

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO REDUZIDO DIDÁTICO QUALITATIVO E QUANTITATIVO DE PÓRTICO PLANO DE MULTIPAVIMENTOS

Resumo: Um grande desafio encontrado no ensino de cursos de engenharia está na visualização prática dos conteúdos teóricos aprendidos em sala de aula. Tendo isto em mente, foi desenvolvido um modelo reduzido de pórtico plano de multipavimentos que permite comparar os deslocamentos obtidos teoricamente em aula com os medidos no modelo, além de permitir a observação e a medição de efeitos de segunda ordem, o que é de grande ajuda no ensino de Resistência dos Materiais e Análise de Estruturas. O modelo possibilita diversas configurações de apoios, carregamentos e contraventamentos. Os apoios permitem a configuração engastada ou como apoio de segundo gênero; o carregamento horizontal é composto por um sistema formado por fios, pesos e polias, que aplicam cargas horizontais nas extremidades das vigas; o carregamento vertical é aplicado nas vigas através da colocação de pesos sobre as mesmas; e o mecanismo de ligação pilar-viga permite a simulação do modelo de pórtico com 1, 2 ou 3 pavimentos. As agulhas fixadas ao longo dos pilares permitem a medição dos deslocamentos horizontais para cada configuração, por meio de um papel milimetrado fixado na estrutura de suporte do modelo. O modelo apresentou bons resultados, com deslocamentos próximos aos calculados teoricamente, o que o torna uma ótima ferramenta para ilustrar métodos e conceitos da área de estruturas.

Palavras-chave: Ensino. Modelo reduzido. Pórtico plano de multipavimentos. Deslocamentos. Efeitos de segunda ordem.

1 INTRODUÇÃO

Uma das grandes dificuldades encontradas no ensino das disciplinas da área de estruturas no curso de engenharia civil reside no elevado grau de abstração necessário para o entendimento do comportamento dos materiais frente às solicitações, de como trabalham os diferentes tipos de estruturas com suas vinculações e carregamentos, além de como os conceitos e simplificações são aplicáveis para a análise estrutural. (MARTIN, PRAVIA e ORLANDO, 2001).

Um meio que vem sendo utilizado para auxiliar no aprendizado dos alunos é a utilização de modelos reduzidos qualitativos, muitos deles vendidos comercialmente. Esses modelos auxiliam no entendimento de forma prática da composição da estrutura como um todo e dos efeitos que as ações nela provocam, possibilitando uma visão mais prática do tema. Contudo, estes modelos possuem o inconveniente de não possibilitar a comparação dos resultados obtidos por cálculos em sala de aula (como reações, esforços internos solicitantes e deslocamentos) com os observados no modelo.

A possibilidade de comparação de resultados calculados utilizando as teorias da resistência dos materiais e da análise estrutural é uma ferramenta importante no aprendizado, pois permite apresentar as bases teóricas dos problemas aos alunos, aplicá-las na resolução de exercícios e comprová-las com a comparação do calculado ao medido no modelo. Isto permite que os alunos não apenas memorizem conteúdos e processos de cálculo, mas sim possam entender e compreender o conteúdo (ANASTASIOU & ALVES, 2012).

A construção do modelo ficou a cargo da empresa Digital Design. O modelo de pórtico finalizado com um exemplo da aplicação das cargas horizontais e verticais e os apoios na configuração engastada é apresentado na Figura 7., dentro do curso de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Londrina, vem sendo desenvolvidos modelos qualitativos e quantitativos para o ensino de disciplinas da área de estruturas, modelos estes que vem ajudando no ensino de disciplinas de Resistência dos Materiais e de Análise de Estruturas (CAMPOS *et al.* 2016; CARBONARI *et al.* 2017).

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um modelo reduzido didático qualitativo e quantitativo de um pórtico plano de multipavimentos que permite a comparação de deslocamentos medidos com os calculados em sala de aula para diferentes configurações da estrutura (números de pavimentos e tipos de apoio), auxiliando no ensino de disciplinas de análise de estruturas.

