

## IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS PARA UMA PLANTA DE NÍVEL DIDÁTICA SMAR PD3-F

**Resumo:** O presente trabalho tem como objetivo estimar modelos para o sistema de nível de uma planta didática, com características industriais, do tipo PD3-F da fabricante SMAR. Devido à crescente popularidade deste equipamento nos mais diversos cursos de engenharia, este trabalho apresenta os passos fundamentais necessários para identificação de modelos para o sistema em questão. Com efeito, são utilizadas técnicas de identificação caixa preta e caixa cinza na determinação de modelos lineares do tipo ARX e não lineares do tipo NARX, Hammerstein e Wiener. Os resultados são comparados e sugerem que as técnicas de identificação caixa cinza utilizadas para identificar sistemas não lineares tem uma capacidade maior para representar a planta de nível.

**Palavras-chave:** Identificação Caixa Preta, Identificação Caixa Cinza, Análise em Estado Estacionário, Modelos de Hammerstein e Wiener, Modelos NARMAX.

### 1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática de sistemas dinâmicos pode ser definida como o estudo de formas de desenvolvimento e aplicação de modelos a sistemas reais. O estudo desse campo é de fundamental importância na previsão, otimização e no controle de sistemas.

Os processos de modelagem podem ser classificados de três maneiras distintas. O primeiro deles, designado modelagem caixa branca é realizado por meio de leis físicas que representam os processos (GARCIA, 2009). A segunda forma, denominada modelagem caixa preta, é realizada por intermédio de medidas experimentais das entradas e saídas de interesse do sistema (AGUIRRE, 2015). A terceira e última forma é a modelagem caixa-cinza, que é a combinação entre a modelagem caixa branca e a modelagem caixa preta. Nesse tipo de modelagem o uso de qualquer informação que se tenha à respeito do sistema, além dos dados de entrada e saída, é denominado como *informação auxiliar* (ESKINAT *et al.*, 1993). A aplicação dessas técnicas de modelagem resultam em modelos matemáticos expressos, geralmente, por meio de equações diferenciais, equações a diferenças, funções de transferência ou espaço de estados.

A modelagem de sistemas dinâmicos é um grande desafio que envolve a escolha de um modelo adequado ao problema, assim como a determinação de uma estrutura e estimação de

seus parâmetros de maneira a explicar adequadamente o fenômeno em estudo. Devido ao conhecimento e ao tempo necessários para modelar um sistema partindo do equacionamento dos fenômenos envolvidos, a modelagem caixa branca nem sempre é viável. Nesse sentido, a identificação caixa preta pode ser uma boa alternativa. Uma das características primordiais dessa técnica é que pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário (AGUIRRE, 2015), além das sequências de dados de entrada e saída do sistema. Em complemento, a identificação caixa cinza tem sido estudada, nos últimos anos, por diversos pesquisadores como forma de solucionar alguns questionamentos inerentes à identificação de sistemas não lineares, tais como: determinação de estruturas (BARBOSA, 2015), desempenho em estado estacionário (ESKINAT *et al.*, 1993) e estimação de parâmetros (TEIXEIRA, 2011).

Devido a popularidade da planta didática PD3-F da SMAR nos cursos de engenharia do Brasil, comprovada pelo crescente volume de trabalhos realizados sobre tal equipamento, a citar (BERTACHI *et al.*, 2013), (SILVA *et al.*, 2015) e (TÔRRES *et al.*, 2017), o objetivo deste trabalho é descrever os procedimentos para estimação de modelos, que melhor descrevam o comportamento estático e dinâmico do processo, utilizando abordagens clássicas de identificação de sistemas lineares e não lineares. As representações matemáticas obtidas são comparadas por meio de simulações livre e por meio do índice de qualidade RMSE (do inglês, *Root Mean Square Error*). Dessa forma, são utilizadas técnicas de identificação caixa preta e caixa cinza na determinação de modelos lineares do tipo ARX (do inglês, *AutoRegressive with eXogenous inputs*) e não lineares do tipo NARX (do inglês, *Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs*), Hammerstein e Wiener.

