada pertinentes, assim como cada velocidade encontrada, são inseridos na equação (6) e o torque desenvolvido correspondente a cada velocidade é determinado.

### Implementação Computacional do Gerador Excitação Independente

Neste caso, são considerados os mesmo dados de entrada, exceto o parâmetro tensão de entrada, que é substituído pela velocidade de acionamento. Como nos motores, a corrente de campo é encontrada e interpolada na curva de magnetização, a fim de se encontrar a tensão de magnetização correspondente. Este dado é inserido na equação (1) para que seja determinada a tensão induzida. Esta é inserida junto com a resistência de armadura na equação (7) e a tensão terminal para cada valor de carga é determinada.

### Implementação Computacional do Gerador Shunt

Os dados de entrada considerados no gerador shunt são mesmos utilizados no gerador em excitação independente, com exceção da tensão de enrolamento de campo.

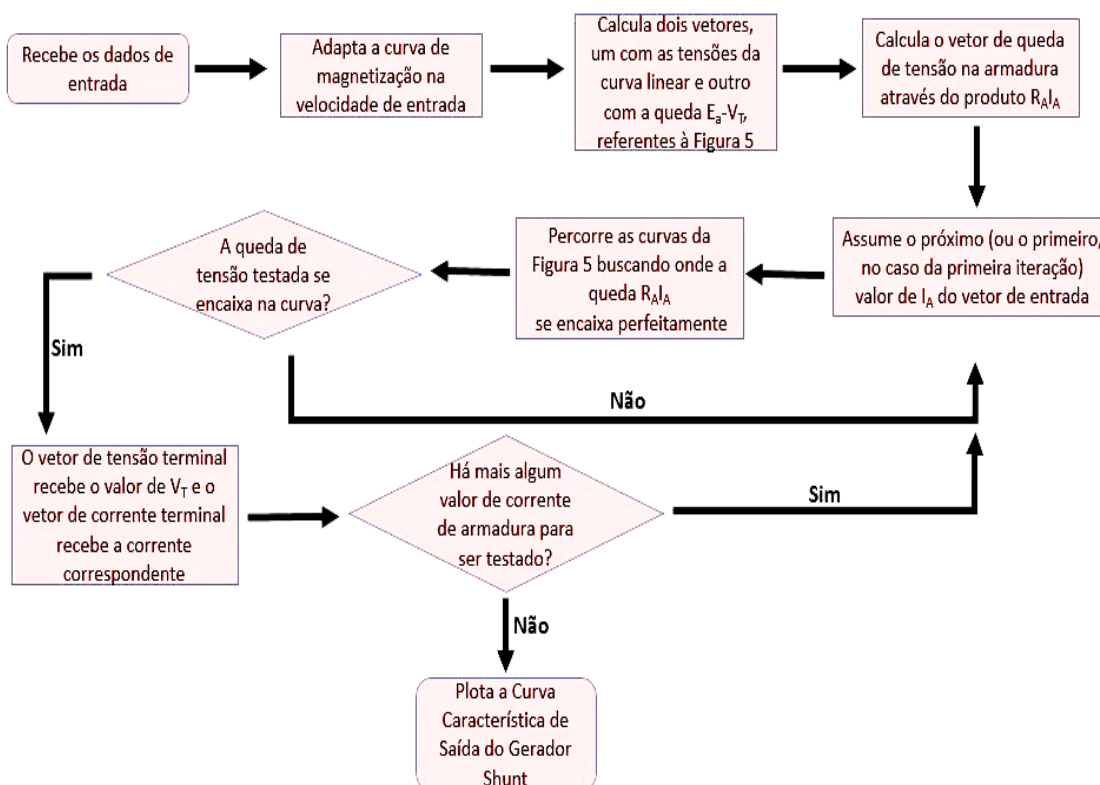
Primeiramente, com a equação (1), são calculados todos os valores de tensão de magnetização na velocidade de acionamento do gerador. Em um primeiro laço de iteração, calcula-se um vetor que contém as tensões terminais hipotéticas que resultam do produto entre a resistência de campo e as correntes de campo da curva de magnetização (curva linear da Figura 4). Em seguida, outro vetor recebe a diferença entre as tensões de magnetização e as tensões terminais hipotéticas,  $E_A - V_T$ , calculadas anteriormente.

Na sequência, calcula-se um vetor com produto entre a resistência de armadura e todas as correntes de armadura consideradas, representando a queda  $R_A I_A$ .

No *loop* principal do algoritmo computacional, é realizada uma varredura para o teste de cada valor de corrente armadura inserido no vetor de entrada. Além disso, é realizada a varredura para o teste de cada valor de corrente de campo. Por fim, existem na programação diversas condicionais que resultam no valor de tensão terminal do gerador.