2 CONCEPÇÃO DO MODELO

Foi proposto o projeto de um modelo de pórtico plano de multipavimentos com a aplicação de cargas horizontais (como as devidas ao vento) e cargas verticais (cargas permanentes e sobrecargas). Este modelo permitiria a verificação de deslocamentos horizontais calculados para diferentes carregamentos e/ou configurações do pórtico (número de pavimentos, apoios, rigidez das barras, etc.), além de permitir a observação e a medição de efeitos de segunda ordem. O modelo deveria possuir dimensões adequadas para sua utilização em sala de aula e ser confeccionado com materiais que proporcionassem grande durabilidade.

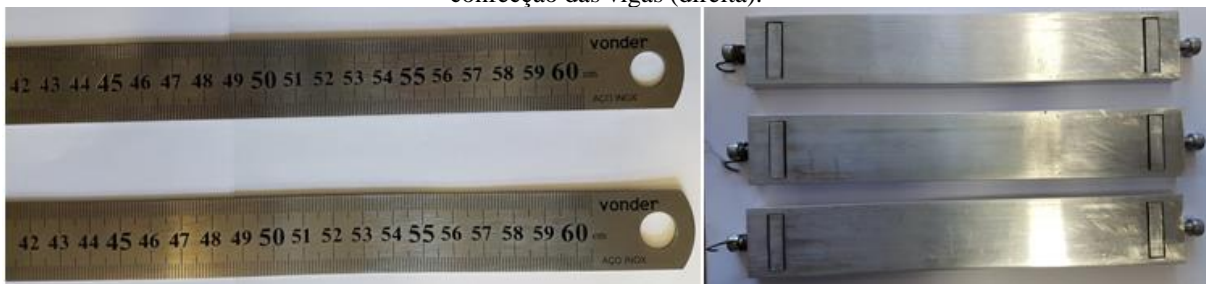
Com o intuito de auxiliar no aprendizado da análise de estruturas planas, foi desenvolvido um pórtico capaz de apresentar diferentes configurações, desde um pilar engastado-livre isostático, até pórticos compostos por dois pilares com 1, 2 e até 3 pavimentos. As vinculações dos pilares na base também foram desenvolvidas para simular apoios de segundo e terceiro gênero (apoios rotulados fixos e engastados).

Para permitir que, mesmo nas configurações com maior número de barras (com três pavimentos), o problema de análise fosse possível de ser resolvido manualmente em sala de aula mediante o método dos deslocamentos, optou-se por trabalhar com vigas de rigidez à flexão muito mais elevadas que a dos pilares, aproximando-se de um comportamento de barra rígida. Isso permite desprezar os deslocamentos de rotação nos nós da estrutura, reduzindo assim os graus de liberdade do problema aos deslocamentos horizontais, que são de no máximo 3 (um por pavimento).

Tendo essas diretrizes em vista, optou-se pela utilização de barras metálicas para a confecção dos pilares. Essas barras deveriam ter uma pequena espessura (que se utiliza como

altura da seção transversal, resultando em uma baixa rigidez à flexão), propiciando deslocamentos com uma ordem de magnitude tal que possam ser medidos visualmente com o auxílio de uma escala. Foram utilizadas régulas comerciais de aço inoxidável com 60 cm de comprimento e seção transversal de 24,7 x 1 mm da marca Vonder. Para as vigas, foram utilizadas barras de alumínio de seção transversal de 38 x 10 mm. Na Figura 1 à esquerda são apresentadas as régulas de aço utilizadas na confecção dos pilares e na Figura 1 à direita, as barras de alumínio utilizadas na confecção das vigas.

Figura 1 – Régulas de aço utilizadas na confecção dos pilares (esquerda) e barras de alumínio utilizadas na confecção das vigas (direita).



Fonte: os próprios autores.

