



## VALIDAÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA DE UM ROBÔ ANTROPOMÓRFICO UTILIZANDO O ROBODK.

**Resumo:** O crescimento acelerado da tecnologia permitiu o desenvolvimento de estruturas eletromecânicas mais complexas e específicas para a demanda da indústria. Os robôs surgiram para suprir esta demanda. Para o desenvolvimento de robôs industriais foi necessário o estudo da cinemática com o objetivo de analisar o comportamento da posição e orientação do robô no espaço em relação a um sistema de coordenadas. O robô em estudo é um manipulador antropomórfico com seis graus de liberdade. Após a determinação das equações da cinemática inversa do robô, foi implementado um código capaz de comprovar o modelo desenvolvido. Por fim, o trabalho traz como contribuição uma análise e comprovação da notação de Denavit-Hartenberg.

**Palavras-chave:** Robótica Industrial, Cinemática Inversa, Denavit-Hartenberg, Ensino de Robótica, Simulação Computacional.

### 1. INTRODUÇÃO

Nos tempos modernos, a palavra robot foi utilizada pela primeira vez em 1921, quando o escritor tcheco Karel Capek (1890-1938) estreou no teatro nacional de Praga sua obra Rossum's Universal Robot (R.U.R.). Sua derivação é da palavra robota, que é de origem sérvia, mas que em russo significa “trabalho forçado”.

Para (ULLRICH, 1987), robô é um equipamento multifuncional e reprogramável, projetado para movimentar materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos variáveis e programados, para a execução de diversas tarefas. Destacam-se, nesta definição, os termos multifuncional e reprogramável, pelo fato dos robôs serem projetados para executarem, dentro de determinados limites, diversas tarefas.

Ainda, segundo o mesmo autor, os robôs podem ser equipados com sensores para sentir ou perceber calor, pressão, impulsos elétricos e objetos; e podem ser usados com sistemas de visão computacional, podendo monitorar as suas tarefas. Podem também aprender e se lembrar das tarefas, reagir ao seu ambiente de trabalho, operar outras máquinas e se comunicar quando ocorrem problemas em seu funcionamento.

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira. A seção 2 traça uma breve descrição sobre a cinemática inversa de um robô manipulador. A seção 3 apresenta o manipulador robótico antropomórfico, objeto de estudo desta pesquisa, apresentando as etapas do processo de modelagem da cinemática inversa do mesmo, com o máximo de detalhes. A penúltima seção apresenta a comprovação da cinemática inversa do manipulador robótico por meio de um software dedicado a simulações e cinemática de robôs industriais, o RoboDK. Por fim, a seção 5 conclui o artigo apresentando as considerações finais e perspectivas futuras.

Organização



**UDESC**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DE  
SANTA CATARINA



Promoção





## 2. CINEMÁTICA INVERSA

Robôs industriais possuem, geralmente, seis graus de liberdade. De acordo com (CRAIG, 2004), a localização de seu efetuador final é determinada através do controle de maneira adequada das suas variáveis articulares, por consequência os valores do conjunto de variáveis de junta de um robô, determinam o posicionamento de seu efetuador no sistema de coordenadas de trabalho. Determinar a posição e orientação do efetuador final de um robô manipulador é basicamente, solucionar o problema cinemático direto do mesmo.

A solução da cinemática direta independente da configuração do robô, o mesmo não ocorre com o problema cinemático inverso, sendo que o procedimento para obtenção das equações depende exclusivamente da configuração do manipulador. (BARRIENTOS, 1997). Para robôs que possuem 6 graus de liberdade, a solução de Pieper (CRAIG, 2004) ou método do desacoplamento permite separar o problema em duas etapas independentes, uma relacionada aos três primeiros graus mais próximos à base e outra aos três mais próximos do efetuador final.

### 2.1.1. Notação de Denavit-Hartenberg (D-H)

Denavit e Hartenberg propuseram uma notação sistemática para atribuir um sistema de coordenadas ortonormal com a regra da mão direita, um para cada elo numa cadeia cinemática aberta de elos. Uma vez que estes sistemas de coordenadas fixados ao elo são atribuídos, transformações entre sistemas de coordenadas adjacentes podem ser representadas por uma matriz de transformação de coordenadas homogêneas (DENAVID, 1955).

