

Joinville/SC – 26 a 29 de Setembro de 2017
UDESC/UNISOCIESC
"Inovação no Ensino/Aprendizagem em
Engenharia"



COBENGE 2017
XLV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA

DIFICULDADES DISCENTES EM CÁLCULO INTEGRAL E DIFERENCIAL: ANÁLISE DA MONITORIA DE CÁLCULO EM ENGENHARIAS

Valdinilson Lourenço da Cunha – valdinilson@gmail.com
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso - Campus Cuiabá
Rua Zulmira Canavarros, 93, Centro
78.005-200 – Cuiabá – Mato Grosso

Aline Evangelista Rubenich – aline.rubenich@live.com

Altman Haaron dos Santos – haaronvg@live.com

Jeferson Gomes Moriel Júnior – jeferson.moriel@cba.ifmt.edu.br

Ronan Marcelo Martins – ronan.martins@cba.ifmt.edu.br

Resumo: *O presente trabalho expõe um relato das dificuldades demonstradas pelos alunos monitorados da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral dos cursos de Engenharia do Instituto Federal de Mato Grosso - Campus Cuiabá, que os levam a reprovação ou ainda no pior cenário, a evasão do curso. O objetivo é a identificação e descrição dos principais problemas, para que os resultados apontados, tragam uma reflexão das ações a serem tomadas, que amenizem os problemas dos estudantes de tal modo, que favoreça o desenvolvimento de habilidades e do conhecimento necessário para a formação acadêmica e profissional na Engenharia. Pelos resultados, fica claro a deficiência da educação na escola básica, que leva os alunos aos bancos de faculdades sem uma plena ciência dos principais assuntos que serão abordados rotineiramente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, do qual é o alicerce para todas as demais que dependam dela.*

Palavras-chave: *monitoria, cálculo, engenharia, ensino básico.*

1 INTRODUÇÃO

A disciplina de Cálculo Integral e Diferencial presente na matriz curricular de todos os cursos de engenharia e também em grande quantidade nas demais formações acadêmicas a nível de graduação, é apresentada aos alunos nas primeiras etapas, com o objetivo em dar apoio a resolução de variados problemas que surjam tendo o cálculo como ferramenta. São inúmeras as

Organização



Promoção





disciplinas, tais como, Física, Probabilidade e Estatística, Mecânica Geral, Geometria Analítica, dentre outras, que dependem do conhecimento de Cálculo, o que justifica seu estudo desde o início do curso, sendo basicamente voltada a três frentes de estudo: limites, derivação e integração. Com isso, espera-se o desenvolvimento da capacidade em resolver problemas de natureza prática com o uso do cálculo.

A monitoria da disciplina de Cálculo busca o auxílio tanto de discentes quanto de docentes dos conceitos vistos em sala de aula, bem como cooperar na resolução de exercícios propostos pelos professores ou desafios que os alunos tenham a propor. Deste modo, os monitores esperam que as dúvidas estejam principalmente relacionadas aos novos conteúdos apresentados, tais como, limites, derivadas e integrais.

A literatura tem detectado grande dificuldade de estudantes aprenderem os conceitos desta disciplina. Parte deste desempenho tem sido associada à formação básica insuficiente, uma vez que nos últimos 20 anos por exemplo, apenas 13% dos alunos terminaram o ensino fundamental sabendo lidar com operações com frações (úteis no trabalho com expressões algébricas durante a graduação) e, em geral, apenas 10% dos alunos conclui o ensino médio sabendo o que deveria de matemática (INEP, 2014a, 2014b).

Diante do cenário exposto, pesquisadores Ferlin e Cunha (2003), Gomes (2012), Saravali (2005), Santos e Matos (2012), Nasser, Sousa e Torraca (2015), Silva (2011), Rafael e Escher (2015) têm conduzido estudos teóricos e empíricos buscando compreender as dificuldades de aprendizagem dos estudantes na disciplina. Tais estudos são importantes para melhorar a qualidade da formação profissional do estudante, reduzir índices de reprovação na disciplina, auxiliando assim na permanência do ingressante. Um modo de combater tais índices é por meio de projetos de monitoria para auxiliar os discentes no estudo dos conceitos vistos em sala de aula, bem como colaborar na resolução de exercícios propostos pelos professores ou desafios que os alunos tenham a propor.