Foram feitas reentrâncias nas barras de alumínio para a fixação dos pilares por meio de presilhas fixadas pela pressão aplicada com o aperto do parafuso. Desta forma, haveria a possibilidade da montagem do pórtico de forma rápida e prática, entre 1 e 3 vigas, além do ajuste da posição das vigas na altura desejada. Essa ligação também propiciou uma união solidária entre a viga e o pilar, sem a necessidade da realização de qualquer furação ou soldagem no pilar, permitindo inclusive a substituição dos pilares por barras com diferentes espessuras ou materiais. Nas extremidades das presilhas foram acoplados ganchos, nos quais é feita a aplicação das cargas horizontais através de um sistema de fios e roldanas. Um detalhe da presilha para a fixação das vigas aos pilares e do gancho para a aplicação de cargas horizontais é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Detalhe da presilha para a fixação das vigas aos pilares e do gancho para a aplicação de cargas horizontais.



Fonte: os próprios autores.

A estrutura utilizada como suporte do modelo foi uma placa de acrílico transparente de 10 mm de espessura, onde foram fixados os apoios, o limitador de deslocamentos (para evitar deslocamentos excessivos e uma possível plastificação do aço dos pilares) e as roldanas para a aplicação das cargas horizontais.

O mecanismo de ligação da régua metálica ao apoio é constituído por uma presilha composta por duas chapas espessas de alumínio que fixam o pilar, sendo a fixação feita por pressão através do aperto do parafuso que liga as chapas (ver Figura 3). As mesmas são fixadas a uma chapa semicircular localizada na parte de trás da placa de acrílico que está presa ao acrílico por meio de um parafuso central que permite a rotação do conjunto em torno do seu eixo. Também foi feito um corte na forma de coroa circular na placa de acrílico para permitir esse movimento de rotação. Nas extremidades da chapa semicircular, há a possibilidade de fixação de dois pinos, os quais podem ser inseridos em orifícios localizados acima da chapa semicircular. Os pinos, quando colocados nas cavidades, são utilizados para restringir a rotação do pilar, criando um apoio de terceiro gênero (engaste tal como ilustrado na Figura 3 à esquerda). Caso se deseje um apoio de segundo gênero (apoio fixo rotulado), os pinos são retirados, permitindo a rotação do apoio (como ilustrado na Figura 3 à direita). Os pinos são dotados de parafusos calantes para a regulação do alinhamento da placa semicircular, a fim de deixá-la totalmente na horizontal, o qual é auxiliado com um nível de bolha acoplado à chapa semicircular.

Figura 3 – Configuração do apoio como engastado (esquerda) e como apoio de segundo gênero (direita).



Fonte: os próprios autores.

Na região à direita da placa de acrílico, foi feito um corte vertical que forma um trilho, permitindo a fixação das roldanas em qualquer altura desejada. Isto possibilita o alinhamento das mesmas com as vigas, permitindo a aplicação de cargas perfeitamente horizontais. A fixação das roldanas é feita através de um mecanismo de pressão controlado pelo aperto de parafusos. Nos ganchos localizados nas extremidades das vigas, são amarrados fios que passam pelas roldanas e na outra extremidade são fixados pesos para a aplicação das cargas horizontais. Neste mesmo trilho vertical, pode ser fixado um limitador de deslocamento, que pode ser ajustado conforme a estrutura montada, com o intuito de se evitar que ocorram deslocamentos excessivos que possam levar os pilares a trabalhar fora do regime elástico-linear.

O sistema de aplicação de cargas verticais consiste na aplicação de cargas distribuídas verticais sobre as vigas, através da colocação de barras espessas de aço posicionadas sobre as mesmas. Como se optou por trabalhar com barras rígidas para as vigas, as deformações nas vigas causadas por essas cargas verticais são desprezadas na análise estrutural, sendo seu efeito utilizado apenas para provocar efeitos de segunda ordem no pórtico. A Figura 4 apresenta à esquerda um detalhe das roldanas utilizadas no sistema de aplicação de cargas horizontais, ao centro é apresentado um detalhe do limitador ajustável de deslocamento, e à

direita são apresentados as roldanas e o limitador de deslocamento fixados na reentrância vertical da placa de acrílico.

