



INFLUÊNCIA DO ERRO DE QUANTIZAÇÃO APLICADO NO CONTROLE DIGITAL DE VELOCIDADE DE UM MÓDULO SERVOMECANISMO DIDÁTICO

Vlademir Ap. Freire Junior – vlademirjunior@utfpr.edu.br

Marcelo Henrique Granza – marcelogranza@utfpr.edu.br

João Luiz Dallamuta – joaol@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Campus Guarapuava

Avenida Professora Laura Pacheco Bastos

CEP 85053-525 – Guarapuava – PR

Resumo: Este artigo apresenta o controle de velocidade de um módulo servomecanismo didático variando a quantização dos sinais de entrada e saída de um controlador. Tal trabalho tem o intuito de demonstrar para os alunos dos cursos de graduação em Engenharia Elétrica e Engenharia de Controle e Automação, que o desempenho dos controladores industriais depende tanto da sintonia do controlador como também da resolução do controlador utilizado, abordando os conceitos sobre quantização de sinais, métodos de identificação de sistemas e sintonia de controladores demonstrando na prática os efeitos do erro de quantização sobre um controlador PI digital, proporcionando de forma rápida e eficiente aos alunos a absorção do conhecimento teórico visto em sala de aula.

Palavras-chave: Controlador PI, Erro de Quantização, Identificação de Sistemas, Servomecanismo.

1 INTRODUÇÃO

O erro de quantização é diretamente proporcional ao valor unitário de quantização. Visto que o valor unitário de quantização depende do número de bits de dígitos de um conversor A/D ou um conversor D/A (PING & SHUAI, 2009). O quantizador é um típico elemento não-linear. Sendo assim, o desempenho de um sistema de controle provavelmente será afetado pelo erro de quantização, levando o controle a ter inesperadas perturbações ou oscilações.

A proposta deste trabalho é desenvolver uma aplicação de um controlador PI utilizando métodos de identificação e sintonia apresentados na literatura e após o sistema estar adequado para controle variar os níveis de quantização dos sinais de entrada e saída do controle a partir de uma placa de aquisição de dados da *National Instruments* de 12 bits, propiciando assim, que os alunos possam realizar análises de desempenho para variados níveis de quantização evidenciando na prática os efeitos quantização nos sistemas de controle.

O trabalho está organizado da seguinte forma: Na Seção 2 é apresentado o Módulo Servomecanismo Didático utilizado nos experimentos práticos. Na Seção 3, é evidenciado conceitos sobre quantização, na Seção 4 é feita uma introdução sobre identificação e modelagem de sistemas juntamente com a identificação do módulo didático servomecanismo. Na Seção 5 é descrito a estratégia de controle e a Seção 6 apresenta o controle de velocidade quantizado. Finalmente, na Seção 7, as conclusões do artigo são apresentadas.



2 MÓDULO SERVOMECANISMO DIDÁTICO

Para execução da seguinte proposta utilizou-se de um módulo didático modelo 2208 desenvolvido pela Datapool Eletrônica Ltda, o qual é constituído por um servo-potenciômetro como transdutor de deslocamento angular. Para a aferição da rotação utiliza-se um tacômetro que fornece um sinal de tensão proporcional à velocidade na faixa de 0 a 5V. O módulo possui também um servomotor de corrente contínua de ímã permanente acoplado a um conjunto mecânico que aciona o conjunto braço/ponteiro do sistema de rotação. A tensão de armadura é alterada por um driver de acionamento linear na faixa de -5 a 5V (DATAPOOL, 2006). A Figura 1 apresenta o módulo 2208.

