



ROBÓTICA EDUCACIONAL COMO FERRAMENTA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

José Ilton de Oliveira Filho – ilton104@hotmail.com

Universidade Federal do Piauí, Departamento de Engenharia Elétrica
Campus Universitário Ministro Petrônio Portella - Bairro Ininga
64049-550– Teresina – Piauí

Sérgio Augusto Dias Castro – sergiocastro9@hotmail.com

Universidade Federal do Piauí, Departamento de Engenharia Elétrica
Campus Universitário Ministro Petrônio Portella - Bairro Ininga
64049-550– Teresina – Piauí

Yago Borges Moreira - yagomoreira@gmail.com

Universidade Federal do Piauí, Departamento de Engenharia Elétrica
Campus Universitário Ministro Petrônio Portella - Bairro Ininga
64049-550– Teresina – Piauí

Resumo: *O estudo da robótica pode ser considerado contemporâneo, visto o quão atual esse tema é até hoje e quanto que os estudos a esse respeito crescem com o passar do tempo. A partir de tais avanços, a motivação dos jovens a respeito de tal assunto tornou-se ainda maior, voltando a atenção dos mesmos para os conhecimentos necessários para parametrizar tais interfaces de maneira correta. Neste projeto, propõe-se apresentar a modelagem matemática utilizada para fazer uma analogia do funcionamento de um sensor de uma plataforma robótica com as funções matemáticas estudadas nas escolas, de maneira a unir conhecimentos práticos e teóricos com o objetivo de incentivar ainda mais a abordagem prática no estudo escolar. O projeto busca atrelar os conhecimentos desenvolvidos dentro da universidade para o âmbito de escolas de ensino fundamental e médio, trazendo a aproximação dos estudantes com o estudo da Matemática atrelada à Engenharia.*

Palavras-chave: *Engenharia, Funções, Matemática.*

1 INTRODUÇÃO

O contexto de robótica educativa surgiu na década de 1960, quando Seymour Papert desenvolveu sua teoria sobre o construcionismo e defendeu o uso do computador nas escolas como um recurso que atraía as crianças (GOMES *et. al*, 2010). Essa forma de educar pode ser definida como um conjunto de conceitos tecnológicos aplicados à educação e que o aluno tem acesso a computadores e softwares, componentes eletromecânicos como motores, engrenagens, sensores, rodas e um ambiente em que ele possa programar livremente esses componentes (PIROLA, 2010).

Segundo Daher & Morais (2007), a motivação no aprendizado em matemática consiste num processo de ensino que requer interesse em se criar estratégias na abordagem dos conteúdos. Essas estratégias visam, principalmente, provocar no aluno o interesse pelo conteúdo proposto, muitas vezes, através de experiências reais, de forma a buscar explicar



cada aplicação matemática no nosso meio em que vivemos

No ano de 2012, a Universidade Federal do Piauí – UFPI após a aquisição de uma plataforma robótica móvel dedicada à educação, iniciou uma série de pesquisas referentes à influência da robótica educacional no auxílio à educação em várias esferas, tanto no ensino superior quanto à utilização na motivação de estudantes de ensino fundamental e médio para o ensino de Matemática, também referente à aproximação dos mesmos ao estudo da Engenharia (UFPI, 2012).