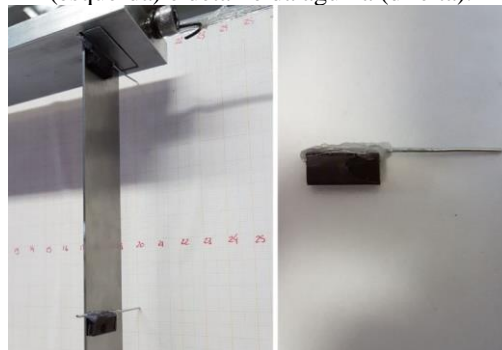
Para a medição dos deslocamentos verticais e horizontais do pórtico, foi fixado um papel milimetrado na placa de acrílico e agulhas magnéticas ao longo dos pilares. Essas agulhas podem ser posicionadas em locais estratégicos em que se queira medir os deslocamentos horizontais. A Figura 5 apresenta à esquerda o papel milimetrado e as agulhas fixadas ao longo dos pilares para a medição dos deslocamentos e à direita, um detalhe da agulha.

Figura 4 – Detalhe das roldanas utilizadas no sistema de aplicação de cargas horizontais (esquerda), detalhe do limitador de deslocamento (centro) e fixação das roldanas e do limitador de deslocamento na reentrância vertical da placa de acrílico (direita).



Fonte: os próprios autores.

Figura 5 – Papel milimetrado e agulhas fixadas ao longo dos pilares para a medição dos deslocamentos (esquerda) e detalhe da agulha (direita).



Fonte: os próprios autores.

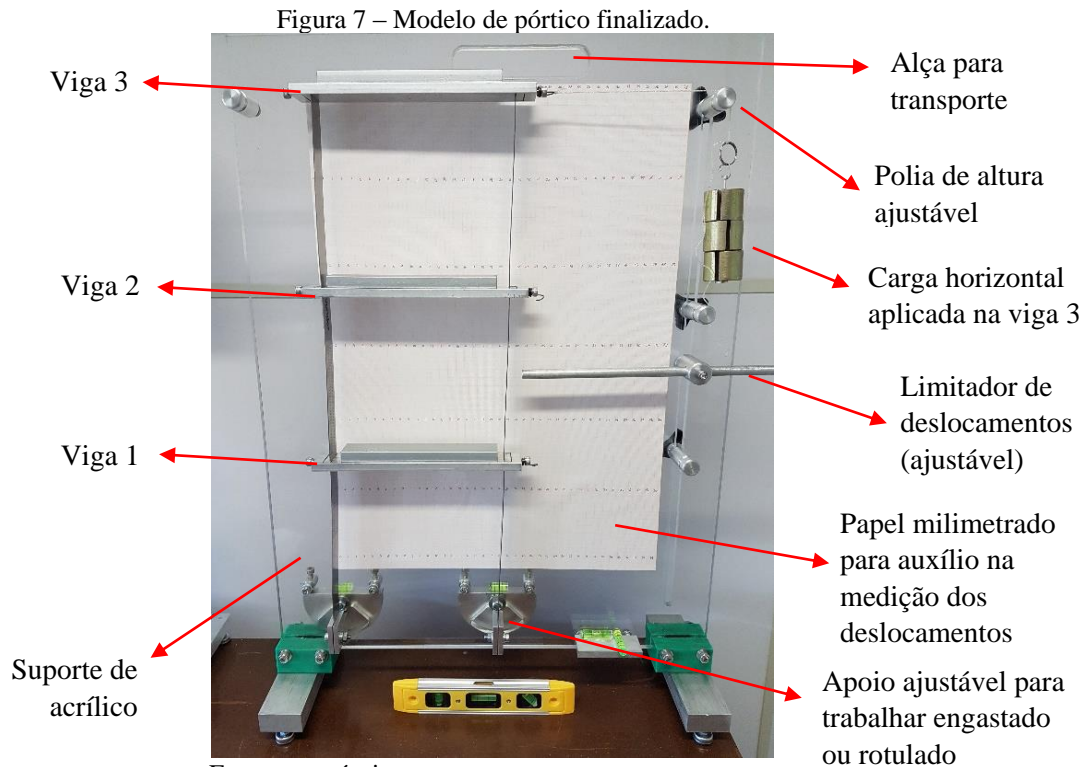
Além dos níveis de bolha acoplados aos apoios, também foram posicionados dois níveis de bolha na parte inferior da placa de acrílico. Estes níveis serviriam como referência para o nivelamento do modelo, o qual é feito por meio de suportes reguláveis, conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Níveis de bolha e pés reguláveis para o nivelamento do modelo.