De acordo com (TSAI, 1999), na representação D-H original, associa-se o eixo de junta ao eixo  $z$  e cada matriz é representada pelo produto de quatro transformações básicas envolvendo rotações e translações como podemos observar na Equação (1).

$${}^{k-1}T_k = R_{z,\theta} \cdot Transl_{z,d} \cdot Transl_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} \quad (1)$$

O termo  $R_{z,\theta}$  representa a rotação  $\theta$  em torno do eixo  $z$ ;  $Transl_{z,d}$ , a translação  $d$  ao longo do eixo  $z$ ;  $Transl_{x,a}$ , a translação  $a$  ao longo do eixo  $x$ ; e por fim,  $R_{x,\alpha}$ , representa a rotação  $\alpha$  em torno do eixo  $x$ . (SILVA *et al.*, 2016).

Esta operação resulta numa matriz representada pela Equação (2), sendo que através desta, é realizado o mapeamento de coordenadas entre os elos do robô manipulador. Sendo que os elementos  $a_k$ ,  $d_k$ ,  $\alpha_k$ ,  $\theta_k$  representam os quatro parâmetros cinemáticos do robô manipulador. Para o presente artigo, abreviamos  $sen(\theta_i)$  para  $s_{\theta_i}$ ,  $cos(\theta_i)$  para  $c_{\theta_i}$ , e utilizamos a notação  $c_{\theta_{ij}}$  como sendo  $cos(\theta_i + \theta_j)$  e  $s_{\theta_{ij}}$  como sendo  $sen(\theta_i + \theta_j)$ .

$${}^{k-1}T_k = \begin{bmatrix} c_{\theta_k} & -s_{\theta_k} c_{\alpha_k} & s_{\theta_k} s_{\alpha_k} & a_k c_{\theta_k} \\ s_{\theta_k} & c_{\theta_k} c_{\alpha_k} & -c_{\theta_k} s_{\alpha_k} & a_k s_{\theta_k} \\ 0 & s_{\alpha_k} & c_{\alpha_k} & d_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$



Após a multiplicação de todas as seis matrizes de transformação obtidas pelo algoritmo de D-H, foi obtida a matriz de transformação homogênea que parte da base à extremidade do efetuador final, variando de 0 a  $n$ , onde  $n$  indica o número de graus de liberdade do robô (SILVA *et al.*, 2016). Esta matriz resultante, considerada como a solução do problema da cinemática direta será utilizada na seção 3.

## 2.2. Cinemática Inversa

A cinemática é um dos tópicos de estudo de maior importância na robótica. O entendimento da cinemática fornece uma análise dos movimentos do robô relacionado ao espaço geométrico que ele se insere. A cinemática inversa define os valores dos ângulos para juntas rotacionais e/ou deslocamentos para juntas prismáticas para que se possa alcançar um determinado ponto no espaço cartesiano com uma orientação específica

A resolução do problema da cinemática inversa ficaria mais apropriada se fosse encontrada uma única solução, ou seja, achar uma relação matemática explícita entre a posição e orientação  $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$  do efetuador final e os valores de junta  $(q_k)$ , onde  $k$  indica o número da junta conforme a Equação 3 a seguir. Mas normalmente, esta solução única não é determinada.

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \quad (3)$$

Três situações podem surgir no momento em que se tenta encontrar a solução do problema da cinemática inversa, são estes: existência de mais de um conjunto de soluções, inexistência de qualquer solução e contenção de soluções.

Com referência a estes três casos, a existência de mais de um conjunto de soluções pode oferecer outros dois problemas adicionais, podendo haver um número finito de soluções devendo escolher uma delas ou podem existir infinitas soluções. A inexistência de qualquer solução pode ocorrer no momento em que a posição/orientação está fora do volume de trabalho do robô.

Podem ser adotadas diversas técnicas para alcançar a solução da cinemática inversa de um robô. Em soluções com a forma aberta existem métodos como, por exemplo, a transposta do Jacobiano ou a inversa generalizada. Para robôs que possuem seis graus de liberdade, o método do desacoplamento de Pieper (CRAIG, 2004) permite separar o problema em duas etapas independentes, uma relacionada aos três primeiros graus mais próximos à base e outra aos três mais próximos do efetuador final, método utilizado neste trabalho.