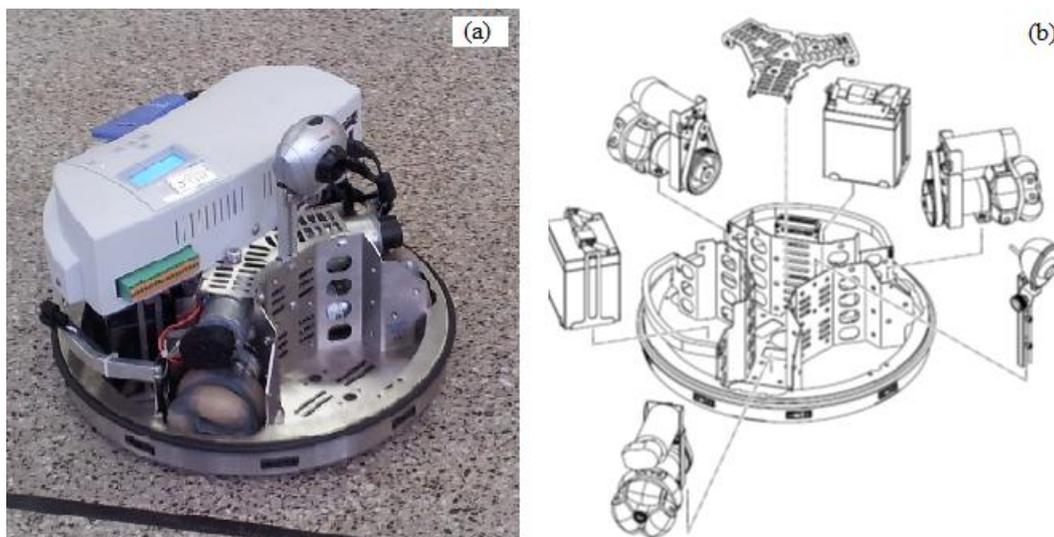
Neste trabalho é proposto um estudo a respeito dos sensores integrados à plataforma robótica em questão, trazendo à tona a modelagem matemática envolvida no que se refere aos estímulos percebidos pelos sensores e de que maneira podemos processá-los para aplicação junto aos atuadores do robô. Especificamente, um levantamento da função característica do funcionamento dos sensores infravermelho localizados no robô e propor uma função matemática que possa fielmente representar essas informações, fazendo a correlação do estudo de tais funções matemáticas na escola e a aplicação na Engenharia.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Robotino

Neste trabalho foi usado a plataforma robótica Robotino, desenvolvida exclusivamente para fins educacionais (FESTO, 2007). A plataforma robótica possui nove sensores infravermelhos para a medição de distância, montados com distância angular de 40° entre si, no qual permitem o reconhecimento de algum objeto localizado numa distância entre 4cm e 30cm do mesmo. A Figura 1 apresenta o robô e alguns dos seus principais elementos, como câmera, sistema de rodas e sensores no chassi.

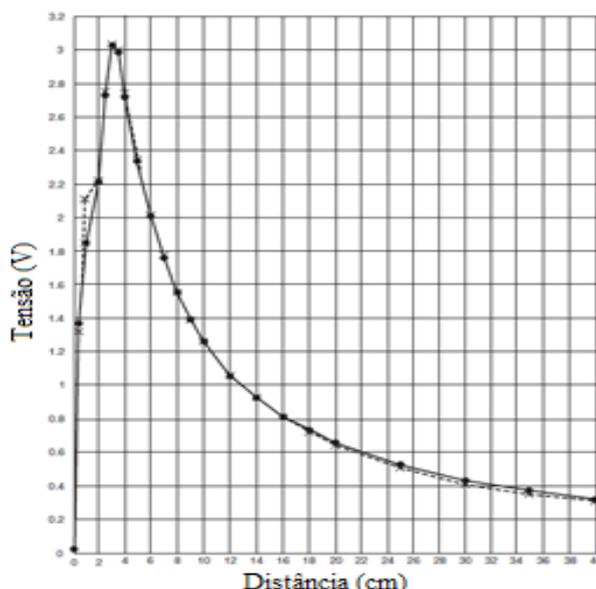
Figura 1 – a) Robotino usado na pesquisa; b) periféricos do robô.



Para medição da distância são utilizados sensores infravermelhos da família GP2D120, no qual possuem o alcance de 4cm a 30cm como citado anteriormente, com uma resposta típica de 39ms, um atraso de inicialização de 44ms e uma corrente associada de 33mA (SHARP, 2006). A Figura 2 apresenta a curva característica do sensor GP2D120.

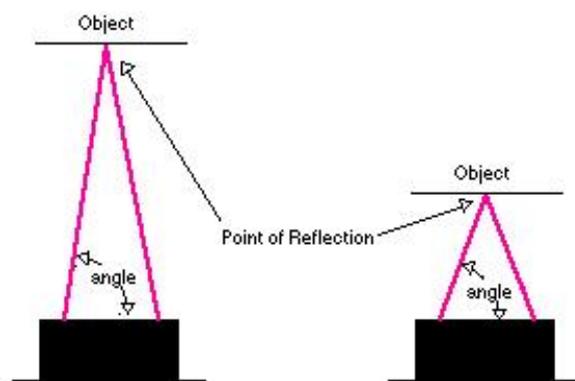


Figura 2 – Curva característica do GP2D120.



