



IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS NA ENGENHARIA PARA COMPREENSÃO DE FENÔMENOS ELETROMAGNÉTICOS

José William Ribeiro Borges – josewilliamrb01@gmail.com
Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Corrêa, 01
66075-110 – Belém – Pará

Wellington da Silva Fonseca – fonseca@ufpa.br
Universidade Federal do Pará
Rua Augusto Corrêa, 01
66075-110 – Belém – Pará

Resumo: Nos dias atuais, tornou-se comum a utilização de softwares que realizam simulações de equipamentos em geral através de técnicas numéricas sendo necessário o conhecimento por parte do engenheiro dessas ferramentas, tendo em vista que esse aparato computacional auxilia no estudo dos fenômenos que ocorrem no dispositivo, evitando, assim, o processo de fabricação de vários protótipos, por exemplo. Além disso, esses softwares possibilitam a melhor compreensão dos fenômenos físicos no equipamento pelo usuário. Geralmente, para modelagem de dispositivos elétricos, emprega-se o Método de Elementos Finitos, que realiza a discretização do modelo em geometrias elementares. Neste artigo, utilizou-se o software AutoCAD para desenhar a geometria e o FEMM para simulação didática de capacitor cilíndrico e, por fim, de uma barra Roebel de um gerador hidráulico, baseado na geometria de um objeto real. Dessa forma, objetiva-se demonstrar a importância da aplicação do Método de Elementos Finitos para a engenharia, efetuando-se a análise eletrostática nos isolamentos do modelo da barra Roebel, empregando um software livre.

Palavras-chave: Barra Roebel, Método de Elementos Finitos, eletromagnetismo, Educação em Engenharia, Material dielétrico.

1 INTRODUÇÃO

A barra de estator é um dos principais componentes de um gerador. Essa estrutura é responsável pela condução da tensão elétrica induzida pelo campo magnético girante do rotor da máquina. Em máquinas de corrente alternada de potências muito altas, os condutores da barra estão sujeitos a enormes quantidades de corrente. Assim, a configuração dos isolamentos deve ser projetada de modo a evitar que possíveis problemas que podem ocasionar a falha do equipamento. (MACDONALD, 1970)

Diante disso, observa-se que os principais problemas que ocorrem na barra são oriundos de avarias no sistema de isolamento. Dentre esses defeitos, vale ressaltar os fenômenos de origem térmica, que geralmente ocorrem por perdas resistivas ligadas ao condutor, e



mecânica, relacionado as forças eletromagnéticas as quais está submetido, podendo ocasionar vibrações no núcleo do estator. (STONE *et al*, 2004)

Para que o gerador apresente um tempo de vida longo, dado o alto valor econômico de produção do equipamento e sua importância para o sistema elétrico, os componentes e materiais devem ser capazes de suportar as condições de operação. Assim, é imprescindível, nos dias atuais, o conhecimento da utilização de técnicas de simulação computacional na formação do engenheiro para a modelagem de equipamentos elétricos em geral. (LIMA & FONSECA, 2014)

As técnicas de simulação computacional, por exemplo, o Método de Elementos Finitos (MEF), utilizam modelos matemáticos que realizam a análise de um objeto em torno de fenômenos físicos. Essas técnicas podem ser aplicadas em problemas de eletromagnetismo com a finalidade de observar o comportamento de campos em um equipamento estudado, evitando o processo de prototipagem para experiências, que acarreta em um processo longo e oneroso. Além disso, esse tipo de análise também serve como forma de facilitar o aprendizado sobre dispositivos eletromagnéticos haja visto que o comportamento dos campos e potenciais podem ser observados visualmente e não somente através de leis matemáticas. (BASTOS, 2004)

Tendo em vista esses aspectos, o presente artigo objetiva apresentar a importância da aplicação do Método de Elementos Finitos (MEF) na engenharia. Para atingir tal objetivo, será empregado um *software* livre que utiliza o MEF para análise eletrostática de um modelo didático de um capacitor cilíndrico e de uma barra Roebel baseado em um objeto real de uma empresa geradora de energia elétrica da região Norte do Brasil, apontando de maneira simples e de fácil compreensão o comportamento dos campos estáticos.

