

ENSINO DE MATEMÁTICA NA ENGENHARIA E RACIOCÍNIO COVARIACIONAL: UMA PROPOSTA PARA “(DES)(RE)CONSTRUIR” O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Daniel D. L. Silva – dlsilvadaniel@hotmail.com

André Luis Trevisan – andreluistrevisan@gmail.com

William José Gonçalves – williamboatematica@gmail.com

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Estrada dos Pioneiros, 3131, Jardim Morumbi
CEP 86036-370 - Londrina - Paraná*

Resumo: *Assumimos neste ensaio uma perspectiva de organização de ambientes de ensino e de aprendizagem pautada em episódios de resolução de tarefas para disciplinas matemáticas em cursos de engenharia. Propomos aqui uma discussão acerca da necessidade de (re)significação do conceito matemático de função, por meio de sua abordagem covariacional, como possibilidade para o trabalho em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Para tal, apresentamos o conceito de raciocínio covariacional e a análise de uma tarefa proposta a estudantes de engenharia, que cursam a disciplina de CDI 1, no intuito de fomentar esse tipo de raciocínio. Por fim, tecemos algumas considerações buscando aproximar essa proposta de trabalho do desenvolvimento de atributos necessários ao exercício da profissão de engenheiro.*

Palavras-chave: *Ensino de Matemática. Ensino de Engenharia. Tarefas Matemáticas. Raciocínio Covariacional.*

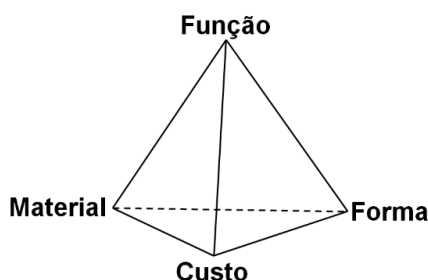
1 INTRODUÇÃO

Das ferramentas de pedra lascada da Pré-História, passando pelos aquedutos romanos, passando pelas revoluções industriais e chegando atualmente aos *notebooks* e *smartphones*, as necessidades da humanidade foram ao longo da história providas pela engenharia. O engenheiro não busca as respostas da natureza com fim nelas próprias, como o cientista, mas sim aplicá-las na resolução de problemas. As ciências e a matemática são uma parte – essencial – da formação de um engenheiro. No entanto, o currículo de ciências educa no método científico, enquanto o currículo de engenharia pauta-se no método da engenharia (BROCKMAN, 2013).

Brockman (2013) define os problemas de engenharia como “abertos”. Ou seja, em geral não se aceita apenas uma única resposta como correta. Além disso, dificilmente todas as variáveis envolvidas serão dadas. Desse modo, habilidades como a formulação de hipóteses, a busca de soluções viáveis, o uso dos recursos com eficácia, a organização e o trabalho em

grupos devem pautar a abordagem do engenheiro ao alterar elementos-chave de um projeto. A Figura 1 ilustra o tetraedro do processo de projeto de um engenheiro.

Figura 1 – Elementos-chave do projeto de engenharia



Fonte: Autores, baseados em Brockman (2013).

No Relatório *Educando o Engenheiro de 2020: Adaptando o Ensino de Engenharia a um Novo Século*¹, a Academia Nacional de Engenharia (NAE)² dos Estados Unidos discutiu a preparação da nova geração de engenheiros aptos para resolver os problemas técnicos que a sociedade terá de enfrentar no futuro próximo. A comissão estabeleceu atributos necessários para o egresso e recomendações para alcançá-los. “Esses [atributos] incluem características como fortes habilidades analíticas, criatividade, profissionalismo e liderança. É nossa esperança e expectativa que a implementação das recomendações abaixo [14 recomendações, p.51-58] permita que essas aspirações e atributos desejados sejam atendidos”. (NAE, 2005, p.51). Duas dessas recomendações chamam-nos a atenção:

4. Quaisquer que sejam as outras abordagens criativas adotadas no currículo de engenharia de quatro anos [grade americana], a essência da engenharia - o processo iterativo de projetar, prever desempenho, construção e teste - deve ser ensinada desde os primeiros estágios do currículo, inclusive no primeiro ano (NAE, 2005, p.53, tradução nossa).