O presente artigo está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2 apresentam-se as principais ferramentas da teoria de identificação de sistemas utilizadas para a obtenção de modelos matemáticos. A Seção 3 descreve o processo a ser identificado. A Seção 4 descreve a aplicação, no sistema de nível, dos procedimentos relatados na Seção 2, bem como os resultados obtidos. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões e discussões a respeito do trabalho.

## 2. PROCEDIMENTOS PARA IDENTIFICAÇÃO

Em geral, os procedimentos para a identificação de sistemas podem ser divididos em cinco etapas: experimentação do sistema, escolha da representação, detecção de estrutura, estimação dos parâmetros e validação do modelo estimado. As subseções a seguir abordam sucintamente esses procedimentos. Maiores detalhes podem ser encontrados em (AGUIRRE, 2015).

### 2.1. Experimentação do Sistema

A etapa de experimentação do sistema trata, principalmente, dos aspectos relacionados ao projeto dos sinais persistentemente excitantes de entrada e da frequência de amostragem. Dentre os sinais utilizados para a excitação do sistema, destacam-se os sinais pseudoaleatórios do tipo PRBS (do inglês, *Pseudo Random Binary Signal*) e os sinais completamente aleatórios do tipo ruído branco. Devido à facilidade de implementação e aplicação aos sistemas, é mais usual se trabalhar com sinais do tipo PRBS. Quando se projeta um sinal desse tipo deve-se escolher adequadamente a máxima excursão permitida  $V$  ao sinal de excitação do processo, o número de bits  $n$  do sinal digital e o menor intervalo entre bits  $T_b$ . Os sinais PRBS possuem apenas dois estados possíveis,  $-V$  ou  $+V$ . A periodicidade do PRBS que é descrita por  $T = N \times T_b$ , em que  $N = 2^n - 1$ , não deve ser menor do que o tempo de acomodação do sistema. A escolha de  $T_b$  pode ser feita por meio da heurística

$$\frac{\tau_{min}}{10} \leq T_b \leq \frac{\tau_{min}}{3}, \quad (1)$$

em que  $\tau_{min}$  é a menor constante de tempo de interesse do sistema (AGUIRRE, 2015).

Com relação à escolha do período de amostragem, pode-se empregar um procedimento que consiste em utilizar as funções de autocorrelação linear, (2), e não linear, (3), dos sinais de saída do sistema

$$r_{y'y'}(\tau) = E[(y(k) - \bar{y}(k))(y(k - \tau) - \bar{y}(k))], \quad (2)$$

$$r_{y^2'y^2'}(\tau) = E[(y^2(k) - \bar{y}^2(k))(y^2(k - \tau) - \bar{y}^2(k))], \quad (3)$$

em que  $\bar{y}(k)$  e  $\bar{y}^2(k)$  são as médias temporais de cada um dos sinais. O apóstrofo (') indica que o valor médio foi subtraído dos sinais e o operador  $E[\cdot]$  indica a esperança matemática. A escolha da taxa de amostragem pode ser feita por

$$\frac{\tau_m}{20} \leq T_s \leq \frac{\tau_m}{10}, \quad (4)$$

em que  $\tau_m$  é medido em números de atrasos com relação ao menor dos mínimos entre  $\tau_{y'}$  e  $\tau_{y^2}$  de modo que  $\tau_m = \min(\tau_{y'}, \tau_{y^2})$ . Portanto, se o sinal amostrado de saída não estiver dentro da faixa estabelecida por (4), faz-se necessário decimá-lo para que o mesmo atenda os limites estabelecidos.

## 2.2. Escolha da Representação Matemática

Essa etapa depende das características do processo, tal como a correlação existente entre os dados de entrada e saída, e da finalidade de aplicação do modelo, como por exemplo controle e predição de processos. Levando em conta esses fatores, as próximas subseções descrevem as representações escolhidas para a modelagem do processo de nível da planta PD3-F da SMAR.