Essa pesquisa tem como objetivo identificar e descrever as principais dificuldades apresentadas por alunos ingressantes em dois cursos de Engenharia (da Computação e de Controle e Automação) que participaram da monitoria de Cálculo¹. Nossos resultados permitiram refletir sobre ações que venham auxiliar a dirimir as dificuldades dos alunos ingressantes ao curso de modo a favorecer o desenvolvimento de habilidades e conhecimento necessário para a formação acadêmica e profissional na Engenharia.

2 METODOLOGIA

2.1 CONTEXTO

O contexto da pesquisa é o Projeto de Extensão intitulado “Monitoria de Cálculo”, coordenado pelo Prof. Dr. Jeferson Gomes Moriel Júnior, em que dois grupos de monitores atuavam, um com alunos de Engenharia da Computação e o outro com os de Engenharia de Controle e Automação. Os encontros eram realizados conforme Tabela 1.

No início, eram atendidos em média quinze alunos por monitoria. A partir do primeiro mês,

¹Trata-se de uma ampliação de dois trabalhos anteriores (CUNHA et al., 2016; RUBENICH; SANTOS; MORIEL JUNIOR, 2016)



Tabela 1 – Atendimento de Aluno na Monitoria

| Dia da Semana | Horário de Atendimento | | Local |
|---------------|------------------------|---------|-----------------------|
| | Início | Término | |
| Segunda-Feira | 13:00 | 15:00 | Laboratório 13 - DAEE |
| Quinta-Feira | 14:00 | 15:00 | Laboratório 13 - DAEE |
| Sexta-Feira | 10:00 | 11:00 | Sala 113 |

a procura teve significativa redução, mesmo em períodos próximos a avaliações, tendo pico de atendimento em torno de apenas quatro alunos por monitoria.

Para a realização do trabalho de pesquisa foram utilizadas as listas de exercícios apresentadas pelos alunos e demais desafios propostos. As questões eram resolvidas no quadro da sala para acompanhamento de todos e em casos particulares, eram feitos individualmente.

A cada etapa no desenvolvimento do exercício, o monitor questiona se há dúvidas no que está sendo apresentado. Em caso negativo, o próximo passo é realizado. Do contrário, é questionado em qual ponto está a dúvida, para conhecer o causador da mesma, se o modo pelo qual o exercício está sendo desenvolvido ou alguma deficiência oriunda da formação escolar anterior.

Se o ponto gerador da dúvida estava no modo como o exercício era desenvolvido, um novo formato de resolução é proposto, demonstrando que a solução de um problema têm várias caminhos para serem atingidos.

2.2 COLETA DOS DADOS

Para a coleta dos dados, ao final de cada encontro, o grupo de monitoria realiza uma reunião expondo o que foi abordado por cada um. Nesta exposição são relatados:

- os exercícios solucionados;
- o modo de resolução;
- grau de dificuldade;
- principais dúvidas e dificuldades;
- todos os erros cometidos;
- se a dúvida é recorrente;
- progresso nas avaliações e trabalhos.

Enfim, toda e qualquer informação que seja pertinente ao trabalho desempenhado. Logo após, essas informações são detalhadas em um formulário devidamente elaborado para tal trabalho, que posteriormente era entregue ao orientador para tratativas.

Os instrumentos utilizados foram anotações sistemáticas e observação participante.

2.3 ANÁLISE

Para a análise das dificuldades discentes, foram feitas leituras sucessivas do material presente nos formulários visando a identificação de informações relevantes ao estudo, como erros



e dificuldades, as quais foram devidamente anotadas e contadas, para que assim, fossem classificadas e categorizadas segundo o conteúdo.