## 3. O MANIPULADOR ROBÓTICO ANTROPOMÓRFICO

O robô utilizado para estudo faz parte da série 200iC da FANUC Robotics. A FANUC (Fujitsu Automated Numerical Control) é uma empresa japonesa que atua principalmente na construção de robôs industriais desde a década de 70. O robô encontra-se disponível para estudos em um laboratório de uma Universidade na cidade de Salvador - Bahia, e é utilizado pelos alunos da disciplina Robótica do curso de Engenharia de Controle e Automação. A Figura 1 ilustra o robô real.

Organização



**UDESC**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DE  
SANTA CATARINA



Promoção





Figura 1 - Fanuc LR Mate 200iC.

Fonte: <http://www.fanuc.co.jp/en/product/catalog/index.html>



O robô Fanuc LR Mate 200iC tem como características: 6 eixos rotativos, carga máxima de trabalho de 5kg, alcance de 704mm com repetibilidade de  $\pm 0,02$ mm, massa total de 72kg e freio mecânico em todas as seis juntas.

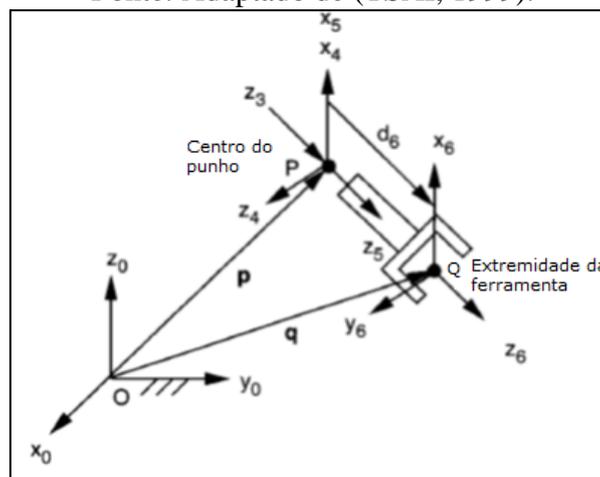
### 3.1.1. Cinemática Inversa do manipulador robótico

O cálculo da cinemática, tanto direta quanto inversa, requer o conhecimento do comprimento dos elos com precisão adequada. Os fabricantes de manipuladores fornecem não apenas estes comprimentos, como também quaisquer deslocamentos entre juntas que possam existir no braço robótico. Nesta seção, o método do desacoplamento de Pieper é usado para a solução do problema da cinemática inversa do robô em estudo, uma vez todas as suas juntas são rotacionais e as três últimas juntas têm seus eixos interceptando-se em um único ponto (CRAIG, 2004).

A Figura 2 representa a posição do centro do punho do robô manipulador bem como da extremidade da ferramenta que pode ser acoplada ao mesmo.

Figura 2 - Posição do centro do punho e da extremidade da ferramenta.

Fonte: Adaptado de (TSAI, 1999).



A posição do ponto  $P$  em relação à extremidade da ferramenta pode ser expressa por:

Organização



Promoção





$${}^6p = \overline{QP} = [0 \quad 0 \quad -d_6 \quad 1]^T \quad (4)$$

Também é possível definir facilmente a posição do ponto  $P$  em relação ao sistema de coordenadas da base como:

$${}^6p = \overline{OP} = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad 1]^T \quad (5)$$

Relacionando esta posição com o terceiro elo do robô, obtemos a Equação 6:

$${}^3p = [0 \quad 0 \quad d_4 \quad 1]^T \quad (6)$$

Transformando no sistema de coordenadas da base, tem-se:

$${}^0p = {}^0T_3 \quad {}^3p \quad (7)$$

A Equação 7 consiste em três equações escalares com três incógnitas, resultando no desacoplamento cinemático conhecido como a solução de Pieper (CRAIG, 2004). A junta da base pode ser encontrada realizando o seguinte artifício proposto por (TSAI, 1999). Multiplicam-se os dois lados da Equação 7 pela inversa da matriz  ${}^0T_3$ .

$$({}^0T_3)^{-1} \quad {}^0p = {}^1T_3 \quad {}^3p \quad (8)$$

Substituem-se as Equações 9 e a multiplicação da 10 pela 11 ( ${}^1T_3$ ), resultando nas Equações 12, 13 e 14. Todas essas matrizes foram determinadas com detalhes em (SILVA *et al.*, 2016).