2 METODOLOGIA

Nessa seção, será realizada uma breve descrição do Método de Elementos Finitos aplicado ao eletromagnetismo. Além disso, será apresentado um modelo de capacitor cilíndrico como exemplo do emprego do *software* a ser utilizado nesse estudo.

2.1 Método de Elementos Finitos (MEF)

Historicamente, o Método de Elementos Finitos (MEF) teve sua origem em meados da década de 40. A partir disso, a utilização do MEF em problemas de eletromagnetismo iniciou-se na década de 60. A atual condição de desenvolvimento do MEF se deve ao avanço de técnicas matemáticas, análise numérica e, especialmente, da computação. (SADIKU, 2012; SOUSA, 2016)

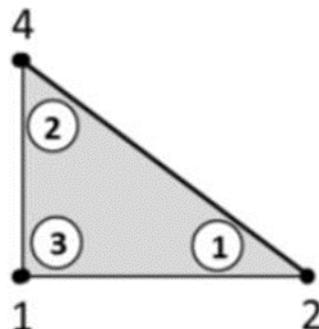
O MEF tem como principal objetivo dividir, ou discretizar, um problema (domínio) de análise e geometria complexas em toda sua extensão em diversos subproblemas (subdomínios) de dimensões finitas com análise mais simples, sendo o conjunto de todas soluções nos subdomínios igual ao domínio original. Dessa forma, são criados elementos com geometrias elementares cujas soluções são válidas apenas para cada subdomínio. Assim, é necessário resolver as equações que regem o comportamento do fenômeno para cada um destes elementos de modo que há um aumento significativo no número de equações a serem solucionadas. (FONSECA, 2010)

Para realizar a discretização do problema em duas dimensões (2D), podem ser utilizadas geometrias triangulares ou quadrangulares. Neste estudo, o problema é dividido em elementos triangulares que são constituídos por três vértices chamados nós que determinam três



segmentos de retas formando uma área interna da figura, como observado na Figura 1, e são regidos por uma equação polinomial.

Figura 1 - Elemento Triangular.



Fonte: CAMARGO *et al*, 2015

A partir das equações que definem o comportamento do fenômeno, podem ser aplicados dois métodos para resolução dos subproblemas: o método de Galerkin e o método variacional. O primeiro se baseia na minimização de um resíduo gerado pela solução aproximada de um problema em relação à sua solução exata. A solução aproximada é obtida a partir da função de forma, que aproxima o comportamento do elemento em seu subdomínio através de um polinômio conhecido, originando um sistema de equações lineares que envolve os valores nodais desconhecidos. (CAMARGO *et al*, 2015)

O método variacional aborda o problema por integrais, construindo uma função chamada variacional ou funcional F que descreve o domínio incluindo todos os nós com valores desconhecidos. Assim, a solução aproximada do problema é dada quando o funcional é mínimo exemplificado na Equação 1: (BIANCHI, 2005)

$$\frac{\delta F}{\delta \Phi_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (1)$$

Onde Φ_i são os valores nodais desconhecidos. Resultando em um sistema de equações lineares similar ao método de Galerkin.