Com a lista de exercícios em mãos, buscava-se junto aos alunos os pontos de dúvidas, e explicando pontualmente a eles como deviam proceder, sendo incentivados na resolução do exercício com a finalidade de praticarem o que acabaram de rever.

A seguir apresentamos os resultados sobre as principais dificuldades dos alunos na monitoria de Cálculo I e exemplos de problemas em que apareciam.

3 RESULTADOS

1. Calcule o limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10(x+y)^3}{4(x+y)^{-2}}$.

Problema: Os alunos na monitoria tiveram dificuldade em identificar uma subtração de expoentes em uma mesma base, ou seja, $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$, necessário na Equação 1.

Solução:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10(x+y)^3}{4(x+y)^{-2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10}{4} \frac{(x+y)^3}{(x+y)^{-2}} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10}{4} [(x+y)^{3-(-2)}] \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{2} (x+y)^5 \quad (3)$$

$$= \frac{5}{2} (0+y)^5 \quad (4)$$

$$= \frac{5}{2} y^5 \quad (5)$$

2. Escreva a equação de reta que passa pelos pontos $(1, -4)$ e $(3, 10)$. Qual o valor da função quando $x = 20$? Esboce o gráfico.

Problema: Os alunos desconheciam alguns conceitos básicos de geometria analítica, tais como calcular o coeficiente angular e determinar $f(x)$, presentes respectivamente nas Equações 1 e 6.

Solução: Sabendo que, $x_0 = 1$, $x = 3$, $y_0 = -4$ e $y = 10$, temos que:

(a) Calcular o coeficiente angular α

$$\alpha = \frac{y - y_0}{x - x_0} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{10 - (-4)}{3 - 1} \quad (2)$$