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & a_1 c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & a_1 s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} c_{\theta_2} & -s_{\theta_2} & 0 & a_2 c_{\theta_2} \\ s_{\theta_2} & c_{\theta_2} & 0 & a_2 s_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} c_{\theta_3} & s_{\theta_3} & 0 & a_3 c_{\theta_3} \\ s_{\theta_3} & -c_{\theta_3} & 0 & a_3 s_{\theta_3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$p_x c_{\theta_1} + p_y s_{\theta_1} - a_1 = a_2 c_{\theta_2} + a_3 c_{\theta_{23}} + d_4 s_{\theta_{23}} \quad (12)$$

$$p_z = a_2 c_{\theta_2} + a_3 c_{\theta_{23}} - d_4 s_{\theta_{23}} \quad (13)$$

$$p_x s_{\theta_1} - p_y c_{\theta_1} = 0 \quad (14)$$

A partir da Equação 14 obtém-se a variável de junta da base  $\theta_1$ , dada por:

Organização



Promoção





$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \quad (15)$$

Elevando ao quadrado as Equações 12, 13 e 14 e realizando as devidas manipulações, tem-se:

$$k_1 s_{\theta_3} + k_2 c_{\theta_3} = k_3 \quad (16)$$

Este cálculo foi proposto por (TSAI, 1999), onde  $k_1 = 2a_2d_4$ ,  $k_2 = 2a_2a_3$  e  $k_3 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - 2p_x a_1 c_{\theta_1} - 2p_y a_1 s_{\theta_1} + a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2$ . As relações trigonométricas  $c_{\theta_3} = \frac{1-t_3^2}{1+t_3^2}$  e  $s_{\theta_3} = \frac{2t_3}{1+t_3^2}$ , onde  $t_3 = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right)$ , são utilizadas para simplificar a Equação 16 transformando-a na Equação 17, uma equação do segundo grau, facilitando desta forma a sua resolução:

$$(k_3 + k_2) t_3^2 - 2k_1 t_3 + (k_3 - k_2) = 0 \quad (17)$$

Resolvendo a equação, dois valores possíveis para  $\theta_3$  são encontrados:

$$\theta_3 = 2 \cdot \arctan\left(\frac{k_1 \pm \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}}{k_3 + k_2}\right) \quad (18)$$

Finalmente, conhecidos os valores de  $\theta_1$  e  $\theta_3$  pode-se obter  $\theta_2$  por substituição nas Equações 12, 13 e 14 devidamente manipuladas, resultando em:

$$\theta_2 = \arctan2(s_{\theta_2}, c_{\theta_2}) \quad (19)$$

A função  $\arctan2(y, x)$  denota uma versão de quatro quadrantes da função  $\arctan$ . Ela permite cobrir ângulos que estão dentro do intervalo  $[-\pi, \pi]$  (SCHILLING, 1990).

Uma vez encontrados as juntas relativas ao posicionamento, a matriz  ${}^0T_3$  foi completamente solucionada, com isso é possível encontrar as juntas restantes comparando os termos das matrizes de transformação homogênea (SILVA *et al.*, 2016). Sabendo que:

$${}^0T_6 = {}^0T_3 {}^3T_6 \quad (20)$$

Multiplica-se os dois lados da equação pela inversa da matriz de transformação homogênea  ${}^0T_3$ , com o simples objetivo de isolar o termo que contém o ângulo  $\theta_5$  da submatriz de rotação na matriz  ${}^3T_6$ , resultando na equação 21:

Organização



Promoção





$$\begin{aligned}
 {}^3T_6 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6} & -c_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - s_{\theta_4}c_{\theta_6} & c_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6c_{\theta_4}c_{\theta_5} \\ s_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - c_{\theta_4}s_{\theta_6} & -s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - c_{\theta_4}c_{\theta_6} & s_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6s_{\theta_4}s_{\theta_5} \\ -s_{\theta_5}s_{\theta_6} & s_{\theta_5}s_{\theta_6} & c_{\theta_5} & d_4 + d_6c_{\theta_5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & s_{\theta_1} & c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & c_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & -c_{\theta_1} & s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & s_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_{23}} & 0 & -c_{\theta_{23}} & a_2s_{\theta_2} + a_3s_{\theta_{23}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & q_x \\ u_y & v_y & w_y & q_y \\ u_z & v_z & w_z & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^3T_6 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6} & -c_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - s_{\theta_4}c_{\theta_6} & c_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6c_{\theta_4}c_{\theta_5} \\ s_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - c_{\theta_4}s_{\theta_6} & -s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - c_{\theta_4}c_{\theta_6} & s_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6s_{\theta_4}s_{\theta_5} \\ -s_{\theta_5}s_{\theta_6} & s_{\theta_5}s_{\theta_6} & c_{\theta_5} & d_4 + d_6c_{\theta_5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & s_{\theta_1} & c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & c_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & -c_{\theta_1} & s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & s_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_{23}} & 0 & -c_{\theta_{23}} & a_2s_{\theta_2} + a_3s_{\theta_{23}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & q_x \\ u_y & v_y & w_y & q_y \\ u_z & v_z & w_z & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{21}$$