Fonte: os próprios autores.

A construção do modelo ficou a cargo da empresa Digital Design. O modelo de pórtico finalizado com um exemplo da aplicação das cargas horizontais e verticais e os apoios na configuração engastada é apresentado na Figura 7.



Fonte: os próprios autores.

3 AFERIÇÃO E TESTE DO MODELO

Para a aferição e teste do modelo, foi necessário colocar à prova as diferentes configurações do pórtico e comparar os deslocamentos horizontais medidos com os calculados mediante o método dos deslocamentos. Para isso, as dimensões dos elementos foram verificadas com auxílio de um paquímetro digital, determinando as dimensões das seções transversais dos pilares em aço como 24,1x1,0 mm e das vigas em alumínio de 38,0x10,0 mm. Com base nestas dimensões, e adotando um módulo de elasticidade do aço de 210 GPa e do alumínio de 70 GPa, foi determinado que a rigidez à flexão dos pilares ($EI_{\text{Pilar}}=4,217.10^5 \text{ N.mm}^2$) era cerca de 525 vezes maior que a rigidez à flexão das vigas ($EI_{\text{Vigas}}=2,217.10^8 \text{ N.mm}^2$). Esta diferença nas rigidezes permitiu, como previsto, adotar a simplificação de comportamento de barra rígida (com rigidez infinita).

Para o cálculo dos deslocamentos mediante o método dos deslocamentos, foram adotadas simplificações usuais em sala de aula, desprezando os efeitos das deformações devido à força normal e cortante nas barras. No modelo de análise, a altura de cada segmento dos pilares é determinada pela medida obtida na escala presente na régua que forma o pilar, a partir da linha média das vigas.

No Quadro 1 é apresentado o deslocamento horizontal medido e calculado na ponta de apenas um dos pilares, engastado na base e livre na ponta, com 600 mm de comprimento submetido a uma carga horizontal F na ponta da barra. Esta configuração isostática foi testada como uma verificação das propriedades geométricas e do material. No Quadro 1 é possível observar a boa correlação entre o deslocamento medido e o calculado, indicando que as propriedades adotadas para a barra são corretas.

Quadro 1 – Deslocamentos medidos e calculados para a configuração com 1 pavimento.

Pilar engastado livre F=0,37 N		
Medido (mm)	Calculado (mm)	Dif %
62,0	59,1	-5%

Fonte: os próprios autores.

No Quadro 2 são apresentados os deslocamentos horizontais de cada viga, medidos e calculados para a configuração do pórtico com os dois pilares (espaçados de 200,0 mm) com diferentes vinculações na base (ambos engastados, um engastado e outro rotulado e ambos rotulados) e três pavimentos de mesma altura (distância entre vigas de 198,3 mm), submetidos a uma carga horizontal F na viga 3. Na Figura 7 está ilustrada a primeira situação com ambos os pilares engastados na base. No Quadro 2 é possível observar a boa correlação entre os deslocamentos medidos e os calculados.

Quadro 2 – Deslocamentos medidos e calculados para a configuração com 3 pavimentos.