$$\alpha = 7 \quad (3)$$



(b) Encontraremos a função em relação a x e sabendo que $y = f(x)$

$$\alpha = \frac{y - y_0}{x - x_0} \quad (4)$$

$$\alpha(x - x_0) = y - y_0 \quad (5)$$

$$f(x) = \alpha(x - x_0) + y_0 \quad (6)$$

$$f(x) = 7(x - 1) + (-4) \quad (7)$$

$$f(x) = 7x - 11 \quad (8)$$

(c) Calculamos $f(20)$

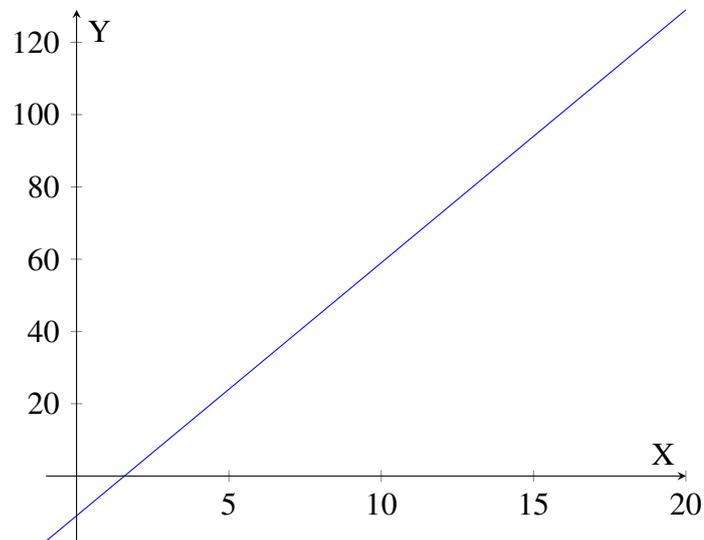
$$f(20) = 7(20) - 11 \quad (9)$$

$$f(20) = 140 - 11 \quad (10)$$

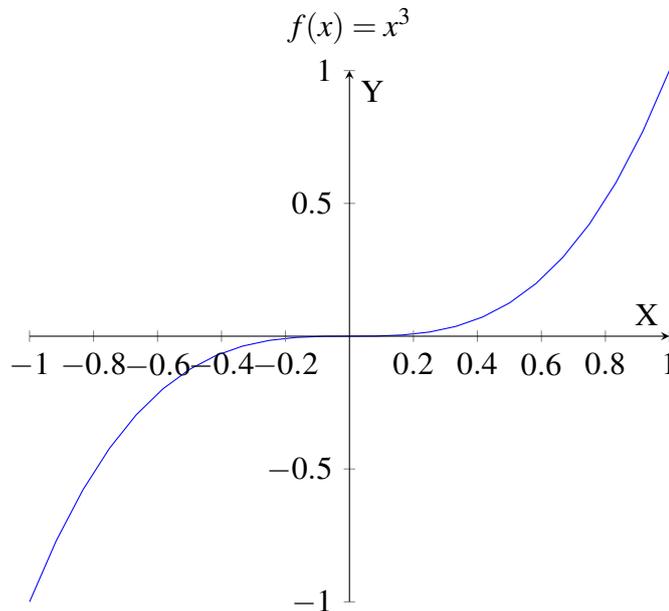
$$f(20) = 129 \quad (11)$$

(d) Concluindo com o gráfico da função

$$f(x) = 7x - 11$$



3. Determine o domínio e a imagem da função $f(x) = x^3$. Utilize a notação de intervalo para escrever o resultado.



Problema: Trata-se de um exercício bastante simples, mas alguns alunos estavam intimidados por conta do gráfico e demais estariam inseguros quanto a definição de domínio, contradomínio e imagem, conceitos estes necessários para iniciar a resolução como mostramos na solução a seguir.

Solução: O domínio da função $f(x) = x^3$ tende ao infinito, não impondo nenhuma restrição aos valores que pode assumir. Portanto,

$$D =] - \infty; +\infty [$$

A imagem da função depende do seu domínio e como já determinamos que o seu domínio é o conjunto \mathbb{R} , conclui-se que,

$$Im =] - \infty; +\infty [$$

4. Complete a tabela e através do resultado estime o limite. Trace o gráfico da função para confirmar o resultado.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1}{x+4} - \frac{1}{4}}{x}$$

| | | | | | |
|------|------|------|-------|--------|---|
| x | -0,5 | -0,1 | -0,01 | -0,001 | 0 |
| f(x) | | | | | ? |



Problema: Ao contrário do que poderia supor, a dúvida neste exercício não era referente ao limite, mas dois alunos levantaram dúvidas sobre o mínimo múltiplo comum e divisão de fração, necessários para fazer os cálculos da tabela do item (a) que permitirão analisar se o limite existe.

Solução:

(a) Preenchimento da tabela

| | | | | | |
|------|---------|---------|---------|---------|---|
| x | -0,5 | -0,1 | -0,01 | -0,001 | 0 |
| f(x) | -0,0714 | -0,0641 | -0,0627 | -0,0625 | ? |

(b) Estimando o valor do limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{1}{x+4} - \frac{1}{4}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{4-(x+4)}{4(x+4)}}{x} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\frac{x}{4(x+4)}}{x} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{1}{4(x+4)} \quad (3)$$

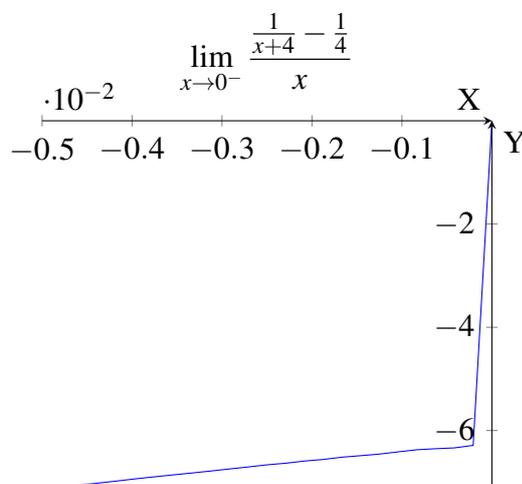
$$= -\frac{1}{4(0+4)} \quad (4)$$

$$= -\frac{1}{4 \cdot 4} \quad (5)$$

$$= -\frac{1}{16} \quad (6)$$

$$= -0,0625 \quad (7)$$

(c) Esboço do gráfico





5. A função definida por $f(x) = \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2}$ é descontínua em 2. Mostre que a descontinuidade é removível e redefina $f(2)$ de tal modo que a descontinuidade seja removida.