8. Escolas de engenharia devem introduzir um aprendizado interdisciplinar no ambiente de graduação, em vez de tê-lo como uma característica exclusiva dos programas de pós-graduação (NAE, 2005, p.55, tradução nossa).

O engenheiro em formação, ao ingressar em uma universidade, depara-se com a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) 1 como conteúdo obrigatório; logo chegam as primeiras provas e os índices de evasão crescem exponencialmente. Espera-se que aqueles que conseguiram passar na disciplina compreendam conceitos matemáticos como funções, limites, derivadas e integrais em uma variável; no entanto, os cursos de CDI 2 e CDI 3 apresentam (ao menos em nossa universidade) semelhantes índices de evasão e reprovação. Questiona-se: que tipo de Cálculo, o porquê ser obrigatório e que forma de ensinar podem contribuir para o método de engenharia?

Alinhados com o relatório supracitado, defendemos a organização em disciplinas de CDI de ambientes de ensino e aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas, “nos

¹ *Educating the Engineer of 2020: Adapting Engineering Education to the New Century*. Disponível em: http://c.ymcdn.com/sites/www.acectx.org/resource/resmgr/Learning_Center/Educating_The_Engineer_of_20.pdf. Acesso em 22 ago 2017.

² Para maiores informações consultar o site <<https://www.nae.edu/>>.

quais os estudantes tenham um papel ativo trabalhando, quando possível, em grupos e em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais". Ao professor, cabe "incentivar os estudantes a apresentarem e discutirem suas ideias durante as realizações das tarefas propostas, bem como conduzir a sistematização dos conceitos a elas subjacentes" (TREVISAN; MENDES, 2018, p. 3), aproximando, assim, a abordagem didática ao método da engenharia. Este artigo, recorte do trabalho de iniciação científica do primeiro autor, em consonância com a dissertação do segundo autor, propõe uma (re)significação do conceito matemático de função, por meio de sua abordagem covariacional, como possibilidade para o trabalho em aulas de CDI.

2 RACIOCÍNIO COVARIACIONAL (RC) E UMA (RE)SIGNIFICAÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

De forma sucinta, o RC implica na "capacidade de analisar, de maneira coordenada, as mudanças que ocorrem em duas variáveis interdependentes" (ORFALI, 2017, p. 27). A elaboração desse conceito é encontrada em textos de Thompson, Carlson e colaboradores (referenciados na continuidade deste texto) publicados a partir da década de 1990 e atrelados às temáticas "quantidade", "raciocínio quantitativo" e "taxa". Thompson (1994) destaca que o desenvolvimento do conceito de *taxa* passa inicialmente pelo reconhecimento de mudança em alguma quantidade, progride para uma imagem vagamente coordenada entre duas quantidades e se consolida em uma imagem da covariação de duas quantidades cujas medidas permanecem em proporção.

Uma definição de covariação encontrada de maneira mais sistematizada em Saldanha e Thompson (1998, p. 299, tradução nossa) é a seguinte: "nossa noção de covariação é de alguém que tenha em mente uma imagem sustentada [*sustained*, no original] dos valores de duas quantidades [que variam] simultaneamente". Carlson et al. (2002) propõem um quadro teórico para descrever habilidades do RC incluindo cinco categorias de ações mentais (AM) observadas em estudantes ao aplicá-lo no contexto de representação e interpretação de um modelo gráfico para um evento dinâmico, a constar: (AM1) Coordenação do valor de uma variável com mudanças na outra; (AM2) Coordenação do sentido da mudança de uma variável com mudanças na outra; (AM3) Coordenação da variação absoluta de uma variável com mudanças na outra; (AM4) Coordenação da taxa de variação média de uma função com incrementos uniformes na variável independente; (AM5) Coordenação da taxa de variação instantânea de uma função com variações contínuas da variável independente em todo o domínio da função.