Figura 1 – Módulo Didático Datapool Servomecanismo



3 QUANTIZAÇÃO DE SINAIS

O processo de quantização pode ser visto como o mapeamento do sinal, a partir do domínio contínuo para um número finito de níveis de saída. Como o sinal analógico pode ter uma amplitude teoricamente infinita, mas na realidade com um valor máximo de amplitude, divide-se este intervalo de valores possíveis em alguns níveis de amplitude de saída. O valor unitário de quantização $q(t)$ pode ser calculado pela seguinte equação.

$$q(t) = \frac{V_{ref+} - V_{ref-}}{2^N}, \quad (1)$$

onde:

N representa o número de bits do conversor;

V_{ref+} representa o extremo superior da tensão do sinal a ser codificado;

V_{ref-} representa o extremo inferior da tensão do sinal a ser codificado;

Uma vez que uma placa de aquisição de 12 bits apresenta 4096 níveis de representação do sinal, por causa da limitação da representação do sinal existirá sempre a presença de erro de quantização, no sinal quantizado. O quantizador uniforme utilizado no trabalho tem um passo de quantização constante, entre os níveis de quantização. A relação sinal-erro (incluindo o erro de quantização) é um fator que afeta o desempenho do controle, pois os sinais perdidos



entre os níveis de quantização não podem ser recuperados. A quantização uniforme utiliza níveis iguais de quantização em todo o “range” de entrada do sinal analógico.

3.1 Erro de Quantização

A utilização da quantização introduz um erro $e[n]$, chamado de erro de quantização, definido pela diferença entre o valor atual do sinal de entrada e o valor quantizado, e dado por

$$e[n] = \hat{x}[n] - x[n] \quad (2)$$

onde $x[n]$ é uma sequência de entrada com um intervalo contínuo de amplitudes, e $\hat{x}[n]$ a sequência quantizada. O erro de quantização é limitado por,

$$-\frac{\Delta}{2} < e[n] < \frac{\Delta}{2} \quad (3)$$

sendo Δ a resolução do quantizador calculado por,

$$q(t) = \Delta = \frac{X_{max}}{2^N} \quad (4)$$

onde X_{max} é o maior valor de representação do sinal de entrada.

3.2 Algoritmo de Quantização

A aplicação proposta necessitou de uma interface de comunicação entre o controlador e o módulo servomecanismo, provido por uma placa de aquisição NI USB-6008 da *National Instruments*. São adquiridas as tensões referentes à velocidade do servomecanismo, as mesmas são processadas no software MatLab®, essa comunicação é feita via USB, onde a placa de aquisição NI USB-6008 apresenta os seguintes dados:

- 8 entradas analógicas de 12 bits, até 10KS/s;
- 2 saídas analógicas de 12 bits;
- 12 TTL/CMOS linhas digitais I/O;
- 1 contadores 32-bits, 5 MHz;
- Digital Triggering;
- Bus-powered;
- Compatível com software MatLab®.

Para variação dos valores de quantização de entrada e saída do sinal de controle, foi desenvolvido uma função matemática de quantização implementada no MatLab®.

$$Q(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } \left| \frac{x}{q} \right| < 1 \\ \left\lfloor \frac{x}{q} \right\rfloor \cdot q, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$



Onde, x representa o sinal de entrada a ser quantizado, o valor de q representa o valor de quantização unitária calculado através da Equação (1) e $Q(x)$ é o valor de saída quantizado.

4 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

O processo de identificação de sistema tem o objetivo de obter equações matemáticas a partir de dados medidos que descrevam pelo menos em parte e de forma aproximada, a relação de causa e efeito presentes na dinâmica de um sistema (AGUIRRE, 2007).

Consiste na construção de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos que representam seus aspectos essenciais de forma adequada para uma utilização particular, ou seja, para análise do comportamento, otimização ou controle (FERREIRA JUNIOR, *et al.*, 2013). Em um processo de identificação de sistemas, diferentes procedimentos para a geração e excitação de um determinado sinal de entrada, medição do sinal de saída são utilizados, para: identificação pelo teste de resposta ao degrau, pela resposta em frequência, identificação *on-line* e identificação *off-line* (COELHO & COELHO, 2004). Uma vez obtido os parâmetros do modelo o mesmo é validado, caso os parâmetros escolhidos não apresentem resultados satisfatórios técnicas e estruturas mais complexas são adotadas.