Problema: Entender a racionalização e também o produto da soma pela diferença necessário para resolver a Equação 1 da solução a seguir.

Solução: A função f é descontínua em 2, pois $f(2)$ não existe. Se $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existir, a descontinuidade poderá ser removida, redefinido $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. Agora prosseguiremos com o cálculo do limite.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x-2}) \cdot (\sqrt{2x+2})}{(x-2) \cdot (\sqrt{2x+2})} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x+2})} \quad (3)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x+2}} \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2} \quad (5)$$

Logo, expressando $f(2) = \frac{1}{2}$, teremos a nova função definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2} & \text{se } x \neq 2 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 2 \end{cases}$

e essa função é contínua em 2.

6. Determine a derivada de $f(x) = (3x - 2x^2)^3$.

Problema: Dificuldades em determinar a função externa/interna de uma função composta, o que impede de fazer as substituições na função para encontrar a derivada pela regra da cadeia $\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

Solução: Temos que $u = 3x - 2x^2$. Logo $\frac{du}{dx} = 3 - 4x$. E sabendo que $f(x) = u^3$, teremos $\frac{df}{du} = 3u^2$. Desse modo,

$$\frac{df}{dx} = 3u^2(3 - 4x) \quad (1)$$

$$= 3(3x - 2x^2)^2(3 - 4x) \quad (2)$$



7. Calcule: $\int \sin^2(x) dx$

Problema: A dificuldade se dá pelo desconhecimento de identidades trigonométricas, necessárias nos primeiros passos da solução a seguir.

Solução: Sabendo que $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$, temos:

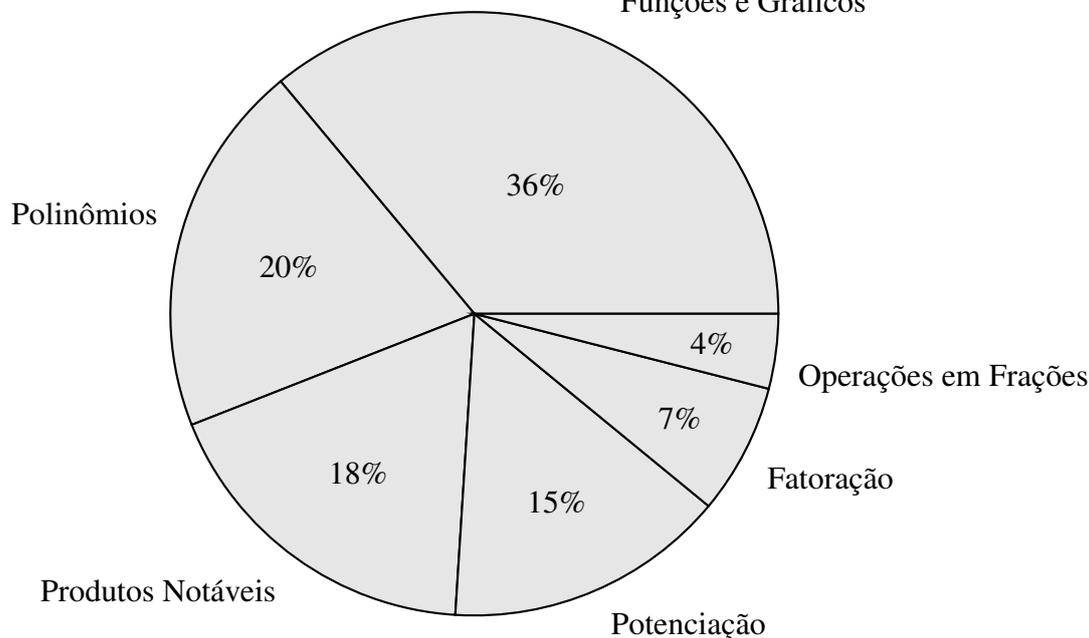
$$\int \sin^2(x) dx = \int \frac{1 - \cos(2x)}{2} dx \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int dx - \int \cos(2x) dx \right] \quad (2)$$