A Figura 4 mostra um fluxograma que resume a sequência de ações do código desenvolvido para a obtenção da curva característica de saída do gerador shunt.

Figura 3 – Fluxograma do algoritmo do Gerador Shunt.



Fonte: próprio autor.



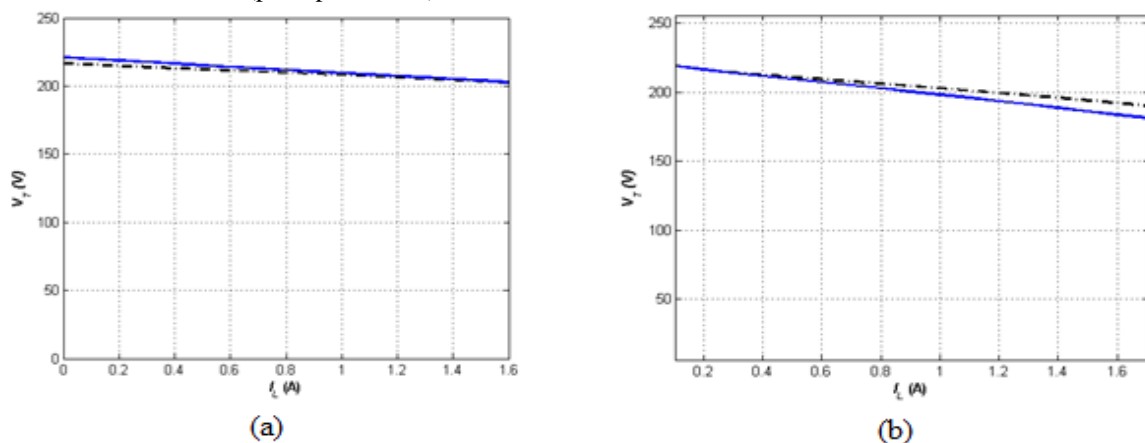
#### 4 Validação dos Resultado

A validação dos resultados é realizada por meio da comparação com resultados encontrados nos livros texto, referência deste assunto, com resultados de medições realizadas no laboratório de máquinas elétricas do IFMG, *Campus Formiga*.

A resistência de armadura da máquina utilizada para teste e validação dos resultados é de  $11,3\Omega$  (com interpolo) e a resistência de campo é de  $733,33\Omega$ . A corrente nominal da máquina, operando como gerador, é de  $1,68A$ , e a tensão nominal é de  $220V$ . Quando configurada no modo gerador, a máquina foi acionada à  $1800rpm$  e, no caso de excitação independente, submetida à  $220V$  no enrolamento de campo.

A Figuras 4 apresenta as curvas de saída do gerador excitação independente (a) e shunt (b) lado a lado, respectivamente, sendo as curvas pretas os dados coletados em laboratório e as curvas azuis a simulação desenvolvida. Percebe-se que as curvas praticamente se superpõem. O maior erro percentual apresentado entre os resultados foi de cerca de  $4,5\%$ . Considera-se que este erro pode ser proveniente de perdas que ocorreram na prática e que não foram modeladas.

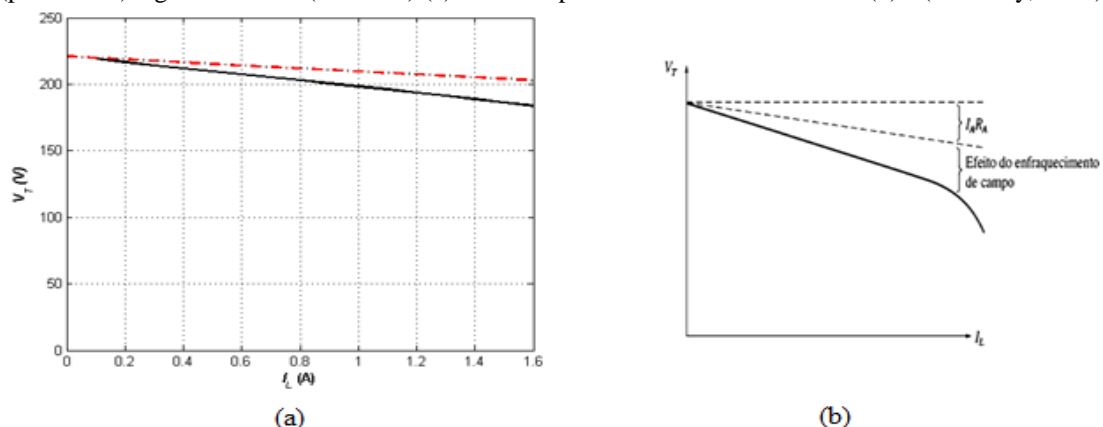
Figura 4 – Gerador CC: excitação independente (a) e shunt (b) - simulação computacional (azul contínua) e resultados de laboratório (preta pontilhada).