Tendo analisado as ações mentais descritas acima, é possível então determinar o nível de raciocínio covariacional (Quadro 1) envolvido na tarefa observada. Nessa linha, Orfali (2017, p. 137), baseado nos autores supracitados, destaca "que a habilidade de raciocínio covariacional de uma pessoa em uma tarefa alcança um certo nível de desenvolvimento quando sustenta as ações mentais daquele nível e dos anteriores".

Quadro 1: Níveis de raciocínio covariacional.

Nível	Nome	Descrição
N1	Coordenação	No nível de coordenação, as imagens da covariação podem sustentar a ação mental de coordenar mudanças em uma variável com as variações de outra (AM1).
N2	Sentido	No nível do sentido, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar o sentido da variação de uma variável (crescente ou decrescente) com as variações da outra. As ações mentais AM1 e AM2 são ambas sustentadas por imagens de N2.
N3	Coordenação quantitativa	No nível da coordenação quantitativa, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar a variação absoluta de uma variável com as variações da outra. As ações mentais AM1, AM2 e AM3 são sustentadas por imagens de N3.
N4	Taxa de variação média	No nível da taxa de variação média, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar a taxa de variação média de uma função com variações uniformes da variável independente. Também podem sustentar o uso da taxa de variação média para coordenar a variação absoluta de uma variável com as variações da outra. As ações mentais de AM1 até AM4 são sustentadas por imagens de N4.
N5	Taxa de variação instantânea	No nível da taxa de variação instantânea, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar continuamente a taxa de variação instantânea de uma função com variações da variável independente ao longo de um intervalo. Esse nível inclui a consciência de que a taxa de variação instantânea resulta de refinamentos da taxa de variação média em intervalos cada vez menores. Também inclui a consciência de que, no ponto de inflexão, a taxa de variação passa de crescente para decrescente, ou o contrário. As ações mentais de AM1 até AM5 são sustentadas por imagens de N5.

Fonte: Carlson *et al* (2002, p. 358, tradução nossa).

3 O RACIOCÍNIO COVARIACIONAL EM TAREFAS MATEMÁTICAS: UMA PROPOSTA PARA ESTUDANTES DE ENGENHARIA

Uma dificuldade que estudantes apresentam no que tange à elaboração de conceitos matemáticos é que eles são “apresentados” como “prontos e acabados”, atrelados a um conjunto de fórmulas e regras pré-estabelecidas, tornando os estudantes meros repetidores de processos. Stewart (2009, p.12), referência inicial em cursos de CDI, define uma função f como “uma lei para a qual cada elemento x em um conjunto A faz corresponder exatamente a um elemento chamado $f(x)$, em um conjunto B ”. Embora o hodierno significado matemático de *função* tenha resolvido problemas históricos dos matemáticos, apresentá-lo de modo que os estudantes conceitualizem seu significado, trazendo coerência para a compreensão da situação, é um desafio para o educador. Trata-se de uma definição geral e com linguagem matemática sofisticada e rigorosa; elementos e conjuntos são entidades abstratas extremamente difíceis de serem apropriadas logicamente, o que faz com que um estudante proveniente da Educação Básica, que tem o contato com o CDI ao adentrar a universidade, não consiga correlacionar variáveis, taxas de crescimento e decrescimento, área sobre curvas, mudanças de concavidade, uma vez que a definição adotada limita o horizonte de visualização de situações modeladas por funções.

Nossa abordagem didática é o inverso do geralmente adotado pelos cursos de CDI (TREVISAN; MENDES, 2017), uma estrutura curricular “não usual” que possibilita um adiamento do tratamento rigoroso de limites, privilegiando a exploração de ideias intuitivas que fomentem a elaboração de conceitos matemáticos. Assim, a representação gráfica ou de outras formas que levem a compreender como duas variáveis se relacionam são o ponto de partida.