Onde:

$$u_x = c_{\theta_1} [c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + c_{\theta_1}(s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \tag{21.1}$$

$$u_y = s_{\theta_1} [c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + c_{\theta_1}(s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \tag{21.2}$$

$$u_z = s_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + c_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6} \tag{21.3}$$

$$v_x = c_{\theta_1} [-c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + s_{\theta_1}(-s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \tag{21.4}$$

$$v_y = s_{\theta_1} [-c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + s_{\theta_1}(-s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \tag{21.5}$$

$$v_z = -s_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - c_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6} \tag{21.6}$$

$$w_x = c_{\theta_1}(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) + s_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \tag{21.7}$$

$$w_y = s_{\theta_1}(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) + s_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \tag{21.8}$$

$$w_z = s_{\theta_{23}}c_{\theta_4}c_{\theta_5} - c_{\theta_{23}}c_{\theta_5} \tag{21.9}$$

$$q_x = c_{\theta_1} [a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}} + d_4s_{\theta_{23}} + d_6(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5})] + d_6c_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \tag{21.10}$$

$$q_y = s_{\theta_1} [a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}} + d_4s_{\theta_{23}} + d_6(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5})] - d_6c_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \tag{21.11}$$

$$q_z = a_2s_{\theta_2} + a_3s_{\theta_{23}} - d_4c_{\theta_{23}} + d_6(s_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} - c_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) \tag{21.12}$$

Desta forma, a expressão para se determinar o valor para o ângulo  $\theta_5$ , é determinada:

$$\theta_5 = \arccos(w_x c_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - w_z c_{\theta_{23}}) \tag{22}$$

O mesmo acontece para o termo (1x3) e (2x3) que contêm o ângulo  $\theta_4$ . Assumindo que  $s_{\theta_5} \neq 0$  então:

$$c_{\theta_4} = \frac{w_x c_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_y s_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \tag{23}$$

$$s_{\theta_4} = \frac{w_x s_{\theta_1} - w_y c_{\theta_1}}{s_{\theta_5}} \tag{24}$$

$$\theta_4 = \arctan2(s_{\theta_4}, c_{\theta_4}) \tag{25}$$



E assim o procedimento se repete para a variável de junta 6, representada pelo ângulo  $\theta_6$ . Resultando em:

$$c_{\theta_6} = \frac{-u_x c_{\theta_1} s_{\theta_{23}} + u_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - u_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \quad (26)$$

$$s_{\theta_6} = \frac{v_x c_{\theta_1} s_{\theta_{23}} + v_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - v_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \quad (27)$$