O funcionamento do sensor é dado por uma técnica de triangulação. Um pulso de luz infravermelha é emitido por emissor, a luz projetada viaja no campo de visão e então atinge o objeto a ser detectado (ou se propaga no curso). No caso de propagação no qual não há algum objeto no raio de alcance, a luz não é refletida e o sensor nada irá acusar. Porém, se a luz é refletida por algum objeto, ele retorna ao detector, criando um triângulo entre o ponto de reflexão, o emissor e o detector. A luz que foi refletida incide em um dispositivo de carga acoplada, que tem como função determinar o ângulo de reflexão, e tal ângulo varia de acordo com a distância na qual o objeto está, e a partir disso emite uma tensão no pino de saída que varia de acordo com tal distância. A Figura 3 ilustra como ocorre a triangulação referida.

Figura 3 – Triangulação do sensor.



A luz refletida incide no receptor e é transmitida a um pequeno dispositivo de carga acoplada (CCD) localizado dentro do sensor, que tem como função determinar o ângulo de reflexão. Os ângulos formados no triângulo variam de acordo com a distância que está o objeto. Assim, o sensor calcula a distância a partir desse ângulo de reflexão e emite uma tensão no seu pino de saída correspondente à distância detectada (ALCÂNTARA *et. al*, 2013)



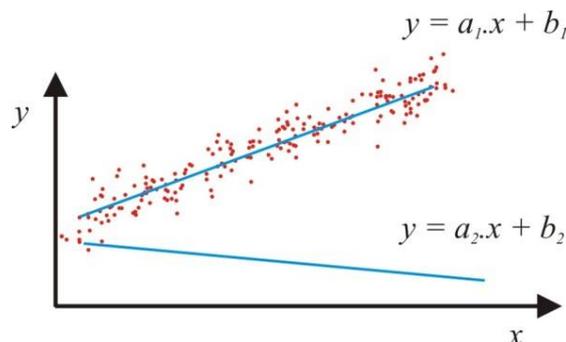
2.2 Análise de regressão

A regressão tem como objetivo explorar a relação entre duas (o mais) variáveis, de modo que possamos obter informações sobre uma delas, por meio dos valores conhecidos da(s) outra(s). Em geral, as observações são feitas para inúmeros conjuntos da variável independente. Sejam x_1, x_2, \dots, x_n os valores da variável independente para os quais são feitas as observações e sejam Y e y , respectivamente, a variável aleatória e o valor observado associado a x_i . Portanto, os dados bivariados fornecidos consistem nos n pares $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots, (x_n, y_n)$.

O primeiro passo na análise de regressão com duas variáveis é elaborar um gráfico de dispersão dos dados observados. Em um gráfico desse tipo, cada (x_i, y_i) é representado como um ponto representados graficamente em um sistema de coordenadas bidimensional. A relação matemática determinística mais simples entre duas variáveis x e y é uma relação linear $y = a \cdot x + b$. O conjunto de pares (x, y) para o qual $y = a \cdot x + b$ determina um reta com coeficiente angular a e termo constante b (DEVORE, 2006).

A Figura 4 mostra um gráfico típico de pares observados com duas candidatas à reta de regressão estimada, $y = a_1 \cdot x + b_1$ e $y = a_2 \cdot x + b_2$. Intuitivamente, a reta $y = a_1 \cdot x + b_1$ é uma estimativa mais plausível porque, em torno dessa reta, os pontos observados estão mais próximos.

Figura 4 – Duas diferentes estimativas de regressão linear.



Dessa forma a estimativa $y = a \cdot x + b$, reta de regressão linear simples, deve ser uma reta que ofereça a melhor aderência aos pontos dos dados observados. Isso induz a utilização da técnica dos Mínimos Quadrados para estimação dos parâmetros do modelo (AGUIRRE, 2000). De acordo com este princípio, uma reta oferece uma boa aderência aos dados, se as distâncias verticais (desvios) dos pontos observados em relação à reta são pequenas.

Em alguns casos, aproximações lineares são suficientes para aplicações práticas. No entanto, podem ser totalmente inadequadas se o mecanismo gerador dos dados observados for não-linear. Assim, numa série de aplicações, modelos lineares não são satisfatórios, e representações não-lineares devem ser usadas.