### Modelos NARMAX

O modelo polinomial NARMAX (do inglês, *Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) pode ser descrito da seguinte maneira (AGUIRRE, 2015)

$$y(k) = F^l[y(k - 1), \dots, y(k - n_y), u(k - d), \dots, u(k - d - n_u + 1), e(k - 1), \dots, e(k - n_e)] + e(k), \quad (5)$$

em que  $F^l$  é uma função polinomial não linear de grau  $l$ . As variáveis  $u(k)$  e  $y(k)$  são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do sistema, sendo  $n_u$  e  $n_y$  os atrasos relacionados a cada um desses sinais. A variável  $d$  representa o tempo de retardo do sistema, enquanto  $e(k)$  indica os efeitos que não podem ser explicados por  $F^l$ . Assim como  $n_u$  e  $n_y$ ,  $n_e$  representa o máximo atraso relacionado ao sinal  $e(k)$ . Observa-se que a parcela determinística de (5) representa os modelos NARX.

### Agrupamento de Termos e Coeficientes de Agrupamentos

O modelo NARX polinomial contido em (5) pode ser expandido como o somatório de termos com graus de não linearidade  $1 < m \leq l$ , da seguinte maneira



$$y(k) = \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^m \sum_{n_1, \dots, n_m}^{n_y, n_u} c_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m) \times \prod_{i=1}^p y(k-n_i) \prod_{j=p+1}^m u(k-n_j), \quad (6)$$

em que  $\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} \equiv$ . Ressalta-se que o limite superior é  $n_y$  se o somatório refere-se ao fator  $y(k-n_i)$  e  $n_u$  para fatores  $u(k-n_j)$ . Cada termo de grau  $m$  pode conter um fator de grau  $p$  do tipo  $y(k-i)$  e um fator de grau  $(m-p)$  do tipo  $u(k-j)$ , sendo multiplicado por um parâmetro  $c_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m)$  nos quais  $(n_1, \dots, n_m)$  indicam os atrasos de cada fator (AGUIRRE, 2015). Na notação (6), se  $l=1$ , a representação reduz-se a um modelo ARX. Nesse ponto, vale destacar que o modelo NARMAX é uma generalização dos modelos NARX e ARX sem a parcela MA.

O conjunto dos termos definido genericamente como  $\Omega_{y^p u^{m-p}}$ , em que  $y(k-i)^p u(k-j)^{m-p} \in \Omega_{y^p u^{m-p}}$ ,  $\forall m = 0, \dots, l$ ;  $p = 0, \dots, m$ ;  $i = 1, \dots, n_y$ , e  $j = 1, \dots, n_u$ , é chamado de *agrupamento de termos*. O somatório dos coeficientes de todos os termos que pertencem a um dado agrupamento é denominado de *coeficiente do agrupamento* e é representado por  $\Sigma_{y^p u^{m-p}}$ . Genericamente, os coeficientes dos agrupamentos de termos de (6) são  $\sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} c_{p,m-p}$  (AGUIRRE, 2015).

### Função Estática

Nas condições de regime permanente, pode-se assumir que  $\bar{y} = y(k-1) = \dots = y(k-n_y)$  e  $\bar{u} = u(k-1) = \dots = u(k-n_u)$ . Sendo assim, (6) pode ser reescrita por meio da definição de agrupamentos de termos,

$$\bar{y} = \Sigma_0 + \Sigma_y \bar{y} + \Sigma_u \bar{u} + \sum_{m=1}^{l-1} \sum_{p=1}^{l-m} \Sigma_{y^p u^{m-p}} \bar{y}^p \bar{u}^{m-p} + \sum_{p=2}^l \Sigma_{y^p} \bar{y}^p + \sum_{m=2}^l \Sigma_{u^m} \bar{u}^m. \quad (7)$$

A solução de (7) resulta nos pontos fixos do modelo (6) para um dado valor de entrada.

### Modelos de Hammerstein e de Wiener

Os modelos de blocos interconectados são uma forma de representar sistemas não lineares por meio de dois ou mais blocos ligados em cascata. Nessas estruturas, um dos blocos representa a não linearidade do sistema por meio de uma função estática não linear  $f(\cdot)$  enquanto o outro bloco representa a parcela dinâmica do sistema por meio de um modelo linear  $G(q)$ . A disposição desses blocos define modelos com comportamentos dinâmicos diferentes. Quando o bloco estático precede o bloco dinâmico linear (Figura 1), a representação é denominada modelo de Hammerstein. Quando o bloco dinâmico linear precede o bloco estático não linear (Figura 2), a representação é denominada modelo de Wiener.