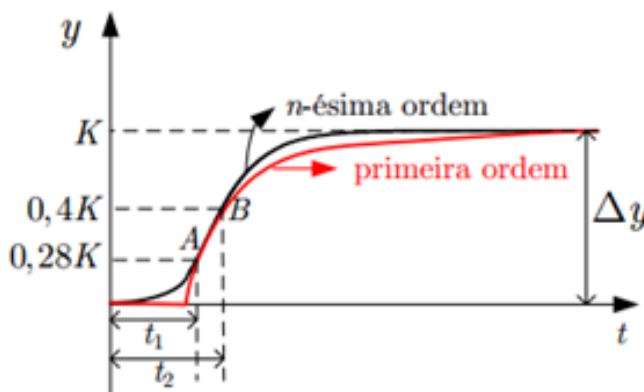
No presente trabalho foi utilizado o método de identificação pelo teste de resposta ao degrau, onde o processo se dá na aplicação de um sinal de entrada do tipo degrau e no armazenamento do sinal de saída. Com a curva de resposta de saída do processo é possível então aplicar diversas técnicas como: gráficas, numéricas ou computacionais para modelar o sistema.

4.1 Identificação do Módulo Servomecanismo Didático

Para obter o modelo matemático de primeira ordem que descreve o comportamento do sistema, foi realizada a análise da resposta a uma entrada degrau. Realizou-se um ensaio a malha aberta, aplicando um degrau de 1,5 rad/s.

Para identificação do sistema foi utilizado o método Broída (HAMITI, 1996), o qual traçou a resposta do sistema de primeira ordem sobre a curva de ordem superior obtida experimentalmente. E verificou um intervalo comum entre elas: um ponto A situado a 28% de Δy e um ponto B situado a 40% de Δy , conforme na Figura 2.

Figura 2: Curva de reação de sistema de primeira ordem sobre a de segunda ordem





Sendo os valores de L e T calculados da seguinte forma:

$$T = 5,5. (t_2 - t_1) \quad (6)$$

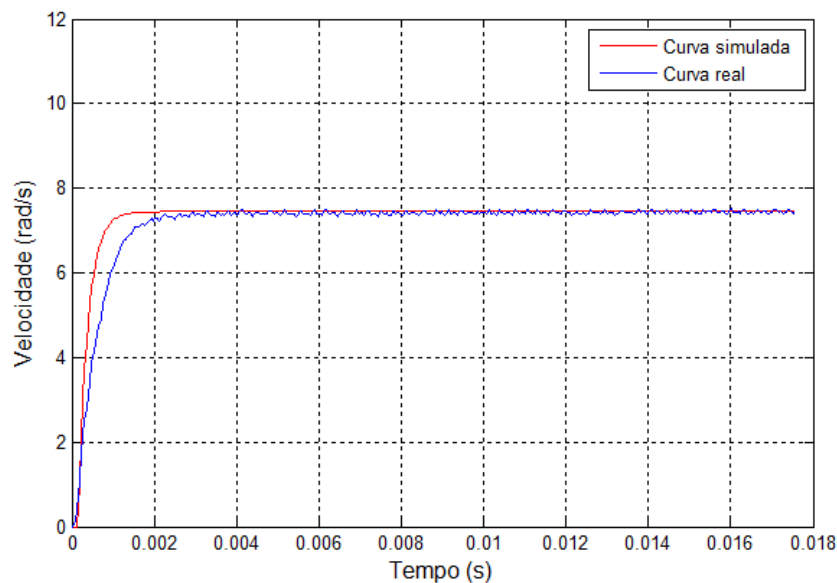
$$L = 2,8t_1 - 1,8t_2 \quad (7)$$

Através do ensaio em malha aberta foi possível identificar os valores de $t_1 = 1,7850e - 004$ e $t_2 = 2,2313e - 004$, possibilitando calcular L e T que resultou na seguinte função de transferência.

$$G(s) = \frac{3,307}{0,0002454s + 1} e^{-9,82e-005s} \quad (8)$$

A Figura 3 demonstra uma comparação entre a curva real do sistema considerando um degrau de 1,5 rad/s e a curva gerada a partir do modelo matemático identificado.