2.3 Coleta de dados

O Robotino foi posicionado a distâncias conhecidas de um corpo de prova. Com isso, através da interface Robotino® View, foram aferidos os níveis de tensão para treze distâncias diferentes providos pelos sensores infravermelhos, com graduação de 0.2V de alteração para saída dos sensores. Os dados de tensão e distância foram então coletados e seus valores mostrados na Tabela 2.

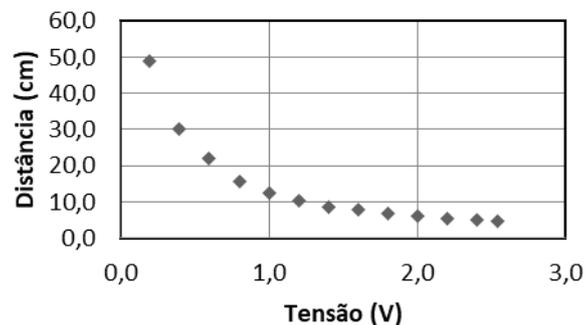


Tabela 2 – Dados observados.
TENSÃO (V) **DISTÂNCIA (CM)**

0.2	49.0
0.4	30.0
0.6	22.0
0.8	15.8
1.0	12.3
1.2	10.5
1.4	8.5
1.6	8.0
1.8	6.7
2.0	6.2
2.2	5.5
2.4	4.9
2.5	4.7

A partir dos dados da Tabela 2, foi criado o gráfico da Figura 5 que apresenta a dispersão dos dados de tensão x distância do sensor infravermelho. Visualmente, percebe-se que a curva resultante, é próxima à curva característica fornecida pelo *datasheet* do sensor.

Figura 5 – Triangulação do sensor.



Através da análise preliminar do gráfico de dispersão, obtido dos dados de tensão e distância, já é possível pressupor que a natureza da relação talvez não seja linear e dessa forma a reta obtida por uma regressão linear não tenha boa aderência aos dados.

Dessa forma, se faz necessário uma busca por um modelo de regressão, talvez não-linear, que melhor se ajuste aos dados coletados. A análise deverá resultar em uma linha de tendência que melhor explique o mecanismo gerador da relação “distância x tensão” do sensor infravermelho.

Como visto na seção anterior, existem diversos métodos de regressão. Dessa forma se fez necessário utilizar método por método a fim de se descobrir o que mais se adequa aos dados analisados. Para validação dos modelos é utilizado uma métrica que utiliza as distâncias verticais (desvios) dos pontos observados em relação à reta. A métrica utilizada é o R-quadrado.

O R-quadrado (R^2) é um parâmetro da regressão que mede a proporção da variabilidade em y que é explicada por x . A métrica segue a equação (1)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}, \quad (1)$$



onde y_i é o valor observado, \hat{y}_i é o valor estimado pelo modelo de regressão e \bar{y}_i é a média dos valores observados. R^2 é uma função direta da correlação entre as variáveis. O coeficiente de determinação R^2 varia entre 0 e 1 indicando o quanto o modelo consegue explicar os valores observados. Quanto maior o R^2 , mais explicativo é modelo, melhor ele se ajusta à amostra (BERTOLO, 2017).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise de regressão utilizou o Excel para estimação dos parâmetros do modelo. Esta ferramenta computacional dispõe do comando “linha de tendência” dentro do ambiente de gráficos. A linha de tendência pode ser ajustada de forma automática nos gráficos de barras horizontais, colunas, de linhas ou de dispersão xy.

Usando então análise de regressão, foi obtido as equações (2), (3), (4), (5) e (6) para as técnicas de regressão linear, exponencial, logarítmica, polinomial de grau 4 e de potência respectivamente.

$$y = -0,0503x + 2,1034 \quad (2)$$

$$y = 2,5488e^{(-0,058x)} \quad (3)$$

$$y = -1,02 \cdot \ln(x) + 3,8065 \quad (4)$$

$$y = 0,000008x^4 - 0,0009x^3 + 0,0362x^2 - 0,6248x + 4,687 \quad (5)$$

$$y = 13,415x^{(-1,047)} \quad (6)$$

Os parâmetros da regressão R^2 para cada uma dessas equações são dados na Tabela 3.