Diante disso, são encontrados os valores dos nós desconhecidos, resultando na solução local de cada elemento triangular. Por conseguinte, as soluções locais são conectadas entre si de modo a obter-se a solução em todo domínio. (SADIKU, 2012)

Tendo em vista os conceitos apresentados, pode-se observar a aplicação do MEF a problemas eletromagnéticos tanto estáticos, como transientes. Neste estudo, os fenômenos analisados são estáticos. Assim, as equações que regem esses fenômenos são derivadas das equações de Maxwell dadas na forma pontual para problemas estáticos na Equação 2: (BASTOS, 2004)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{D} &= \rho_v \\ \nabla \cdot \bar{B} &= 0 \\ \nabla \times \bar{E} &= 0 \\ \nabla \times \bar{H} &= \bar{J} \end{aligned} \quad (2)$$



Para o objeto em estudo, será realizada uma análise eletrostática com permissividade ϵ constante de modo que a relação constitutiva da intensidade e densidade de campo elétrico dada pela Equação 3 é válida em todo o problema:

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E} \quad (3)$$

Além disso, é utilizado o potencial elétrico relacionado a intensidade do campo elétrico dado pela Equação 4:

$$\bar{E} = -\nabla V \quad (4)$$

Como exemplo de utilização do MEF, será apresentada uma simulação de um modelo de capacitor utilizando o *software* livre FEMM (*Finite Element Method Magnetics*). Para a análise de um problema eletrostático com permissividades dos materiais constantes, o programa obtém os valores de potenciais elétricos a partir da equação diferencial, descrita na Equação 5, oriunda das equações de Maxwell. (MEEKER, 2015)

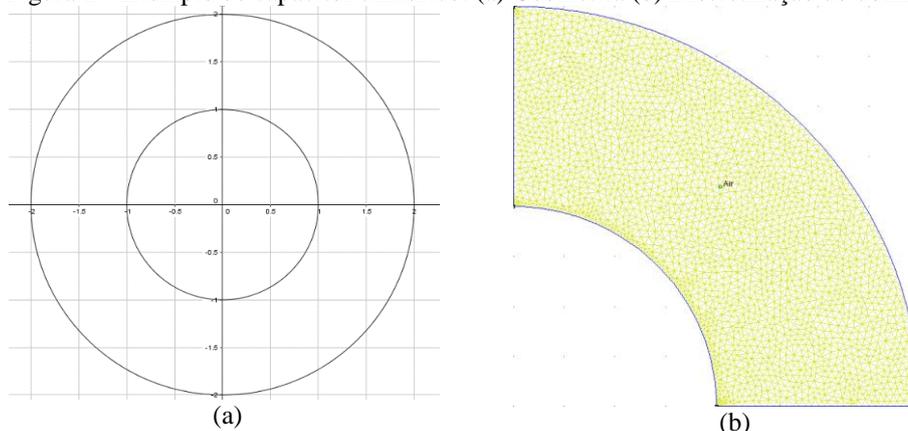
$$-\epsilon \nabla^2 V = \rho \quad (5)$$

Ademais, o *software* possui um ambiente de pré-processamento onde são designadas as principais características do problema (geometria, materiais, condições de contorno, etc.), uma ferramenta que realiza a discretização da malha do problema em elementos triangulares, um *solver* responsável pela solução das equações relacionadas ao fenômeno estudado para cada elemento e um ambiente de pós-processamento onde é possível observar a solução do problema e obter características físicas do modelo. (FONSECA, 2010)

2.2 Modelo Eletrostático Didático

A seguir, será desenvolvido um exemplo de um capacitor cilíndrico utilizando o FEMM que possui uma seção transversal de dois círculos concêntricos de raio interno de 1 cm, externo de 2 cm e profundidade de 100 cm, como ilustrado na Figura 2(a). Devido a simetria do modelo, simulou-se apenas o primeiro quadrante, aplicando as condições de contorno necessárias. Além disso, utilizou-se como dielétrico o ar ($\epsilon_r = 1$) e uma diferença de potencial de 1V entre as placas. A discretização em elementos triangulares está disposta na Figura 2(b).