Figura 3: Comparação entre curva real e curva identificada

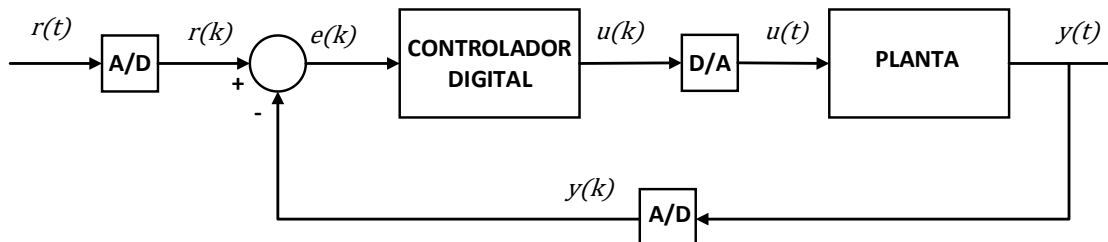


5 ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Para realizar o controle de sistemas em tempo discreto, o sinal na entrada do controlador é convertido em uma sequência de números. Sequências são obtidas através amostragem periódica de um sinal analógico, ou seja, o valor numérico do k -ésimo termo de uma sequência é igual ao valor do sinal analógico em um instante kT , onde T é o período de amostragem (OPPENHEIM, 1999), como mostra a Figura 4.



Figura 4: Diagrama de bloco do sistema



Para o controle da velocidade foi adotado o controlador do tipo PI devido levar o erro de regime a zero, pois não é necessário um sinal de entrada para haver saída do controlador deixando o controle mais preciso. O controlador PI tem sua ação de controle $u(t)$ representada pela Equação (9).

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt, \quad (9)$$

Para obter uma representação na forma discreta que possibilite sua implementação da Equação (9) em hardware digitais, aplica-se uma transformação *trapezoidal* para o termo integrativo (FRANKLIN *et al.*, 1998). Com isso, obtém-se a seguinte equação de diferenças,

$$u[n] = u[n - 1] + a(e[n] - e[n - 1]) + \frac{b}{2}(e[n] + e[n - 1]), \quad (10)$$

onde:

$$a = K_p \quad (11)$$

$$b = K_p \frac{T_s}{T_i} \quad (12)$$

Para sintonia foi considerado o método de Cohen–Coon, tal método baseia-se no ganho estático do processo, no tempo de atraso e na constante de tempo do processo (COHEN, 1953).

As equações que resumem o método são descritas na Tabela 1.

Tabela 1: Tabela de Sintonia do Controlador PI, método de Cohen – Coon

Controlador	K_p	T_i	T_d
PI	$\frac{0,9T}{KL} \left(1 + \frac{0,92\tau}{1 - \tau} \right)$	$\frac{3,3 - 3\tau}{1 + 1,2\tau}$	0

Fonte: (ÅSTRÖM e HÄGGLUND, 1934).



Onde o parâmetro τ varia entre 0 e 1 e é definido como $\tau = L/(L + T)$. Quanto maior o valor de τ , mais difícil se torna o controle de um processo, pois seu aumento é característico de processos com tempo morto dominante.

Considerando as equações da Tabela 1, é possível obter os parâmetros do controlador PI que resultou em,