Figura 1 – Modelo de Hammerstein.

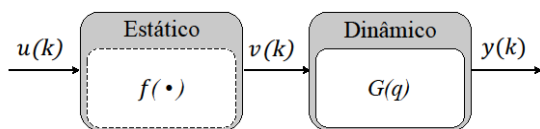
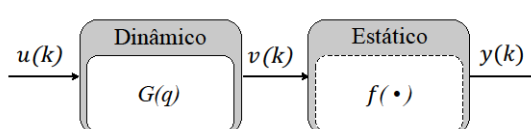


Figura 2 – Modelo de Wiener



Na estimação de tais modelos, as únicas informações conhecidas são os sinais de entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$ , sendo o sinal intermediário  $v(k)$  desconhecido e estimado à posteriori. A parcela dinâmica linear dos modelos, neste trabalho, será representada por meio de uma estrutura ARX.

### 2.3. Determinação de Estrutura

Uma vez escolhida a forma de representar o modelo, é necessário definir qual estrutura será utilizada. No caso de modelos NARX, precisa-se definir o grau de não linearidade  $l$  e quais termos de processo  $u(k - n_u)$  e  $y(k - n_y)$  serão incluídos. No caso de modelos ARX o problema se restringe, basicamente, à escolha do número de zeros  $n_u$ , de pólos  $n_y$  e do atraso puro de transporte, se houver. Para se obter um modelo que não seja subparametrizado ou sobreparametrizado, é necessário o emprego de critérios que auxiliem nessa escolha. O critério de informação de Akaike (AIC) verifica a redução na variância dos resíduos à medida que são acrescentados termos ao modelo, de modo que

$$AIC(n) = N_{obs} \ln(\text{var}[\xi(k)]) + 2n, \quad (8)$$

em que  $N_{obs}$  corresponde ao número de amostras,  $\text{var}[\xi(k)]$  é a variância dos resíduos, que são definidos como o erro de predição de um passo à frente e  $n$  é o número de termos do modelo. Em conjunto com o critério AIC, pode-se utilizar o método da taxa de redução de erro ERR (do inglês, *Error Reduction Rate*), que permite ranquear em ordem de importância os termos candidatos. O ERR permite avaliar se existe uma melhoria do erro de saída do modelo devido à inclusão de um novo termo (AGUIRRE, 2015).

### 2.4 Estimação de Parâmetros

Os algoritmos utilizados nesta etapa normalmente são derivados do estimador de Mínimos Quadrados (MQ). Considere que o modelo (5) possa ser escrito por

$$y = \Psi \hat{\theta} + \xi, \quad (9)$$

em que  $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  representa o vetor de parâmetros estimados pelo MQ,  $\Psi \in \mathbb{R}^{N_{obs} \times n}$  é a matriz de regressores e  $y \in \mathbb{R}^{N_{obs} \times 1}$  é o vetor de dados de saída. A variável  $n$  é o número de parâmetros do modelo a serem estimados e o vetor  $\xi$  refere-se aos erros cometidos ao se explicar  $y$  como  $\Psi \hat{\theta}$ . Dessa forma, minimizando a função de custo

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^{N_{obs}} \xi(i)^2 = (y - \Psi \hat{\theta})^T (y - \Psi \hat{\theta}), \quad (10)$$

em relação a  $\hat{\theta}$ , em que  $(\cdot)^T$  se refere à operação de transposição de matrizes ou vetores, obtém-se

$$\hat{\theta}_{MQ} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T y. \quad (11)$$

Para o modelo de Hammerstein, o sinal intermediário é dado por  $v(k) = f(u(k))$ . Sendo assim, a parcela dinâmica linear (modelo ARX) é obtida por meio do par de entradas e saídas  $\{v(k), y(k)\}$ , após a estimação da curva estática  $f(\cdot)$ . Para o modelo de Wiener, o sinal de saída é obtido pelo mapeamento do sinal intermediário,  $v(k)$ , de modo que  $y(k) = f(v(k))$ . Como o sinal intermediário não está disponível à priori, pode-se estimá-lo por meio da inversa da função

$f(\cdot)$ , denotada por  $g(\cdot)$ , de modo que  $v(k) = f^{-1}(y(k)) = g(y(k))$ . A parcela dinâmica linear do modelo é obtida por meio do par de entradas e saídas  $\{u(k), v(k)\}$ .