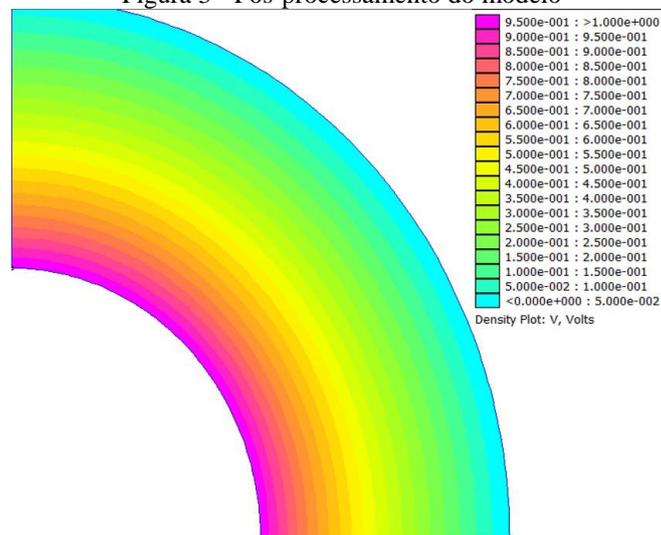
Figura 2 - Exemplo de capacitor cilíndrico: (a) Geometria (b) Discretização do domínio





A partir disso, a solução do problema é apresentada na Figura 3. Na figura, é possível observar a variação do potencial elétrico e o direcionamento do campo elétrico ao longo do dielétrico entre as placas do capacitor. Dessa forma, a compreensão do fenômeno eletrostático se torna mais simples, pois torna-se visível o comportamento das grandezas elétricas.

Figura 3 - Pós-processamento do modelo



Além disso, foi possível observar a eficiência do método em termos da capacitância (C). Desenvolvendo a solução analítica do problema, atingiu-se o resultado de $C=80,1287\text{pF}$. Baseado na simulação, o resultado obtido foi $C=80,27\text{pF}$, com uma diferença de décimos de pico farads em relação ao analítico.

3 ANÁLISE DE BARRA ROEBEL DE UM GERADOR HIDRÁULICO

Em um gerador síncrono, um campo magnético é produzido no rotor. A partir disso, é induzida uma tensão nas barras condutoras presentes no estator. Neste caso de estudo, a análise será realizada na barra Roebel em relação aos materiais dielétricos que fazem o isolamento do material condutor. (CHAPMAN, 2013)

A barra Roebel é composta por duas bobinas isoladas, cada uma dessas bobinas é formada por diversos subcondutores também isolados entre si e é utilizada em estatores de potência maior que 50MW. Elas são produzidas em bobinas de meia-volta onde cada bobina é inserida separadamente no encaixe do núcleo do estator. Além disso, as conexões elétricas para produzir as bobinas devem ser ambas no final das barras. (STONE *et al*, 2004; MACDONALD, 1970)

O sistema de isolamento da barra Roebel possui dois componentes principais: isolamento de subcondutor e de aterramento. O isolamento de subcondutor possui a função de diminuir a área de secção que um condutor inteiro possuiria, tornando mais fácil o encaixe no núcleo do estator que influencia na diminuição de efeitos vibratórios no encaixe. Além disso, detém a função de diminuir os chamados *skin effects* (cargas fluindo apenas na periferia do condutor) que consequentemente diminui as perdas resistivas e correntes parasitas, ligadas principalmente ao aquecimento do equipamento. (STONE *et al*, 2004)