Afinal, conceitos de crescimento e decrescimento e suas taxas, mudanças de concavidade e ponto de inflexão são propriedades das funções que não dependem de um conceito "formal" de derivada. Pelo contrário, a derivada fornece uma ferramenta e uma resposta com rigor matemático à situação.

Thompson e Carlson (2017, p. 144, tradução nossa), ao definirem que

uma função, covariacionalmente, é uma concepção de duas quantidades que variam simultaneamente, de modo que existe uma relação invariante entre seus valores que têm a propriedade de que, na concepção da pessoa, cada valor de uma quantidade determina exatamente um valor do outro,

oferecem-nos uma alternativa ao conceito de função presente em aulas de CDI. Tal abordagem é muito mais próxima e tem muito mais aplicabilidade à engenharia do que a convencional. Muitas vezes na engenharia, não trilhamos o caminho convencional do CDI na análise de situações. Pelo contrário, dos resultados e da percepção que se tem deles, formulam-se hipóteses, buscam-se relações entre as grandezas envolvidas e visualização da situação de modo contínuo. Ou seja, estruturar o conceito de função do modo como aqui apresentamos fornece ao egresso deste curso de CDI condições para perceber variáveis e suas relações.

A seguir, propomos e discutimos uma tarefa³, organizada no intuito de fomentar o RC em aulas de CDI 1, pautada na premissa de que o ensino dessa disciplina deveria ser precedido pela exploração qualitativa, intuitiva e informal de ideias como taxa de variação e áreas sob curvas, por meio de abordagens gráficas e numéricas, que seriam gradativamente refinadas.

3.1 Tarefa: dinagráficos

Dinagráficos [Dynagraphs, no original] são apresentados por Goldenberg, Lewis e O'keefe (1992, p. 244, tradução nossa) em sua discussão a respeito de representações dinâmicas e o conceito de função. Segundo eles, esse tipo de representação constitui

uma classe de ferramentas de visualização de função que têm como características comuns que 1) a variável de domínio é dinamicamente manipulada pelo usuário e 2) a variável de domínio e sua imagem estão representadas cada uma em seu próprio espaço. Por exemplo, uma versão $R \rightarrow R$ permite que a variável de domínio seja dinamicamente controlada pelo mouse movendo um cursor em uma linha de números, enquanto a imagem se move em uma linha numérica paralela.

Mesmo não sendo citado pelos referenciais teóricos de RC, entendemos que a utilização de dinagráficos está intimamente ligada à representação da correlação entre as variáveis no nível de coordenação, e sob ações mentais tanto de coordenação de variáveis quanto da taxa de variação, uma vez que possibilita visualizar tal relação. Goldenberg, Lewis e O'keefe (1992, p.246, tradução nossa) continuam: "embora seja uma abstração baseada em tela, é manipulável em tempo real, e seu comportamento se assemelha fortemente aos fenômenos do mundo real".

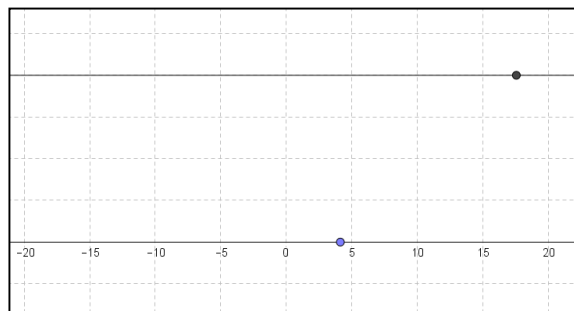
Na tarefa proposta a estudantes de engenharia que cursam CDI 1⁴, foram selecionadas funções (não informadas aos estudantes): I. $y = x - 2$; II. $y = -3x - 4$; III. $y = x^2$; IV.