$$\theta_6 = \arctan2(s_{\theta_6}, c_{\theta_6}) \quad (28)$$

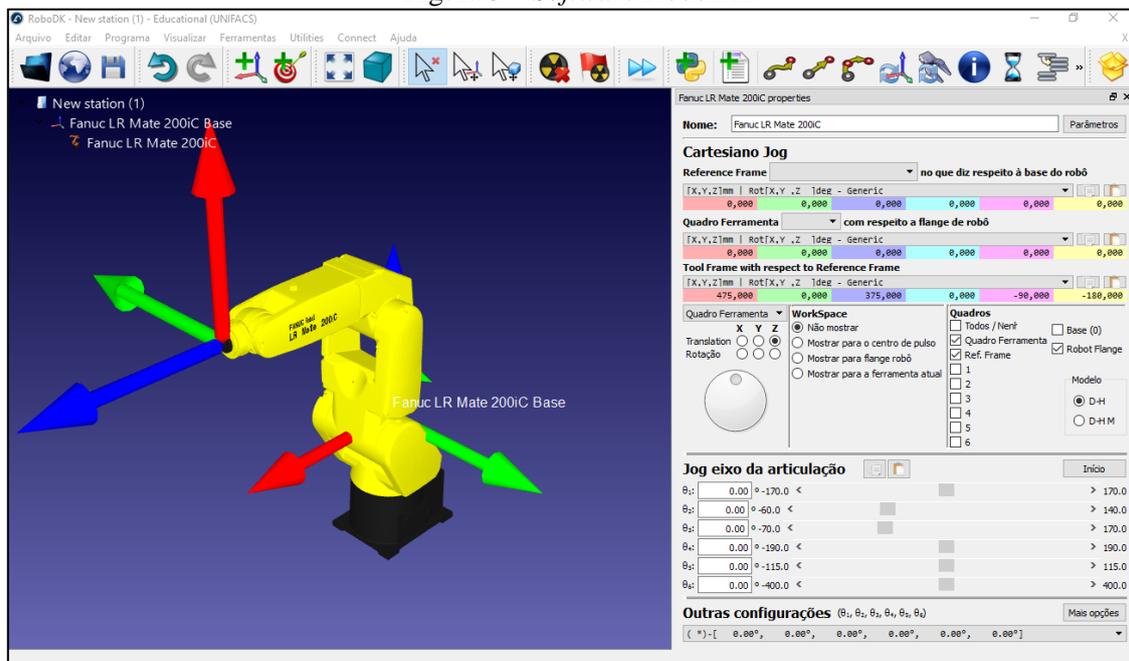
Assim, pode-se concluir que dado o conjunto de valores das três primeiras juntas, quatro configurações são possíveis, devido à  $\theta_3$  poder assumir dois valores distintos. Como  $\theta_5$  também depende de  $\theta_3$  então existem mais quatro configurações possíveis para juntas de orientação, totalizando oito possíveis posturas do manipulador.

#### 4. VALIDAÇÃO DA CINEMÁTICA INVERSA NO ROBODK

A fim de demonstrar e validar matematicamente as equações da cinemática inversa determinadas a partir do algoritmo de Denavit-Hartenberg, foi utilizado um software para simulação de manipuladores robóticos, o RoboDK. Este software é uma ampliação do RoKiSim, software educacional desenvolvido por Albert Nubiola durante o seu doutoramento no Laboratório de Controle e Robótica da *École de Technologie Supérieure*, em Montreal, Canadá (MIHAI, 2015).

O RoboDK (Figura 5) é uma plataforma de desenvolvimento para programação *off-line* e simulação de robôs industriais, suporta mais de 200 robôs dos principais fabricantes como: ABB, KUKA, Yaskawa, Adept, dentre outros.

Figura 5 – Software RoboDK.



Além de simulador utilizando os parâmetros de D-H, esse programa pode fazer

Organização



Promoção





simulações de rotas do robô, sendo gerado o código de programação *off-line* através da ligação com o modelo utilizado. Neste trabalho, o programa foi utilizado para verificação das variáveis de junta para cada posição/orientação final do efetuador do robô.

O ambiente de simulação 3D deste software oferece muitos recursos, o usuário pode reproduzir um programa e visualizar o comportamento do robô, o software gera alertas quando são detectados singularidades ou possíveis colisões, que permite ao usuário visualizar o espaço de trabalho do robô, otimizar movimentos e evitar danos. O usuário pode escolher qualquer plano de referência ao criar movimentos e também pode ter uma visão geral de todo o processo tecnológico e de conformidade, uma característica útil quando o ambiente é mais complexo, com a presença de objetos que podem ser colididos ou até mesmo vários robôs. Até o presente momento, a biblioteca de modelos CAD do RoboDK consiste em mais de 200 robôs industriais, ferramentas e eixos externos. Os usuários também podem criar suas próprias ferramentas e personalizar a configuração de um robô escolhido.

O software pode ser utilizado como uma plataforma educacional, os professores podem criar demonstrações em sala de aula e os alunos podem realizar experimentos sem o risco de danificar os robôs reais e suas respectivas ferramentas. Na verdade, o software pode ser usado por qualquer pessoa com interesse na área da robótica industrial, independentemente do seu nível de especialização.