	Pilares engastados F=8,30 N			Um pilar engastado e outro rotulado F=8,30 N			Pilares rotulados F=8,30 N		
	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %
Viga 3	18,0	18,0	0%	21,0	21,6	3%	36,0	36,0	0%
Viga 2	12,5	12,0	-4%	16,0	15,6	-3%	31,0	30,0	-3%
Viga 1	6,5	6,0	-8%	10,0	9,6	-4%	25,0	24,0	-4%

Fonte: os próprios autores.

No Quadro 3 são apresentados os deslocamentos medidos e calculados para o pórtico com apenas dois pavimentos espaçados igualmente de 297,5 mm, com as três condições de vinculação na base, submetidos a uma carga horizontal F na viga 2, onde se repete a boa correlação entre os deslocamentos medidos e os calculados.

Quadro 3 – Deslocamentos medidos e calculados para a configuração com 2 pavimentos.

	Pilares engastados F=6,92 N			Um pilar engastado e outro rotulado F=5,43 N			Pilares rotulados F=2,84 N		
	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %
Viga 2	34,5	33,8	-2%	34,0	34,5	1%	33,0	34,6	5%
Viga 1	17,0	16,9	-1%	21,0	21,2	1%	26,0	27,7	6%

Fonte: os próprios autores.

No Quadro 4 são apresentados os deslocamentos medidos e calculados para o pórtico com apenas um pavimento com 297,5 mm de altura, com as três condições de vinculação na base, submetidos a uma carga horizontal F na viga 1, onde se observa que a boa correlação entre o teórico e o experimental se mantém.

Quadro 4 – Deslocamentos medidos e calculados para a configuração com 1 pavimento

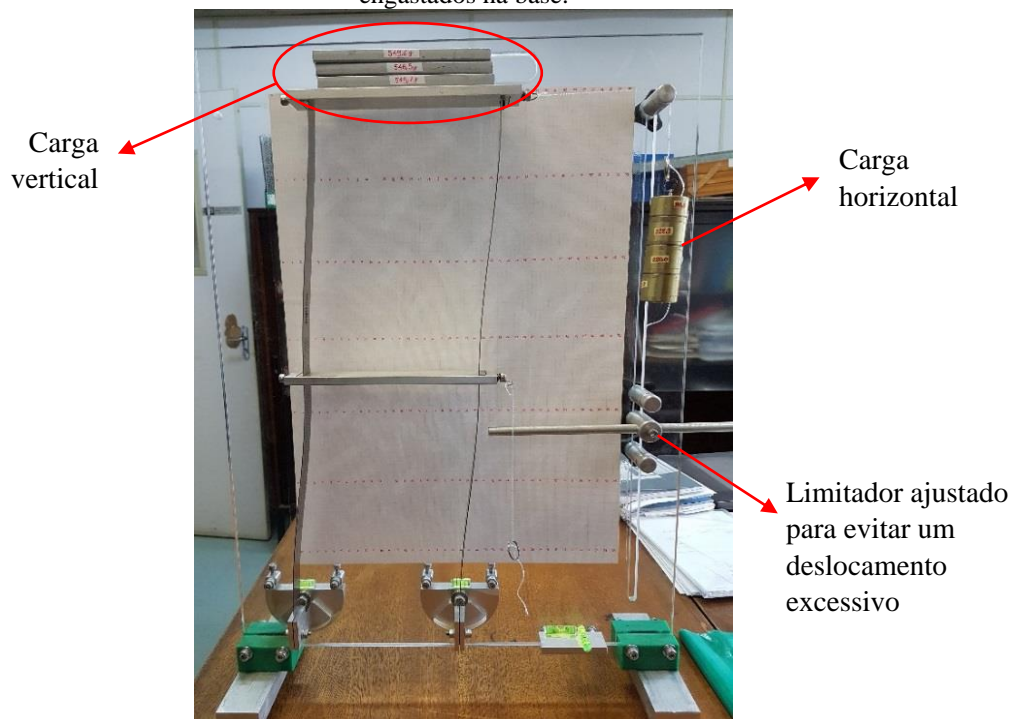
	Pilares engastados F=8,30 N			Um pilar engastado e outro rotulado F=6,18 N			Pilares rotulados F=2,84 N		
	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %	Medido	Calculado	Dif %
Viga 1	20,0	20,2	1%	23,0	24,1	5%	27,0	27,7	3%

Fonte: os próprios autores.