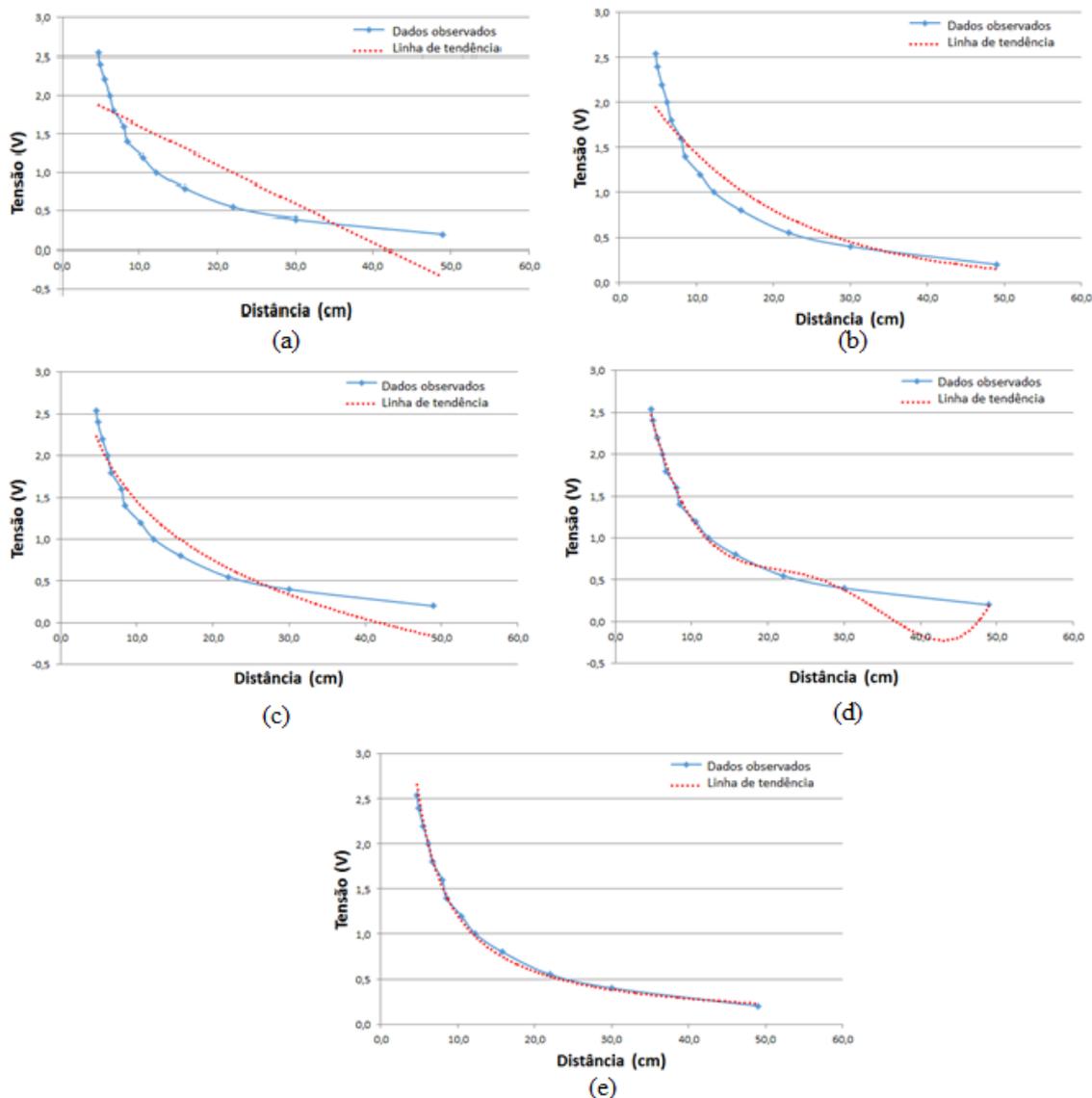
Tabela 3 – R^2 para cada regressão utilizada.

regressão	r-quadrado (r^2)
exponencial	0.9332
linear	0.6946
logarítmica	0.9290
polinomial (grau 4)	0.9962
potência	0.9946

Das equações de regressão, obtiveram-se os seguintes gráficos de linha de tendência nas Figura 6. A análise visual das figuras de linha de tendência e da Tabela 3 indica que dois modelos de regressão obtiveram os melhores valores do R^2 , isto é, mais próximo de 1. Um primeiro foi o modelo de função polinomial de grau 4 e segundo o modelo de função potência. Contudo, a função polinomial possui mais parâmetros, tornando-se mais complexa, já a função potência é mais simples, com apenas 2 parâmetros. Como a diferença de R^2 entre elas ficou em 0.0016, se mostrando então, uma diferença pequena, podendo-se então escolher a função potência como a que melhor se adequa aos dados analisados.