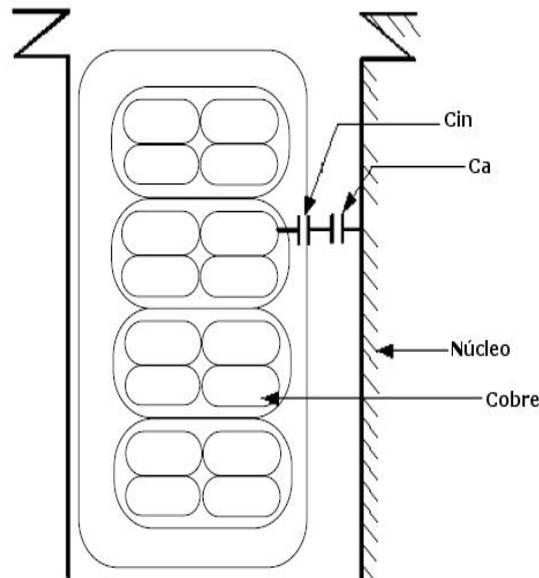
A isolação de aterramento separa os condutores de cobre do núcleo aterrado do estator. A falha nesse isolamento implica em uma falha no aterramento, pois a corrente que passa nos condutores flui para o núcleo do estator, levando a possível falha na máquina. Para as barras



Roebel, é necessário que esse isolamento possua espessura considerável devido às altas voltagens as quais os condutores estão sujeitos. (STONE *et al*, 2004)

Além disso, a barra pode ser representada analiticamente por uma associação de capacitores de placas paralelas de diferentes permissividades que depende de cada material utilizado no isolamento, ilustrado na Figura 4, que pode ser utilizado para cálculo de campo elétrico e potencial. (STONE *et al*, 2004)

Figura 4 - Representação do isolamento em capacitâncias associadas.



Fonte: STONE *et al*, 2004

Ademais, pode-se determinar a máxima intensidade de campo elétrico na região de isolamento da bobina a partir da Equação 6. (HU *et al*, 2009)

$$E_{\text{máx}} = \frac{V}{d} \sqrt[3]{1.8 \frac{d+r}{r}} \quad (6)$$

Onde V é a tensão de fase ao qual o isolamento está sujeito, d é a espessura do isolamento e r é o raio do condutor.

3.1 Modelo para simulação

Para a simulação utilizando MEF da barra Roebel, foi utilizado o *software* livre FEMM. A geometria do modelo foi desenhada no *software* AutoCAD e foi baseado em um objeto real de uma empresa geradora de energia da região Norte do Brasil. Dessa forma, desenvolveu-se o modelo 2D ilustrado na Figura 5 onde há duas barras Roebel com o sistema de isolamento individualizado separadas entre si por material isolante. Ademais, as barras estão dispostas em uma ranhura de material metálico e uma estrutura de cunha sobre as barras.

Além disso, as permissividades relativas utilizadas no isolamento do modelo estão dispostas na Tabela 1. Os valores aplicados para realizar a simulação foram obtidos baseado no equipamento real estudado. A partir dos dados inseridos, foi realizada a simulação eletrostática com o objetivo de analisar o comportamento do campo e distribuição de potencial elétrico da barra Roebel.



Figura 5 - Modelo da barra Roebel

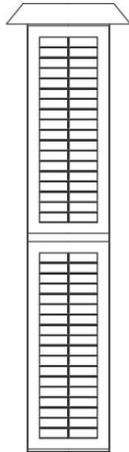


Tabela 1 - Dados de permissividades dos isolamentos.

Aplicação	Material	Permissividade relativa (ϵ_r)
Isolação de aterramento	Borracha	3
Isolação de subcondutor	Mica	6
Separação entre bobinas	Epóxi	3,7
Cunha	Fibra de Vidro	5

Fonte: BASTOS, 2004.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, serão apresentados os resultados da simulação da barra Roebel descrita anteriormente utilizando o *software* FEMM. Para alcançar o resultado final, foi aplicada uma tensão de 6,9kV na bobina superior e inferior obtido na folha técnica do equipamento. Além disso, como condições de contorno considerou-se o aterramento da ranhura e nas extremidades da cunha de modo a não haver fluxo de corrente para o núcleo do estator.

A partir da geometria descrita, a simulação do problema resultou no modelo observado na Figura 6. Dessa forma, observa-se a distribuição da tensão elétrica no modelo a partir da escala apresentada. Os maiores valores da grandeza estão presentes nos condutores de cobre responsáveis pela condução da corrente elétrica. Além disso, percebe-se que os valores de tensão são atenuados ao redor dos condutores devido aos isolamentos, inclusive na cunha da estrutura.