Como podemos observar nos campos em destaque da Figura 6, obtemos facilmente a cinemática inversa do robô a partir da posição e orientação do efetuador pelo software, e estes valores coincidiram exatamente com os obtidos das equações deduzidas na seção 3.1, comprovando desta forma o modelo desenvolvido.

Figura 6 – Validação da cinemática inversa no software RoboDK.

The screenshot shows the RoboDK software interface. The 'Jog eixo da articulação' section is highlighted with a red box. It displays the following joint positions:

Joint	Position (mm)	Angle (°)	Limit (mm)
$\theta_1$	-0.61	-170.0	> 170.0
$\theta_2$	13.09	-60.0	> 140.0
$\theta_3$	-18.81	-83.1	> 156.9
$\theta_4$	1.89	-190.0	> 190.0
$\theta_5$	18.82	-115.0	> 115.0
$\theta_6$	-1.79	-400.0	> 400.0

The 'Outras configurações' section is also highlighted with a red box, showing the configuration string:  $( * ) - [ -0.61^\circ, 13.09^\circ, -18.81^\circ, 1.89^\circ, 18.82^\circ, -1.79^\circ ]$ .



## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

A partir deste trabalho é possível perceber que a implementação da comprovação da cinemática inversa, de robôs industriais em softwares de simulação, como o RoboDk por exemplo, pode servir como ferramenta para virtualizar o robô e gerar trajetórias no espaço cartesiano, possibilitando aos alunos visualizar a aplicação dos conhecimentos referentes à cinemática na robótica com total segurança, obtendo um maior entendimento sobre estes conceitos.

Quando o algoritmo de Denavit-Hartenberg, método clássico utilizado por décadas, é utilizado, pode-se deparar com os seguintes problemas: a necessidade de métodos e algoritmos adicionais para resolver o problema, os cálculos matriciais podem ser muito grandes ou muito complexos, e algumas soluções que não são facilmente determinadas.

Por este motivo, estão sendo realizados estudos na área de Álgebra Abstrata e Computação Algébrica com o objetivo principal de solucionar o problema de cinemática inversa sem as dificuldades encontradas quando o método de Denavit-Hartenberg é utilizado, a partir de equações polinomiais mais simples do que as encontradas a partir do método clássico.

A partir deste ponto, todas as soluções poderão ser determinadas, incluindo os casos não tão facilmente resolvidos utilizando álgebra matricial, procedimentos iterativos, ou aplicações geométricas a partir do método de Denavit-Hartenberg devido à complexidade da geometria de alguns robôs manipuladores.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRAIG, J. J. Introduction to robotics: mechanics and control. 3 ed, Mac Graw Hill, 2004.

BARRIENTOS, A.; PENIN, L. F. B. C. Fundamentos de robótica, 1 edn, MacGraw Hill, 1997.

DENAVIT, J. Description and displacement analysis of mechanics based on the 2x2 dual matrices, 1 ed, Evanston, University of Northwestern, 1955.

SILVA, S; SANTOS JÚNIOR, J. P. Validação da Cinemática Direta do Robô Fanuc LR Mate 200iC utilizando o Robodk. In: Anais do XLIV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Anais do XLIV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Natal – RN, 2016.

SCHILLING R. J. Fundamentals of robotics: analysis and control. Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1990.

TSAI, Lung-wen. Robot analysis: The mechanics of serial and parallel manipulators. Maryland: Wiley-interscience, 1999. 499 p, il.

ULLRICH, R. Robótica - Uma Introdução. O Porquê dos robôs e seu papel no trabalho. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1987.

Organização



Promoção





## INVERSE KINEMATICS VALIDATION OF AN ANTHROPOMORPHIC ROBOT USING ROBODK.

**Abstract:** Accelerated growth of technology allowed the development of more complex and specific electromechanical structures to industry demand. The robots emerged to solve this demand. To develop industrial robots was necessary the study of kinematics to analyze the behavior of the robot position and orientation in space relative to a coordinate system. The robot under study is an anthropomorphic manipulator with six degrees of freedom. After the determination of the inverse kinematic equations, was implemented an algorithm to prove the model developed. Finally, the paper presents an analysis and proof of Denavit-Hartenberg notation, as a contribution.

**Key-words:** Industrial Robotics, Inverse Kinematics, Denavit-Hartenberg, Teaching Robotics, Computer Simulation.

Organização



Promoção