Através dos resultados obtidos nos testes, foi possível observar uma boa proximidade entre os deslocamentos esperados teoricamente e os obtidos no modelo. As diferenças entre os deslocamentos calculados e os medidos podem ser decorrentes de vários fatores, como a dificuldade de se medir visualmente variações nos deslocamentos menores de 0,5 mm; do critério de medição do operador, que pode variar de pessoa para pessoa; das simplificações adotadas no cálculo teórico; e do fato de que as vinculações dos apoios e das ligações vigapilar, embora funcionem de forma muito próxima da ideal, não são perfeitas e podem ocorrer pequenas variações entre o teórico e o experimental.

Para provar a capacidade do modelo de demonstrar os efeitos de segunda ordem, fez-se necessário aplicar uma carga horizontal que causasse um deslocamento horizontal elevado levando a estrutura a extrapolar o limite da simplificação de comportamento linear geométrico (pequenas deformações e pequenos deslocamentos), e logo aplicar um carregamento vertical, verificando se ocorre um incremento dos deslocamentos horizontais devido ao carregamento vertical. Para isso, foi realizado um teste com apenas dois pavimentos igualmente espaçados (297,5 mm cada), com ambos os pilares engastados na base e uma carga F horizontal na viga 2 de 8,13 N. O deslocamento horizontal medido na viga 2 foi de 40,0 mm (frente aos 39,7 calculados). Após a aplicação do carregamento horizontal, foi adicionado um carregamento vertical na viga 2 de 16,5 N (tal como ilustrado na Figura 8). Com isso, o deslocamento horizontal passou dos 40,0 mm para 50,0 mm. Esse incremento de 10 mm não pode ser determinado utilizando os métodos de cálculo tradicionais, que trabalham com o equilíbrio da estrutura em sua configuração indeformada. Esse incremento de deslocamento horizontal ocorre claramente devido a um efeito de segunda ordem. Esse comportamento pode ser demonstrado de forma evidente aos alunos com o uso do modelo e pode também ser analisado e constatado numericamente mediante modelos de cálculo não lineares em disciplinas mais avançadas do curso de Engenharia Civil.

Figura 8 – Simulação com ambos os pilares engastados na base.



Fonte: os próprios autores.

O modelo também permite a determinação do momento fletor (M) e do esforço cortante (V) atuantes nos pilares de forma indireta. Devido à consideração de barra rígida utilizada para a viga, cada tramo dos pilares trabalha como uma barra biengastada, ou engastada-rotulada (no caso do tramo fixado ao apoio na configuração de segundo gênero). Desse modo, é possível medir o deslocamento horizontal relativo ($\Delta\delta_h$) entre as extremidades de cada barra e aplicar as expressões de rigidez de barra utilizadas no método dos deslocamentos. Isso permite obter as expressões (1) para barra biengastada e (2) para barra engastada-rotulada, sendo EI_{Pilar} a rigidez da seção transversal do pilar, e l , o comprimento do tramo do pilar.

$$M = \frac{6EI_{Pilar}}{l^2} \Delta\delta_h \quad V = \frac{12EI_{Pilar}}{l^3} \Delta\delta_h \quad (1)$$

$$M = \frac{3EI_{Pilar}}{l^2} \Delta\delta_h \quad V = \frac{3EI_{Pilar}}{l^3} \Delta\delta_h \quad (2)$$

Essas expressões foram aplicadas aos exemplos apresentados nos Quadros 1-4 e, como esperado, apresentaram a mesma precisão percentual dos deslocamentos em relação aos valores determinados analiticamente.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi desenvolvido um modelo reduzido didático, qualitativo e quantitativo, de um pórtico plano de multipavimentos com a aplicação de cargas horizontais e cargas verticais. Este modelo permite a verificação de deslocamentos horizontais calculados para diferentes carregamentos e/ou configurações do pórtico (número de pavimentos, apoios, rigidez das barras, etc.), além de permitir a observação e a medição de efeitos de segunda ordem.