$$= \frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4} + C \quad (3)$$

Nossa análise apontou que as principais dificuldades detectadas na monitoria estão associadas aos seguintes conteúdos da educação básica, Figura 1, cujos conceitos estão geralmente associados ao início da solução dos problemas (conforme constatou-se nos casos analisados). Trata-se de conceitos prévios ao Cálculo I e que limitaram o desempenho na resolução dos alunos e conseqüentemente na aprendizagem.

Figura 1 – Dificuldades principais na monitoria de Cálculo I
 Funções e Gráficos



Fonte: Próprios Autores

Este resultado inicialmente surpreendeu os monitores considerando que a monitoria visa auxiliar discentes a aprimorar os “novos” conceitos vistos em sala de aula, e portanto era de se



esperar que as dúvidas estivessem principalmente relacionadas a limites, derivadas e integrais. Entretanto, as evidências apontadas pela literatura (FERLIN; CUNHA, 2003; GOMES, 2012; SARAVALI, 2005; SANTOS; MATOS, 2012; NASSER; SOUSA; TORRACA, 2015; SILVA, 2011; RAFAEL; ESCHER, 2015), uma vez que as dificuldades identificadas na monitoria não são exatamente relacionadas aos novos conceitos inseridos pelo Cálculo, mas sim, de fundamentos básicos em matemática.

Importante destacar que ao final do semestre três dos quatro alunos que participaram frequentemente da monitoria tiveram aprovação direta na disciplina.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa reforça que os maiores problemas da disciplina de Cálculo está na educação do ensino básico e a literatura reforça esta pesquisa detectando que há uma grande dificuldade de estudantes em absorverem os conceitos desta disciplina, o que torna claro, que a evasão e reprovação é, em geral, fator dado pela discrepância do Ensino Médio ao atingirem o Ensino Superior, fato observado nos artigos categorizados.

A preocupação com as dificuldades dos alunos nas questões relacionadas aos conteúdos de Cálculo e a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas abordagens desses conteúdos continuam presentes. Nota-se que o fracasso detectado pela evasão e reprovação é, em geral, atribuído à defasagem Ensino Médio/Ensino Superior, fato que pode ser notado nos artigos categorizados em Análise de dificuldades e Nivelamento. (GOMES, 2012)

Para aquele aluno temeroso em expor sua dificuldade em sala de aula, a monitoria é uma excelente ferramenta de apoio. Além disso, é um importante instrumento para o docente na tomada de decisão, na medida em que toma ciência de todas as dificuldades expostas pelos discentes e que de outra forma não relatariam.

Um ponto importante é que os alunos regularmente monitorados apresentaram uma significativa melhora no acompanhamento da disciplina, mostrando assim, o quão importante é este suporte dado aos estudantes.

Uma sugestão, de acordo com os resultados apresentados e as literaturas reforçam esta opinião, é a inclusão da disciplina de Pré-Cálculo para o nivelamento de todos os alunos recém chegados a instituição, afim de diminuir tanto o problema de evasão quanto da reprovação e seu efeito cascata nas disciplinas dependentes. Essa disciplina seria ofertada como extra e facultativa ou na forma regular, mas desde que anterior a disciplina de Cálculo.

4.1 Agradecimentos

Um importante menção é feita a todo apoio que recebemos do grupo PET AutoNet para a realização desta atividade, contribuindo com a Instituição de Ensino no seu todo.

Organização



Promoção





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CUNHA, V. L. et al. Dificuldades de Alunos de Engenharia da Computação na Monitoria de Cálculo Diferencial e Integral I. In: IV Workshop de Ensino, Pesquisa, Extensão e Inovação do Instituto Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2016. p. 1–5.