³ Por tarefa estamos entendendo "o amplo espectro composto por 'coisas a fazer' pelos estudantes em sala de aula, o que inclui desde a execução de exercícios algorítmicos até a realização de investigações ou construção de modelos matemáticos" (TREVISAN; BORSSOI; ELIAS, 2015).

⁴ Nosso intuito, neste texto, não é realizar uma análise sistemática de dados oriundos da aplicação das tarefas, mas apenas trazê-los para ilustrar possibilidades de exploração do RC em aulas de CDI 1. A turma na qual foram coletados os dados é de estudantes ingressantes em um Curso de Engenharia de Materiais, com perfil descrito por Trevisan e Mendes (2018). Os trechos transcritos foram selecionados em função da diversidade de ideias presentes nos diálogos, enquanto trabalhavam com a tarefa, em grupos constituídos por 3 ou 4 integrantes.

$y = 2^x$ e $V. y = 7$; e organizados, no software GeoGebra, dinagráficos que as representassem (Figura 2). Ao movimentar o ponto azul (livre), verifica-se a variação do ponto preto.

Figura 2 – Dinagráfico utilizado na tarefa.



Fonte: Autores.

Indagados a dissertar sobre “O que é possível analisar nesta tela?”, algumas explicações via áudio gravado mostram uma análise que explorou a relação entre as variáveis envolvidas desencadeada no grupo. A seguir, a transcrição do diálogo de um dos estudantes (identificado por E) com o professor (terceiro autor) acerca das funções I ($y = x-2$) e II ($y = -3x-4$).

E1.: *Aqui [I] a gente falou que não como são retas paralelas... os pontos que cortam no primeiro gráfico [primeiro dinagráfico] são meio constantes. Cada vez que o x do eixo das abscissas [x da reta de baixo] varia, o de cima vai variar sempre duas unidades a menos. Aí no gráfico 2, a gente percebeu que um vem de mais infinito até zero e o outro vem de menos infinito até zero. É como se um fosse crescente e o outro decrescente, aí vai ter um ponto em que eles são iguais que é quando x vale 1. A partir daí, eles vão sempre variar de forma diferente.*

Autor.: *Vocês conseguem comparar essa variação no primeiro caso e no segundo? Como é que foi isso?*

E1.: *No primeiro caso eles variam constante, ou seja, quando X cresce o X de cima cresce e quando X decresce, ambos decrescem. Agora, no segundo caso, não! Quando um cresce o outro decresce. Então, tipo assim, como se um fosse positivo e o de cima negativo, eu tô crescendo um valor e tô diminuindo o outro.*

Embora a avaliação das representações pareça simples, percebe-se na fala do estudante uma análise na representação do domínio e contradomínio, mesmo que não tenham recebido essas denominações, o que é essencial para a compreensão de um gráfico de função. Quando o aluno recebe o tratamento convencional do conceito de função, ele fica condicionado a procurar pares ordenados, a seguir um algoritmo que leva a um objeto geométrico (gráfico) que muitas vezes é a conexão dos pontos calculados (GOLDENBERG; LEWIS; O'KEEFE, 1992). Isso implica que situações como as exploradas pelos dinagráficos oferecem um contexto para interpretação do papel das variáveis, não como um algoritmo algébrico, mas variáveis que guardam uma lei natural de relação: mudar uma implica na mudança da outra. Trata-se de uma imagem de covariação que sustenta ações mentais de coordenar a variação absoluta de uma variável com as variações da outra (N3 do Quadro 1).

Outro estudante analisou a representação III ($y = x^2$) da seguinte forma:

E2.: Dá para você perceber que ele tem um comportamento de x^2 , porque quando X é negativo em cima é sempre positivo e conforme você aproxima de zero aqui, aqui você também aproxima de zero. Os dois vão ser zero em algum ponto. Quando ele varia de 0 até 1, o que está no x de baixo varia mais rápido que o de cima e quando os dois são 1, de 1 em diante o de cima vai sempre variar o quadrado do outro. De zero até um, o comportamento, X ao quadrado, ele é um pouco mais devagar que o de X e a partir de 1 você vai variar sempre o quadrado analisando os pontos.