Figura 6 –Regressão a) linear; b) exponencial; c) logarítmica; d) polinomial e e) potência obtidas do sensor.



A equação potência pode ser simplificada gerando uma equação mais simples ainda, facilitando o entendimento da relação entre tensão e distância do sensor infravermelho.

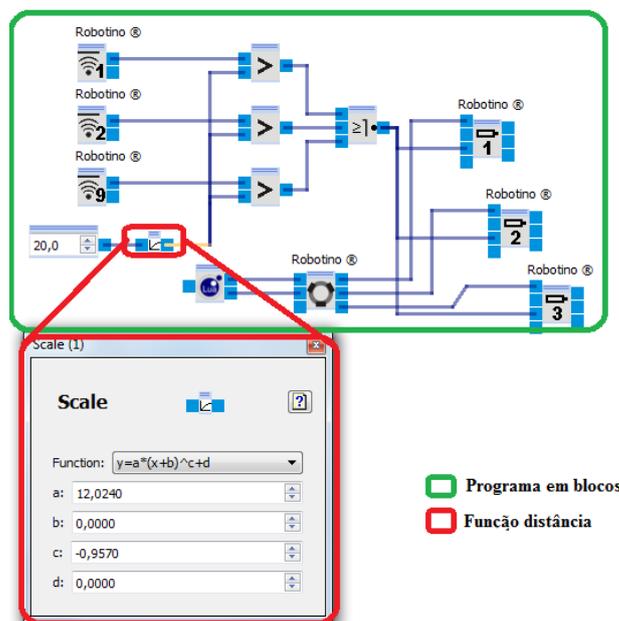
$$y = 13,415x^{-1,047} = \frac{13,415}{x^{1,047}} \cong \frac{13,4}{x} \quad (7)$$

$$\text{Tensão (volts)} \cong \frac{13,4}{\text{Distância (cm)}} \quad (8)$$

Para testar a função escolhida, foi criado um programa no Robotino ® View, como pode ser visto na Figura 7, inserindo a equação potencia. O Robotino se deslocou de uma posição inicial e percorreu um trajeto criado até o mesmo se aproximar de um objeto a sua frente, parando a uma distância específica, no caso, 20 cm.



Figura 7 – Programa usado para teste.



4. CONCLUSÃO

A partir do modelo de regressão obtido, observou-se uma maior facilidade de controle do robô, uma vez que, com a função utilizada no programa, é possível entrar com o valor em centímetros, da distância que o robô se posicionará, sem necessidade de se mensurar a voltagem dos sensores infravermelhos. Essa facilidade é apontada como mensurável de sucesso para os alunos e para os autores da pesquisa, uma vez que, os alunos aplicaram os conteúdos matemáticos de equacionamento matemático e estatístico vistos em sala de aula para resolver um problema real fora da sala de aula.

O bloco lógico criado, para implemento da função obtida nesse trabalho, possibilita a implementação das outras equações encontradas durante este mesmo estudo. Ao serem implementadas as outras funções neste bloco, notou-se uma maior lentidão na velocidade de execução do programa, uma vez que, possuindo mais variáveis e operações, acarretou-se num aumento de ciclos de máquinas necessários para o mesmo propósito. Assim, além de ter um melhor valor de R^2 , ela apresenta maior velocidade e simplicidade de processamento.

O trabalho foi colocado em prática inicialmente durante o 1º Encontro Científico de Engenharia Elétrica, durante a visita de alunos do ensino médio nos laboratórios do curso de Engenharia Elétrica. Durante a visita os alunos foram desafiados a compreender o funcionamento do robô, da curva proposta para o sensor e dos demais atuadores. Foi feita a abordagem do estudo das funções, para reconhecer qual seria a melhor função para ser aplicada dentro da interface didática do robô, de acordo com seu grau de complexidade e de adequação aos dados utilizados. Como resultado, tivemos grande interação do público e diversos questionamentos sobre os estudos com a plataforma, o que foi a principal motivação de querer levar essa ideia para o âmbito da educação de jovens.