Ademais, pode-se verificar o decaimento da intensidade de campo elétrico na isolação de aterramento. Esse comportamento foi observado analisando um contorno criado ligando um ponto na extremidade do isolamento mais próximo ao condutor até a ranhura. A partir disso, plotou-se um gráfico em termos do módulo do campo elétrico (E) ilustrado na Figura 7.

Figura 6 - Distribuição de tensão elétrica na barra

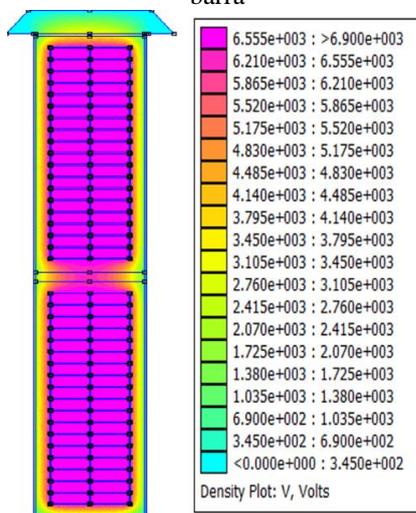
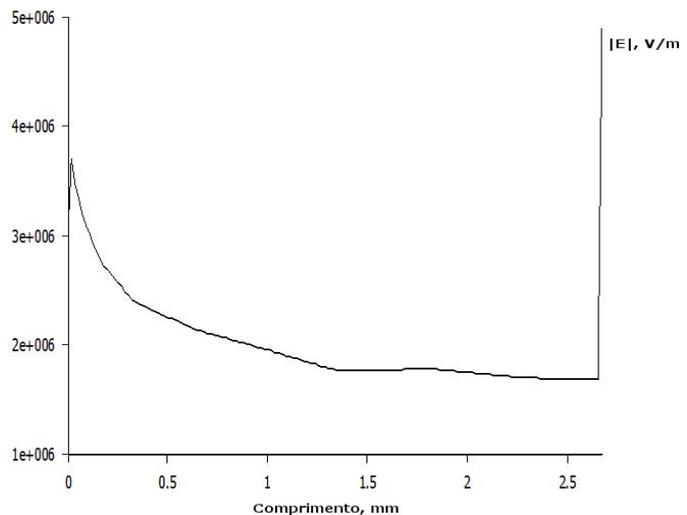


Figura 7 - Campo elétrico no contorno analisado





Dessa forma, percebe-se que os maiores valores de campo elétrico estão próximos do condutor. Além disso, esses valores aproximam-se do resultado obtido a partir da Equação 7 cuja solução é $E = 3,352\text{MV/m}$.

Apesar da pesquisa estar em progresso, é notório que tal atividade proporciona ao futuro engenheiro aproximação com os desafios reais do mercado e dos conteúdos abordados na graduação como em Desenho Técnico, Física, Eletromagnetismo, Equações de Maxwell, Máquinas Elétricas, entre outros. Dessa forma, contribuindo de forma significativa na compreensão dos fenômenos físicos em dispositivos elétricos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo apresentou a simulação de uma barra de estator tipo Roebel com o intuito de demonstrar a importância da aplicação do Método de Elementos Finitos para modelagem de dispositivos elétricos. Nessa perspectiva, torna-se imprescindível o conhecimento de *softwares* que utilizam esta ou de outras técnicas numéricas pelo engenheiro nos dias atuais, haja visto que o processo de modelagem e simulação instiga a otimização da produção de equipamentos elétricos, evitando a necessidade do desenvolvimento de diversos protótipos.