Fonte: próprio autor.

Para comparação visual entre a regulação de tensão do gerador excitação independente e shunt, as duas curvas são plotadas em um mesmo gráfico, Figura 5 (a). Para facilitar a validação a curva típica encontrada na literatura é plotada lado a lado, Figura 5 (b).

Figura 5 – Curvas características obtidas por simulação computacional gerador excitação independente (pontilhada) e gerador shunt (contínua) (a) e curva típica encontrada na literatura (b) - (Hambley, 2014).



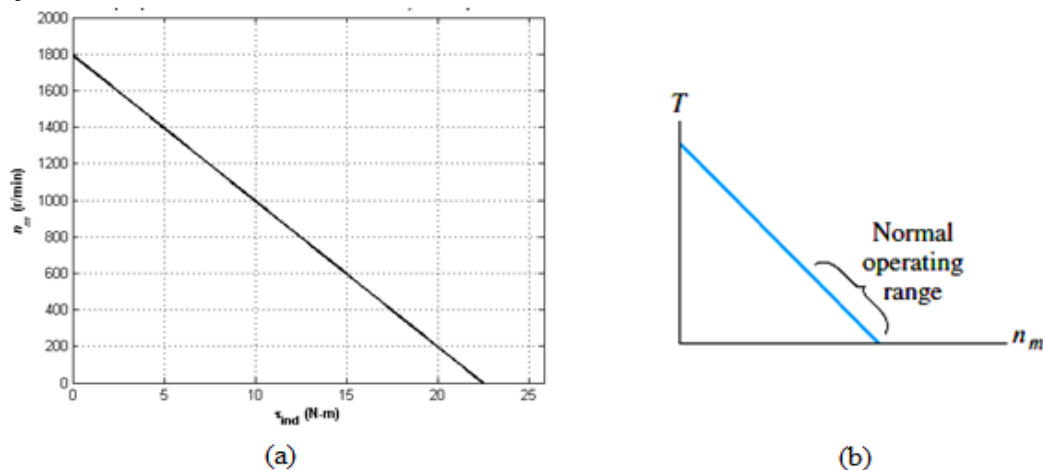
Fonte: (a) próprio autor e (b) (Chapman, 2013).

A Figura 5 (a) apresenta, em vermelho, as curvas do gerador excitação independente e, em preto, do gerador shunt, obtidas pela simulação computacional. Percebe-se que ambas partem do mesmo ponto (tensão a vazio) e que a queda da curva do gerador shunt é mais acentuada do que a queda do gerador excitação independente (possui melhor regulação de tensão).

Na Figura 5 (b), a linha tracejada se refere à queda  $I_A R_A$  representa a curva característica do gerador excitação independente e a curva contínua se refere ao efeito do enfraquecimento de campo representa o gerador shunt (HAMBLEY, 2014).

Os motores excitação independente e shunt possuem a mesma modelagem matemática e logo apresentam a mesma característica de saída. Para facilitar a validação, a Figura 6 apresenta a curva característica obtida pela ferramenta computacional (a) e a curva típica característica encontrada na literatura (b).

Figura 6 – Característica de saída dos motores excitação independente e shunt obtida por simulação (a) e curva característica encontrada na literatura (b) - (HAMBLEY, 2014).



Fonte: Fonte: (a) próprio autor e (b) (Chapman, 2013).

Percebe-se, por meio da Figura 6 (a), que, a vazio (torque nulo), a velocidade da máquina é de 1800 rpm (mesma velocidade nominal da máquina testada) e que, com o aumento da carga, a velocidade cai linearmente até que, entre 20 N.m e 25 N.m, atinge valor nulo. Assim, os máximos valores de torque ocorrem para velocidade menores. Percebe-se que o comportamento das curvas é semelhante, validando-se a simulação computacional desenvolvida.

### 3 CONCLUSÃO

A ferramenta computacional foi desenvolvida com base nas equações que modelam o comportamento das máquinas de corrente contínua (geradores e motores) em regime permanente. O objetivo foi produzir curvas de interesse prático ao estudo de tais dispositivos. Os resultados de simulações computacionais, gerados com a utilização da ferramenta computacional desenvolvida, mostram uma alta concordância com as curvas obtidas nas principais referências bibliográficas utilizadas neste estudo. Além disso, tais resultados foram comparados com medições realizadas em ensaios executados em laboratório.