$$\begin{aligned} K_p &= 0,3750, \\ T_i &= 1,5239 \end{aligned} \quad (13)$$

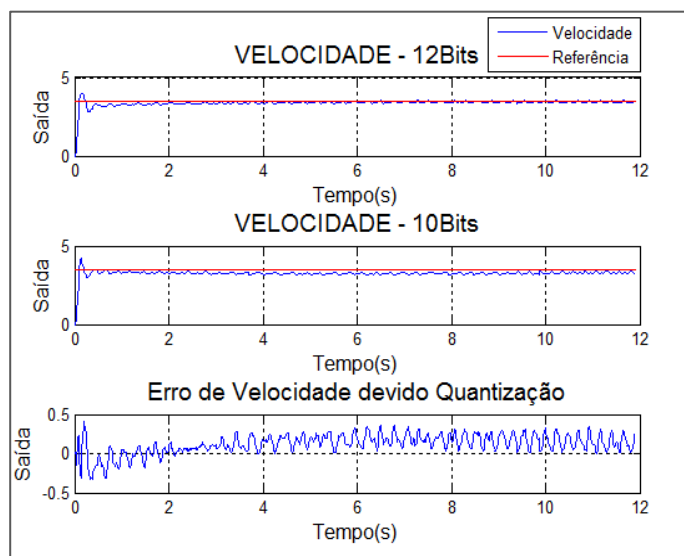
6 CONTROLE QUANTIZADO DE VELOCIDADE

A partir do servomecanismo identificado e sintonizado, juntamente com a placa de aquisição de 12 bits foram geradas curvas de resposta do sistema aplicando um degrau de 3,5 rad/s variando o número de resolução entre 10, 8 e 6 bits utilizando a Equação (5). Sendo o nível máximo de tensão aplicado no servomecanismo de +5V, onde foi possível obter os seguintes níveis de quantização unitária utilizando a Equação (1).

$$q(t) = \frac{5}{2^N} \begin{cases} 0,0012 & N = 12 \\ 0,0049 & N = 10 \\ 0,0195 & N = 8 \\ 0,0781 & N = 6 \end{cases} \quad (14)$$

A Figura 5 apresenta a curva de resposta do sistema controlado em 12 e 10 bits visto que o controle atuando com 10 bits, não atingiu o valor de referência, é possível verificar que mesmo não demonstrou um bom desempenho apresentando um erro médio de velocidade em relação ao controle com resolução de 12 bits de 0,1222 rad/s.

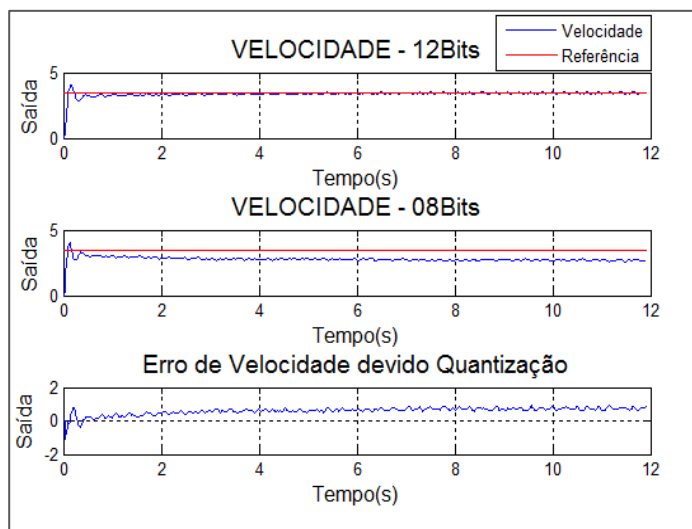
Figura 5: Curva comparativa entre velocidade de 12 e 10 bits





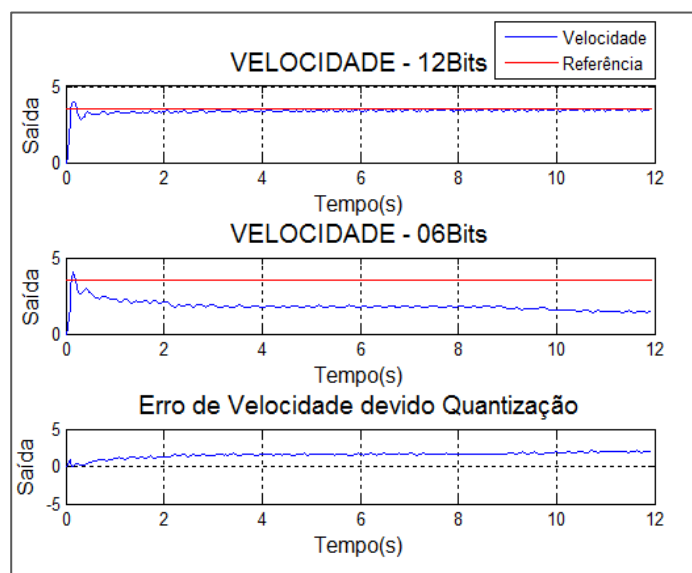
Para o sistema controlado com resolução de 8 bits seu desempenho também não foi satisfatório uma vez que a velocidade do servomecanismo estabilizou-se em 2,7679 rad/s apresentando um erro médio de velocidade de 0,5949 rad/s como pode ser visto na Figura 6.