Assim, visou-se contribuir para o estudo eletrostático das barras Roebel. Para alcançar esse objetivo, o modelo foi desenvolvido objetivando reproduzir fielmente os parâmetros presentes na folha de dados do equipamento e utilizando materiais próximos aos que são aplicados em projetos reais. Desse modo, os valores obtidos na simulação puderam ser comparados aos valores analíticos.

Além disso, foi possível observar, através das simulações, o comportamento eletrostático dos modelos desenvolvidos. Dessa forma, visualiza-se a distribuição do potencial e da intensidade de campo elétrico que facilita a compreensão do fenômeno, tendo em vista que essas grandezas são observadas basicamente através de leis matemáticas.

Por fim, o desenvolvimento dessa atividade contribui significativamente para o aprendizado do engenheiro dado que torna-se visível o comportamento de grandezas físicas nos dispositivos elétricos. Dessa forma, pode-se realizar análises sobre fenômenos que implicam em problemas nesses dispositivos e atuar na prevenção dessas falhas antes da fabricação do equipamento, tornando-os cada vez mais eficientes e robustos contribuindo para o futuro da engenharia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASTOS, João P. Assumpção. Eletromagnetismo para engenharia: estática e quase-estática. 2. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2004. 396 p.

BIANCHI, Nicola. Electrical machine analysis using finite elements. Flórida, Estados Unidos da América: Taylor & Francis Group, 2005. 273 p.

CAMARGO, Rodrigo Silveira; FERREIRA, Walnório Graça; MANSUR, Webe João. Aplicações práticas de problemas de calor como introdução ao método dos elementos finitos. Vitória: Grafer, 2015. 91p.

CHAPMAN, Stephen J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. 698 p.



FONSECA, Wellington da S.; UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. Modelagem de Transformadores de núcleo amorfo usando método de elementos finitos, 2010. 100p. Tese (Mestrado)

HU, Chunxiu; YUAN, Xiaohong; HE, Xin; ZHANG, Xiaohong. Study on the effect of different internal corona protection on electrical properties of generator stator bar. Proceeding of the 9th International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials, 2009.

LIMA, Diorge de S.; FONSECA, Wellington da S. A importância do engenheiro em utilizar métodos computacionais para análises de estados transitórios em transformadores. Anais: XLII – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

MACDONALD, D. C. Losses in Roebel bars: effect of slot portion on circulation currents. Proceedings of institution of electrical engineers, v.117, n.1, p. 111-118, 1970.

MEEKER, David. Finite element method magnetics version 4.2: User's manual. 2015. 161 p.

SADIKU, Matthew N. O. Elementos de eletromagnetismo. 5. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2012. 704p.

SOUSA, Antonio R. M. de; UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. Aplicação do método de elementos finitos em análises multifísicas em um transformador, 2016. 204p. Monografia.

STONE, Greg C.; BOULTER, Edward A.; CULBERT, Ian; HUSSEIN, Dhirani. Electrical insulation for rotating machines. Canada: Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 2004. 390p.

THE IMPORTANCE OF FINITE ELEMENT METHOD UTILIZATION IN ENGINEERING FOR COMPREHENSION OF ELECTROMAGNETIC PHENOMENA

Abstract: Nowadays, it became common the use of softwares which perform simulations in general equipment through numerical techniques, given that these computational tools help in the study of phenomena that occur in the device, avoiding the process of manufacturing prototypes, for example. Furthermore, these softwares provide a better understanding for the user of the physical phenomena in the equipment. Usually, for electrical devices modeling, the Finite Element Method is used, which perform the discretization of the model in elementary geometries. In this article, the AutoCAD software is used to draw the geometry and FEMM is used to perform the didactic simulation of a cylindrical capacitor and a Roebel bar of a hydraulic generator, based in a real object geometry. Thus, the objective is to demonstrate the importance of the Finite Element Method application for engineering by conducting the electrostatic analysis in the insulation of Roebel bar's model using a free software.

Key-words: Roebel bar, Finite Element Method, electromagnetism, engineering education, Dielectric material.