## 2.5 Validação de Modelos

A técnica utilizada neste trabalho para validação dos modelos dinâmicos é a predição de *infinitos passos à frente*, ou simulação livre. Nesse tipo de validação o modelo é simulado indefinidamente reutilizando as predições passadas. Para isso, é necessário que o modelo seja inicializado com as amostras de validação da saída experimental. Como forma de validar quantitativamente os modelos, utiliza-se o índice RMSE

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - \hat{y}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N_{obs}} (y(k) - \bar{y})^2}}, \quad (12)$$

em que  $\hat{y}(k)$  é a saída do modelo estimado e  $\bar{y}$  é o valor médio do sinal de saída verdadeiro. Quanto menor for o valor do índice RMSE, melhor será o modelo estimado.

## 3. DESCRIÇÃO DA PLANTA DE NÍVEL SMAR PD3-F

A planta PD3-F (tecnologia FOUNDATION Fieldbus) tem como objetivo mostrar, de forma didática, a operação de malhas de controle industriais utilizando instrumentos de campo e *softwares*. Visando, futuramente, aplicar técnicas de controle no processo de nível de tal planta, este trabalho dedica-se à identificação de modelos que representem tanto a característica estática quanto dinâmica do processo.

A Figura 3 apresenta um diagrama esquemático do sistema a ser identificado. O processo baseia-se no bombeamento da água do tanque de abastecimento TA ao tanque de aquecimento T1 por meio da bomba B1. A abertura da válvula FY-31 (variável de entrada) define a vazão de entrada FIT-31 e conseqüentemente o nível de água no tanque T1 (saída de interesse). O valor do nível é medido por meio do medidor LIT-31. O fundo do tanque T1 conta com uma abertura que simula o consumo de água. Vale ressaltar que todo o processo de identificação ocorre com o sistema operando em malha aberta.

## 4. IDENTIFICAÇÃO DA PLANTA DE NÍVEL E RESULTADOS

Seguindo as instruções apresentadas na Subseção 2.1, foram realizados ensaios dinâmicos e estáticos no sistema. Os ensaios estáticos consistiram na aplicação de degraus consecutivos, de amplitude crescente, com porcentagens de abertura da válvula FY-31 de 53%, 55%, 57%, 59%, 61%, 63%, 65%, 67% e 69%.

A cada degrau aplicado na entrada  $\bar{u}$  do sistema registra-se o valor da saída  $\bar{y}$  no regime permanente. A curva em preto (-) apresentada na Figura 6 mostra a relação estática entre  $u$  e  $y$ . Utilizando o método de mínimos quadrados um ajuste polinomial para a curva estática  $f(\cdot)$  pode ser dado por

$$f(\bar{u}) = 0,0197\bar{u}^3 - 3,9156\bar{u}^2 + 260,8509\bar{u} - 5738,0454. \quad (13)$$

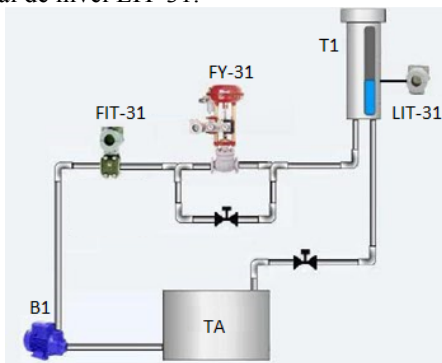
Por meio dos ensaios estáticos, obtém-se as constantes de tempo do sistema para o projeto do sinal PRBS. Desta forma, projeta-se o PRBS para operar na faixa de  $-V=57\%$  a  $+V=63\%$ . Nesse intervalo, a menor constante de tempo obtida é  $\tau_{min} = 107s$ . Sendo assim, de acordo com