A análise da fala desse segundo ilustra uma interpretação refinada de uma curva polinomial de grau 2, mostrando apresentar imagens da covariação que sustentam ações mentais de coordenar a taxa de variação média dessa função com variações uniformes da variável independente (N4 do Quadro 1). Está implícito na fala do estudante o conceito de taxa de crescimento; a função passa a crescer muito mais rápido depois de $x = 1$, mesmo sem ter feito processos algébricos, o comportamento quadrático emerge da tela para o aluno e isso atinge o nosso objetivo: ressignificar o conceito de função.

Para análise da representação III ($y = 2^x$), um dos estudantes faz a seguinte análise, também intermediada pelo professor (terceiro autor):

E3.: se a gente colocar em pontos positivos, o gráfico se distancia muito do ponto azul e se a gente colocar para pontos negativos, aproximando muito do ponto preto, a gente consegue ver que ele ainda não chegou em zero. Ele tende a zero, mas ele não chega no zero.

Autor.: E aí isso levou vocês a alguma fórmula? Como é que foi?

E3.: Se a gente pensar em expoente negativo, se a gente inverter depois a função do expoente negativo, a gente vai tá dividido por um número maior ainda, quanto maior essa divisão mais perto de zero.

Autor.: Certo. Mas foi essa linha que vocês usaram para concluir e chegar nessa fórmula aqui? Como é que vocês pensaram para obter essa fórmula?

E3.: Porque, aí, para chegar na fórmula a gente olhando nos pontos positivos, se a gente fixar os pontos, por exemplo, $2^4=32$...

A todo momento na resolução dessa tarefa em sala, os estudantes foram desestimulados a busca de soluções algébricas para responder à questão, isso porque, buscávamos estabelecer um quadro de covariação contínua. O estudo do contínuo é muitas vezes subestimado na educação básica e o aluno que adentra a universidade, muitas vezes, acostuma-se ao algoritmo de plotar pontos e ligá-los sem se preocupar com o que há entre esses pontos.

O interessante da abordagem desse aluno é que, ao analisar o comportamento dos pontos, conceitos de limite, assíntota vertical e potências emergem do comentário. Embora a conclusão para o modo de chegar ao valor não tenha sido pela análise da variação, mas pela reflexão a respeito do valor do ponto tendendo a zero e afastando-se rapidamente do azul, conforme o último cresce, o aluno mostra o cerne que compreende como as variáveis se correlacionam. Ao menos, conclui-se que esse alcançou níveis de coordenação quantitativa (N3) e sentido (N4).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De que modo o RC relaciona-se com a engenharia? A exploração do conceito de função por meio de tarefas como a que apresentamos neste artigo está diretamente ligada às habilidades que um engenheiro deve possuir: levantamento de hipóteses; coordenação e covariação de variáveis; desconstrução de (pré)conceitos e verificação de sua aplicabilidade. Assim, o conceito de função que procuramos elucidar com a atividade aqui proposta não se dá de modo a buscar com que os alunos definam uma função covariacionalmente, como a definição exposta, mas que nossas tarefas ajudem a mobilizar ações mentais do raciocínio covariacional, e assim contribuam para uma ampliação no conceito de função, necessária ao entendimento de conceitos do próprio cálculo e primordiais para o método da engenharia.

Na elaboração de tarefas para aulas de CDI 1 que oportunizem o desenvolvimento do RC, busca-se considerar as seguintes habilidades a serem desenvolvidas: (i) constituir quantidades envolvidas na situação; (ii) imaginar mudanças em andamento; (iii) coordenar duas quantidades que variam juntas, reconhecendo a direção de crescimento, a existência de taxas de variação e de eventuais mudanças na taxa de crescimento.