Os deslocamentos obtidos com o modelo apresentaram boa correlação com os valores esperados teoricamente, o que torna o modelo muito útil no ensino de estruturas em cursos de Engenharia Civil. Além disso, a possibilidade de verificação de efeitos de segunda ordem faz com que o modelo não se limite a análises lineares, aumentando ainda mais as possibilidades de análise do modelo.

Desta forma, o modelo desenvolvido neste trabalho oferece uma ferramenta didática com grande potencial para facilitar o processo de aprendizagem dos conceitos e métodos de cálculo utilizados no estudo de estruturas isostáticas e hiperestáticas, que pode ser utilizada desde disciplinas básicas até as mais avançadas da linha de estruturas dos cursos de engenharia.

Concluído o modelo, foi observado também a possibilidade de o utilizar para a medição da frequência natural de vibração por meio de acelerômetros, e como essa varia com a distribuição de massa nos diferentes pavimentos, com a possibilidade da comparação desses dados com os determinados analítica e numericamente para a estrutura.

Agradecimentos

Ao Curso de Especialização em Engenharia de Estruturas do Departamento de Estruturas/CTU/UEL pelo apoio financeiro na execução do modelo. À Prograd/UEL pela formalização do projeto de pesquisa em ensino. Ao Sr. Wanderley Alexander, da empresa Digital Design, pela grande ajuda na elaboração e construção do modelo.

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, LÉA, G. C.; ALVES, LEONIR P. Processos de Ensino na Universidade, Ed Univille, 2012.

CAMPOS, A.; CARBONARI, G.; ALDO, A. A.; BABUGIA, F.; ZANLUCHI, G.; PRIETO, L. W. Desenvolvimento de um modelo reduzido didático qualitativo e quantitativo de treliça plana. COBENGE, Natal. 2016.

CARBONARI, G.; CAMPOS, A.; NICACIO, C. E. A.; SAGAE, D. T.; OGASSAWARA, L. T.; FUJII, N.; SOUZA, R. R. Desenvolvimento de um modelo reduzido didático qualitativo e quantitativo de viga hiperestática. PRINCIPIA (JOÃO PESSOA), v. 34, p. 55-61, 2017.

MARTIN, Z.; PRAVIA, C.; ORLANDO, D. Modelos qualitativos de treliças planas: Construção e aplicação no ensino da análise e comportamento estrutural. COBENGE, Porto Alegre, 2001.

DEVELOPMENT OF A QUALITATIVE AND QUANTITATIVE EDUCATIONAL REDUCED SCALE MODEL OF A 2D MULTI- STOREY FRAME

Abstract: *A great challenge in teaching in engineering courses is the practical visualization of the theoretical contents learnt in class. With this in mind, a reduced scale model of a 2D multi-storey frame was developed, that allows comparing the displacements obtained theoretically in class and the values measured in the model, besides allowing the observation and the measurement of second-order effects, which can help in teaching of Mechanics of Materials and Structural Analysis courses. The model enables a large number of support conditions, loads and bracings. The supports allow a fixed configuration or a pinned one; the horizontal loading is composed by a system formed by threads, loads and pulleys, that applies horizontal loads to the beams' extremities; the vertical loading is applied to the beams through placing the loads over them; and the beam-column joint mechanism allows the frame model's simulation with 1, 2 or 3 floors. The needles fixed at the columns allow the measurement of horizontal displacements for each configuration, by means of a graph paper fixed to the model's support structure. The model showed good results, with displacements close to the ones calculated theoretically, what makes it a great tool to illustrate methods and concepts of structures.*

Key-words: Teaching. Reduced scale model. 2D multi-storey frame. Displacements. Second-order effects.