(1),  $10,7s \leq \tau_{min} \leq 35,6s$ . Escolhendo  $\tau_{min} = 35,6s$  e considerando o tempo de acomodação do sistemas, para  $n = 4$  a desigualdade  $N \times T_b \geq 4 \times 10^7$  é atendida. A Figura 4 apresenta os sinais obtidos por meio do ensaio dinâmico,  $u(k)$  e  $y(k)$ . Os dados do ensaio dinâmico foram divididos em duas partes, sendo a primeira metade destinada à identificação do sistema e a segunda metade para a validação. Ressalta-se que a taxa inicial de amostragem dos dados é de 1s. No entanto, após a aplicação de (4), verifica-se a necessidade de decimar os dados, de modo que a nova taxa de amostragem passa a ser de 8s.

Uma vez experimentado o sistema próximo passo consiste em determinar as estruturas dos modelos dinâmicos. Conforme descrito na Subseção 2.3, utilizam-se os critérios AIC e ERR. A Tabela 1 apresenta os resultados provenientes da aplicação desses critérios aos modelos, em que  $\Omega_{cand}$  é o agrupamento de termos candidatos,  $n_{cand}$  é o número de termos candidatos e  $Termos_{ERR}$  são os termos selecionados pelo critério ERR.

Por meio dos sinais de entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$ , obtidos no ensaio dinâmico, e da curva estática (13) é possível determinar um função paramétrica dos sinais intermediários  $v(k)$  dos modelos de Hammerstein e de Wiener, conforme as discussões apresentadas na Subseção 2.4. Dessa forma, de posse das estruturas selecionadas, Tabela 1, e de  $v(k)$ , procede-se a etapa de estimação de parâmetros.

Figura 3 - Esquemático do processo de nível da planta SMAR PD3-F.  $u(k)$  é a abertura da válvula FY-31 e  $y(k)$  é o sinal de nível LIT-31.



Adaptado de (LOPES *et al*, 2012).

Figura 4 - (a) Sinal PRBS de entrada  $u(k)$  e (b) sinal de saída  $y(k)$ , sem decimação. A barra vertical em azul, separa os dados de identificação (à esquerda) dos dados de validação (à direita).

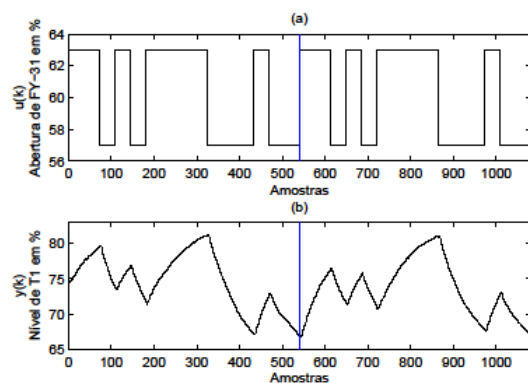


Tabela 1 - Sequência de comandos para seleção de estrutura considerando  $n_u = 2, n_y = 2el = 2$ .

Modelo	1. $\Omega_{cand}$	2. $n_{cand}$	3. $AIC(n)$	4. $Termos_{ERR}$
ARX	$\{\Omega_y, \Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1), y(k-2), u(k-1), u(k-2)\}$
NARX	$\{\Omega_y, \Omega_u, \Omega_{y^2}, \Omega_{uy}, \Omega_{u^2}\}$	14	3	$\{y(k-1), u(k-1), u(k-1)u(k-1)\}$
Hammerstein	$\{\Omega_y, \Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1), u(k-1)\}$
Wiener	$\{\Omega_y, \Omega_u\}$	4	2	$\{y(k-1), u(k-1)\}$



A Tabela 2 apresenta os parâmetros estimados para os modelos selecionados e os índices RMSE obtidos por meio dos dados de validação, em que  $RMSE_v$  é o RMSE dinâmico dos dados de validação.

Tabela 2 - Comparativo entre os modelos dinâmicos estimados.