Trata-se de uma proposta para, ao mesmo tempo, "desconstruir" um conceito estático de função, que possivelmente o estudante que inicia um curso de CDI 1 traz da Educação Básica, restringindo-se às operações algébricas com valores de tabelas, à determinação de equações analíticas e plotagem de pontos em um plano cartesiano. Para Thompson e Carlson (2017, p. 422), "ideias de variação e covariação em valores de variáveis não se encaixam na definição matemática de função atual de hoje", pois adotam os passos de determinação de pontos, produtos cartesianos e o significado de Dirichlet de necessidade de lei de correspondência entre os valores de x e y . O objetivo das tarefas aqui propostas é oferecer uma alternativa a essa abordagem com vistas a "reconstruí-la".

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo auxílio à pesquisa da qual este texto é recorte.

REFERÊNCIAS

BROCKMAN, Jay B. **Introdução à engenharia: modelagem e solução de problemas**. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2010. 294 p.

CARLSON, Marilyn *et al.* Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 33, n. 5, p. 352-378, 2002.

CONNALLY, Eric. **Funções para modelar variações: uma preparação para o cálculo**. 3ª edição, Rio de Janeiro: LTC, 2009. 517 p.

GOLDENBERG, Paul; LEWIS, Philip; O'KEEFE, James. Dynamic representation and the development of a process understanding of function. In: DUBINSKY, Ed; HAREL, Guershon (org.), **The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy**, 1992, v.25, p. 235-260.

NATIONAL ACADEMY OF ENGINEERING (NAE). **Educating the Engineer of 2020:** Adapting Engineering Education to a new Century. Washington, DC: National Academies Press, 2005.

ORFALI, F.; **A conciliação das ideias do Cálculo com o currículo da Educação Básica: o raciocínio covariacional.** 2017. 214 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

SALDANHA, L.; THOMPSON, P. W. Re-thinking co-variation from a quantitative perspective: Simultaneous continuous variation. In: BERENSAH, S. B.; COULOMBE, W. N. (org.). **Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education.** Raleigh, NC: North Carolina State University, 1998.

STEWART, James. **Cálculo.** São Paulo, SP: Cengage Learning, 2009.

STROM, April D. The role of covariational reasoning in learning and understanding exponential functions. In: ALATORRE, S., CORTINA, J.L., SÁIZ, M., MÉNDEZ, A. (org.). **Proceedings of the Twenty Eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Mérida, Yucatán, México: Universidad Pedagógica Nacional, 2006, p. 624-630.

THOMPSON, P. W. Students, functions, and the undergraduate mathematics curriculum. In DUBINSKY, E.; SCHOENFELD, A. H.; KAPUT, J. J. (org.). **Research in collegiate mathematics education I.** Providence: American Mathematical Society, 1994, p.21-44.

THOMPSON, Patrick W.; CARLSON, Marilyn P. Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In: CAI, J. (org.), **Compendium for research in mathematics education.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2017, p. 421-456.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A.H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Pirinópolis. **Anais.** Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, Brasília: SBEM, 2015, p. 1-12.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? E limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n.3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, v.11, n.1, p. 209-227, 2018.

TEACHING OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND COVARIACIONAL REASONING: A PROPOSAL FOR “(DE)(RE)CONSTRUCT THE DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

Abstract: *We assume in this essay a perspective of organization of teaching and learning environments based on episodes of task resolution for mathematical subjects in engineering courses. We propose here a discussion about the necessity of (re) signification of the mathematical concept of function, through its covariational approach, as a possibility for the work in Differential and Integral Calculus (DIC) classes. For this, we present the concept of covariational reasoning and the task analysis proposed to engineering students who study the discipline of DIC 1, in order to foster this type of reasoning. Finally, he makes some considerations seeking to approximate this proposal of work to the development of attributes necessary to the exercise of the profession of engineer.*

Keywords: *Mathematics Teaching. Engineering Teaching. Mathematical Tasks. Covariational Reasoning.*