Figura 6: Curva comparativa entre velocidade de 12 e 8 bits



Já no controle operando com resolução de 6 bits, o sistema no primeiro momento alcançou o valor de referência, porém não apresentou boa resposta em regime tornando-se instável mantendo a velocidade do servomecanismo em um baixo nível mantendo em 1,7735 rad/s apresentando um erro médio de velocidade de 1,5458, apresentado na Figura 7.

Figura 7: Curva comparativa entre velocidade de 12 e 6 bits



Os valores obtidos na variação da quantização são apresentados na Tabela 2 com intuito de evidenciar com maior clareza tais resultados.



Tabela 2: Resultados Obtidos

Resolução (Bits)	Erro de quantização (rad/s)	Erro Médio devido quantização (rad/s)
10	0,0049	0,1222
8	0,0195	0,5949
6	0,0781	1,5458

Nota-se que em um projeto de automação e controle a resolução do controlador adotado influencia diretamente no desempenho do sistema. Ou seja, quanto menor a resolução da aquisição de sinais pior a resposta do sistema podendo até se tornar instável.

7 CONCLUSÕES

O presente artigo apresenta um estudo sobre influência da quantização de sinais no controle de velocidade e sintonia de um controlador PI e os efeitos do erro de quantização no controle de velocidade de um servomecanismo.

O método de identificação de Broída e o método de sintonia de Cohen-Coon apesar da curva de resposta apresentar máximo sobressinal teve um rápido tempo de assentamento demonstrando pouca variação do erro em regime não havendo alteração na resolução da aquisição de dados. Já para avaliação dos efeitos do erro de quantização no controle, pode verificar-se que a influência da resolução da placa de aquisição interfere diretamente na resposta e no desempenho do sistema levando a níveis insatisfatórios de controle, uma vez que os dados perdidos entre os níveis de quantização não podem ser recuperados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIRRE, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas. 3. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.

ÅSTRÖM, K. J.; HÅGGLUND, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. 2. ed. Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America, 1994.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. d. S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Florianópolis: Ed. UFSC, 2004.

CARMO, M. J.; GOMES, F. J. Sintonia de controladores e análise funcional de malhas industriais em ambiente multifuncional integrado. Anais: XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Campina Grande: UFCG, 2005.

COHEN, G. H. Theoretical considerations of retarded control. ASME Transactions, v.75, p. 827-834, 1953.

DATAPOOL. Servomecanismo 2208 Datapool manual de experiências, calibração e manutenção. Itajubá, 2006.



FERREIRA JUNIOR, P. A.; FREIRE JUNIOR, V. A.; ANGÉLICO, B. A. Controle digital de malha de nível de uma planta didática industrial. Anais: XLI – Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Gramado-RS, 2013.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; WOKMAN, M. L. Digital control of dynamic systems. 3.ed. Half Moon Bay: Ellis-Kagle Press, 1998.

HAMITI, K.; VODA-BESANÇON A.; ROUX-BUISSON H. Position control of a pneumatic actuator under the influence of stiction. Control Eng. Practice, v.4, n.8, 1996.

MORARI, M.; ZAFIROU, E. Robust Process Control, Prentice-Hall, Englewood Clis, NJ, 1989.

OPPENHEIM, A. V. Discrete-time signal processing. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1999.

PING, Y.; SHUAI, P. The Effect of the Quantization Error on the Control Quality of Main Steam Temperature Control of Power Stations. International Conference on Computer and Automation Engineering, p. 159-156, 2009.

INFLUENCE OF ERROR IN APPLIED QUANTIZATION SPEED CONTROL OF A TEACHING MODULE SERVO-MECHANISM

Abstract: *This paper presents the velocity control of a teaching servo-mechanism module varying the quantization of the input and output signals of a controller. This work aims to demonstrate to students of undergraduate courses in Electrical Engineering and Automation and Control Engineering, the performance of industrial controllers depends on both the tuning of the controller as well as the resolution of the driver used by addressing the concepts of quantization signals, system identification methods and tuning controllers demonstrating in practice the effects of quantization error on a digital PI controller, providing a fast and efficient way students absorption of theoretical knowledge seen in class.*

Key-words: *PI controller, quantization error, Identification Systems, Servo-Mechanism.*