Modelo	Modelos estimados	$RMSE_v$
ARX	$y(k) = 1,9106y(k - 1) - 0,9156y(k - 2) + 0,2854u(k - 1) - 0,2792u(k)$	0,3969
NARX	$y(k) = 0,9144y(k - 1) - 0,1013u(k - 1) + 0,0034u(k - 1)u(k - 1)$	0,1432
Hammerstein	(13) e $y(k) = 0,9253y(k - 1) + 0,0756u(k - 1)$	0,1732
Wiener	$y(k) = 0,9079y(k - 1) + 0,0914u(k - 1)$ e (13)	0,1761

A Figura 5, por sua vez, apresenta a validação por simulação livre dos quatro modelos dinâmicos estimados. As funções estáticas, para cada um dos modelos, obtidas por meio dos agrupamentos de termos dos modelos da Tabela 2 são apresentadas na Tabela 3, em que  $RMSE_e$  é o RMSE estático dos dados de validação. Um comparativo entre as curvas estáticas estimadas para os quatro modelos é mostrado na Figura 6.

Figura 5 - Simulação livre dos modelos dinâmicos. Em (-) tem-se a saída experimental do sistema, em (-.-) a saída estimada pelo modelo ARX, em (-x-) a saída do modelo NARX, em (-+-) a saída do modelo de Wiener e em (-●-) a saída do modelo de Hammerstein.

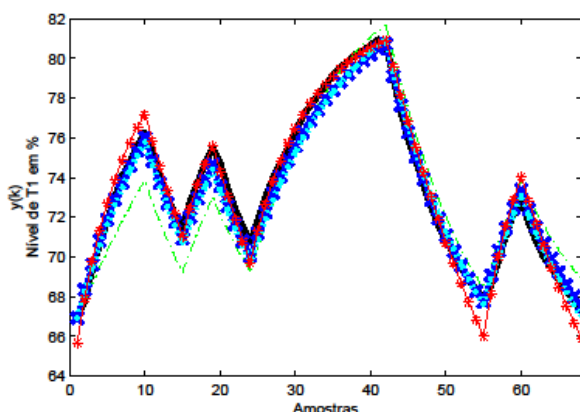


Figura 6 - Comparativo entre a curva estática do sistema verdadeiro (-) e as curvas estáticas estimadas pelos modelos ARX (-.-), NARX (-x-), Wiener (-+-) e Hammerstein (-●-).

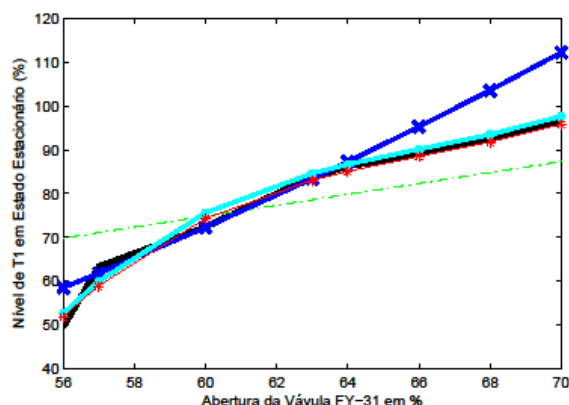




Tabela 3 - Comparativo entre os modelos estáticos estimados.

Modelo	Modelos estimados	$RMSE_e$
ARX	$\bar{y} = 1,2469\bar{u}$	0,6341
NARX	$\bar{y} = 0,0398\bar{u}^2 - 1,1827\bar{u}$	0,4961
Hammerstein	$\bar{v} = f(\bar{u})$ e $\bar{y} = 1,0122\bar{v}$	0,1421
Wiener	$\bar{v} = 0,9931\bar{u}$ e $\bar{y} = f(\bar{v})$	0,1318

Analisando a Figura 5 bem como as Tabelas 2 e 3 pode-se concluir que o desempenho inferior do modelo ARX, em comparação aos demais, deve-se, possivelmente, ao fato dos testes dinâmicos terem sido aplicados em regiões não lineares de operação do sistema. Como pode-se observar, na Figura 6, o modelo ARX descreve apenas um ponto fixo do sistema (em torno de 70% de T1). Ademais, esse argumento é reforçado quando analisa-se a evolução temporal do modelo NARX, que apresenta o melhor desempenho, descrevendo uma região de pontos fixos considerável (em torno de 58% a 64% de T1).