No que diz respeito aos geradores, pode-se perceber que a regulação de tensão dos geradores em excitação independente é melhor do que a dos geradores shunt, tal fato coincide com resultados da literatura e pode ser explicado pelo fato de não haver redução do fluxo do campo shunt para atendimento da carga.

Com relação aos motores, a simulação computacional permitiu a avaliação do desempenho dos motores para condições de carga impossíveis de se reproduzir nas aulas práticas de



máquinas elétricas, do laboratório do IFMG - *Campus Formiga*. Analisando-se os resultados, observa-se que a relação entre o torque e a velocidade pode ser considerada linear e inversamente proporcional, ou seja, os maiores valores e torque são obtidos para velocidades menores. Essa relação é explicitada nos livros sobre este assunto e valida os resultados encontrados. Ademais, os autores pretendem modelar as outras configurações de máquinas de corrente contínua existentes e criar uma interface didática para auxiliar nas aulas de máquinas elétricas em universidades e cursos técnicos.

### ***Agradecimentos***

A todos os integrantes do Grupo de Pesquisa CNPq, GSE (Grupo de Soluções em Engenharia), pela interação e colaboração no desenvolvimento do presente trabalho, assim como ao IFMG - *Campus Formiga*.

### **REFERÊNCIAS**

ALVARADO, Manuel S. A. Modelo matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado: Control de velocidad por corriente de armadura. **Latin-American Journal of Physics Education**, v.6, n.1, 2012. p. 155-161.

BELHOT, Renato V.; FIGUEIREDO, Reginaldo S.; MALAVÉ, Cesar O. **O uso da simulação no ensino de engenharia**. In: XXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. Porto Alegre, 2001.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**; tradução de: Anatólio Laschuk. 5ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

CRESPO, Diego L. C.; GUINGLA, Douglas A. P. **Modelamiento y Simulación de un Motor/Generador Eléctrico de Corriente Continua Controlado por Campo/Armadura y con Carga Variable**. ESPOL, 2010. p. 1-5.

FARIAS, André. T. **Modelo Dinâmico de Motores de Indução como Instrumento para o Ensino de Máquinas Elétricas**. Originalmente apresentada como dissertação de mestrado, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, São Paulo, 2017.

HAMBLEY, A. R. **Electrical Engineering: Principles and Applications**. New Jersey: Pearson, 2014.

KHALIL, F. R. **O uso da tecnologia de simulação na prática docente do ensino superior**. In: XVI Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino. Campinas: UNICAMP, 2012.

KOSOW, I. L. **Máquinas Elétricas e Transformadores**. Rio de Janeiro: Globo, 2000.

LODER, L. L.; BENDER, F. A. **O uso de programas de simulação em cursos de engenharia: possibilidades e necessidades**. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. 2007;

MARCHETTO FILHO, G.; PINHEIRO, D. D.; CARATI, E. G. **Ambiente de Simulação de Acionamento de Motores de Indução com Controle Vetorial**. In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. 2016.

MELO, B. M. S. **Modelagem e Simulação de uma Máquina Elétrica de Corrente Contínua levando-se em Consideração os Efeitos de Reação de Armadura.** Originalmente apresentada como dissertação de mestrado. São Paulo. 2006.

PEREIRA, L. S. *et al.* **Melhorias Pedagógicas nas Disciplinas de Máquinas Elétricas, Conversão Eletromecânica de Energia e Máquinas Síncronas.** In: Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. 2016.

YILDIZ, A. B. **Electrical equivalent circuit based modeling and analysis of direct current motors.** Elsevier, 2012. p. 1044-1047.

## INSTRUCTIONS FOR PREPARATION AND SUBMISSION OF WORKS TO THE SCIENTIFIC COMMITTEE OF XLVI BRAZILIAN CONGRESS OF ENGINEERING EDUCATION

**Abstract:** *Electric machines are present in almost all activities involving the handling of loads in industrial, commercial and residential environments. Thus, the study of the operation of these devices is fundamental for several undergraduate courses, such as the course of electrical engineering and automation, for example. In this context, the association between theoretical and practical knowledge assists in the study of students and in the way teachers teach. However, it is often not possible to perform all theoretical situations in laboratories. In these cases, the use of computer simulation appears as an efficient tool, capable of presenting the fundamental curves for the study of the machines in a didactic way and for all the existing load conditions. In this way, this article presents results of computer simulation of electric machines of direct current (motors and generators), realized in the tool MATLAB®, in the configurations in independent excitation and in shunt. The model developed is based on the permanent regime equations of such equipment and the objective is to obtain practical curves, easily found in the main literature of the field. The computational tool developed is validated by means of comparison with curves of the literature and with measurements made in the laboratory and both presented satisfactory agreement.*

**Key-words:** *Computational simulation, electric direct current machines, didactic tool.*