FERLIN, E. P.; CUNHA, J. C. A análise da segunda avaliação integradora do curso de engenharia da computação. In: XXXI Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. *Anais...* Rio de Janeiro-RJ, 2003.

GOMES, E. Ensino e Aprendizagem do Cálculo na Engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGEs. In: XVI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. [S.l.], 2012. v. 16.

GUIDORIZZI, H. L. *Um Curso de Cálculo - Volume 1*. [S.l.]: LTC, 2001. ISBN 9788521612599.

INEP. *Banco de Dados do SAEB de 1995 a 2005*. [S.l.], 2014. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/matematicauf\(urb\)_s_fed\)95-05-8a.xls](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/matematicauf(urb)_s_fed)95-05-8a.xls)>. Acesso em: 15 mai. 2017.

INEP. *Banco de Dados do SAEB de 2011*. [S.l.], 2014. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2012/Saeb_2011_primeiros_resultados_site_Inep.pdf>. Acesso em: 15 mai. 2017.

LARSON, R. *Cálculo Aplicado. Curso Rápido*. [S.l.]: Cengage Learning, 2010. ISBN 9788522107346.

LEITHOLD, L. *Cálculo com Geometria Analítica - Volume 1*. [S.l.]: Harbra, 1994. ISBN 9788529400945.

NASSER, L.; SOUSA, G. A.; TORRACA, M. A. A. Aprendizagem de Cálculo: Dificuldades e Sugestões para a superação. In: XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática. *Anais...* [S.l.]: International Commission on Mathematical Instruction, 2015. p. 1–12. Anais.

RAFAEL, R. C.; ESCHER, M. A. Evasão, baixo rendimento e reprovações em cálculo diferencial e integral: uma questão a ser discutida. *VII Encontro Mineiro de Educação Matemática. Juiz de Fora (MG)*, 2015.

RUBENICH, A. E.; SANTOS, A. H.; MORIEL JUNIOR, J. G. Dificuldades em Cálculo apresentadas por alunos de Engenharia de Controle e Automação. In: IV Workshop de Ensino, Pesquisa, Extensão e Inovação do Instituto Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2016. p. 1–5.

SANTOS, S. P.; MATOS, M. G. O. O ensino de Cálculo I no curso de Licenciatura em Matemática: obstáculos na aprendizagem. *Eventos Pedagógicos*, v. 3, n. 3, p. 458–473, 2012.

Joinville/SC – 26 a 29 de Setembro de 2017
UDESC/UNISOCIESC
"Inovação no Ensino/Aprendizagem em
Engenharia"



COBENGE 2017
XLV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA

SARAVALI, E. G. Dificuldades de aprendizagem no ensino superior: reflexões a partir da perspectiva piagetiana. *Educação Temática Digital*, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, v. 6, n. 2, p. 99, 2005.

SILVA, B. A. Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do cálculo. *Educação Matemática Pesquisa*, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 13, n. 3, p. 393, 2011.

STEWART, J. *Cálculo*. [S.l.]: Cengage Learning, 2010. ISBN 9788522106608.

ANALYSIS OF CALCULUS MONITORING IN ENGINEERING: COMPUTING / CONTROL AND AUTOMATION

Abstract: *The present work presents an account of the difficulties demonstrated by the students monitored in the discipline of Differential and Integral Calculus of the Engineering courses of the Federal Institute of Mato Grosso - Campus Cuiabá, which lead them to disapproval or even in the worst case scenario, the avoidance of the course. The objective is to identify and describe the main problems, so that the results pointed out, reflect a reflection of the actions to be taken, that soften the problems of the students in such a way, that favors the development of skills and the knowledge necessary for the academic formation And professional in Engineering. From the results, it is clear the deficiency of education in the basic school that leads the students to the banks of faculties without a full science of the main subjects that will be approached routinely in the discipline of Differential and Integral Calculus, which is the foundation for all the others that Depend on it.*

Keywords: *monitoring, calculus, engineering, basic education*

Organização



Promoção