Embora os modelos de Hammerstein e de Wiener tenham apresentado evoluções temporais próximas e pouco inferiores ao modelo NARX, seus desempenhos estacionários são superiores a este último. Esse fato era previsto, uma vez que a informação auxiliar da característica estática do sistema foi inserida nos modelos de Hammerstein e de Wiener. Em situações nas quais deseja-se obter um modelo que represente o sistema em uma faixa maior de operação, os modelos de blocos interconectados configuram uma boa alternativa.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado um estudo com intuito de encontrar modelos matemáticos adequados ao sistema de controle de nível da planta didática PD3-F da SMAR. Como forma de atingir esse objetivo, foram apresentados os passos fundamentais da teoria de identificação caixa preta e caixa cinza para estimação de modelos ARX, NARX, e modelos de blocos interconectados de Hammerstein e de Wiener.

Dos resultados obtidos pôde-se observar que o sistema de nível em estudo possui dinâmica não linear, tendo em vista que seu comportamento em estado estacionário, para diferentes pontos de operação, não é regulado pela mesma dinâmica linear. No que diz respeito à reprodução das características estáticas do sistema, a identificação caixa cinza apresenta ser a alternativa mais viável.

## REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas: Teoria e Aplicação**, 4ª edição, Editora UFMG, 2015.

BARBOSA, A. M.; TAKAHASHI, R. H. C.; AGUIRRE, L. A. (2015). Equivalence of Non-Linear Model Structures Based on Pareto Uncertainty, **IET Control Theory Applications**, v.9, p 2423– 2429, 2015.

BERTACHI, A. H.; BIAGI Silva, L. R.; SUMAR, R. R.; ANGÉLICO, B. A.; and GOEDTEL, A. Controle de um Processo Multivariável em uma Planta Didática Industrial Utilizando Redes Neurais. In: XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2013, Fortaleza. **Anais**. Fortaleza, 2013.

SILVA, M. T. da.; LIMA, R. B. C.; SILVA Moreira L. J. da; BALTAR, R. de M. S. M; BARROS, P. R. Modelagem, Simulação, Identificação e Controle de uma Planta Didática com Variáveis de Nível e Temperatura. In: XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente 2015, Natal. **Anais**. Natal, 2015.

ESKINAT, E.; JOHNSON, S. H.; LUYBEN, W. L. Use of Auxiliary Information in System Identification, **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v.32, p. 1981–1992, 1993.

GARCIA, C. **Modelagem e Simulação de Processos Industriais e de Sistemas Eletromecânicos**. 2ª edição, Editora Edusp, 2009.

LOPES, J. C. S; ROCHA, K. P.; PANOEIRO, N. M.; CARMO, M. L.; OLIVEIRA, A. R.; JÚNIOR, L. O. A; CARVALHO, J. R. Identificação de um Sistema Dinâmico Assimétrico por Redes Neurais. In: XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012, Campina Grande. **Anais**. Campina Grande, 2012.

TEIXEIRA, B. O.; AGUIRRE, L. A. Using Uncertain Prior Knowledge to Improve Identified Nonlinear Dynamic Models. **Journal of Process Control**, v.21, n.1, p. 82–91, 2011.

TÔRRES, A. G.; NICACIO, J. V.; DOMINGOS, N. B; MORAIS, C. R. R. d. Planta Didática Smar PD3: Ajuste Dos Parâmetros do Controlador PI do Tanque de Aquecimento – Parte B. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, v.3. n.3, p. 454-475, 2017.

## IDENTIFICATION OF MODELS FOR A DIDACTIC LEVEL PLANT SMAR PD3-F

**Abstract:** *In this work, the objective is to estimate models for the level system of a didactic plant with industrial features, type PD3-F from manufacturer SMAR. Due to the increasing popularity of this equipment in the most several engineering courses, this work presents the fundamental steps necessary for identification models for such system. In fact, black box and gray box identification techniques are used in the determination of linear ARX and nonlinear models of the NARX, Hammerstein and Wiener type. The results are compared and suggest that gray box identification techniques used to identify nonlinear systems have a greater capacity to represent the level plant.*

**Key-words:** *Black-Box Identification, Gray-Box Identification, Stead-State Analysis, Hammerstein and Wiener Models, NARMAX Models.*