Como resultado, essa atividade também foi levada para uma escola da rede privada de Teresina, durante as aulas de robótica propostas no escopo proposto pela instituição. Durante as aulas, foi buscado a partir do conteúdo proposto nesse trabalho unir conceitos da matemática, física e computação para alunos da educação básica. A aceitação das ideias propostas foi considerada moderada, visto que como uma atividade inicial, parte dos alunos



apresentou bastante dificuldade para absorver o que foi proposto. Visto isso, buscamos também por meio desse projeto propor uma abordagem maior do estudo da engenharia no âmbito da educação básica, podendo expandir o interesse desse público alvo no assunto e incentivar o estudo físico-matemático de maneira mais prática.

Tendo este trabalho sido desenvolvido para apenas um tipo de aplicação sensorial, a comprovação da viabilidade desse processo para outros sensores pôde ser comprovada, devido a sua estabilidade nas mais diferentes rotinas. Graças a isso, traz-se também a possibilidade de estudos similares para diferentes tipos de plataformas sensoriais.

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Federal do Piauí e o Departamento de Engenharia Elétrica pela disponibilidade do robô utilizado neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GOMES, C. G.; SILVA, F. O. da; BOTELHO, J. C.; SOUZA, A. R. de. A robótica como facilitadora do processo ensino-aprendizagem de matemática no ensino fundamental. 2010. Disponível em: < <http://books.scielo.org/id/bpkng/pdf/pirola9788579830815-11.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2017.

PIROLA, Nelson Antonio. Ensino de ciências e matemática, IV : temas de investigação. 1 ed. SciELO - Editora UNESP, 2010, 244 p.

DAHER, A., MORAIS, G. de. Os desafios da aprendizagem em Matemática. 2007. Monografia (graduação) – Unilavras. Disponível em < <http://www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=1>>. Acesso em 24 fev. 2017.

UFPI, 2012. “Curso de Engenharia Elétrica da UFPI recebe robô inteligente”. Universidade Federal do Piauí. Disponível em < <http://www.ufpi.br/ultimas-noticias-ufpi/778-curso-de-engenharia-elétrica-da-ufpi-recebe-robô-inteligente>> Acesso em 24 fev. 2017.

FESTO. Instructor Volume. Festo Didactic GmbH & Co. KG, 73770 Denkendorf. 2007

SHARP, “GP2D120 DATA-SHEET”. Sharp Corpora-tion, 2006. “Sharp IR Rangers Information”. Acroname Robot-ics, Disponível em:< <http://www.acroname.com/robotics/info/articles/sharp/sharp.html>> Acesso em:15 fev. 2017

ALCÂNTARA, C. A., ALVES F. A., BATISTA L. M., TEIXEIRA P. M. K. N., VANESSA B., PASSO W., “Medição De Distância Dos Obstáculos Utilizando Sensores De Infravermelho E Plataforma Arduino”. Dep. de Engenharia Elétrica, UFBA, 2013

DEVORE, Jay L., “Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências”. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

AGUIRRE, L. A.. Introdução à Identificação de Sistemas. Belo Horizonte, MG: Editora UFMG, 2000.

BERTOLO, L. A., “Um manual de estatística” Disponível em:< http://www.bertholo.pro.br/AdminFin/StatFile/Manual_Estatistica.htm> Acessos em: 10/03/2017

Organização



Promoção





EDUCATIONAL ROBOTICS AS A TOOL IN THE MATHEMATICAL LEARNING PROCESS

Abstract: *The study of robotics can be considered contemporary, as long as how current this theme is until today and how many studies in this respect grow over time. From these advances, the motivation of the young people regarding this subject became even greater, turning their attention to the knowledge necessary to parameterize such interfaces in a correct way. In this project, it is proposed to present the mathematical modeling used to make an analogy between the operation of a robotics' platform sensor with the mathematical functions studied at schools, in order to bring together practical and theoretical knowledge, with the aim of further encouraging the practical approach in the school study. The project seeks to link the knowledge developed within the university to the scope of primary and secondary schools, bringing the students closer to the study of Mathematics linked to Engineering.*

Key-words: *Engineering, Functions, Mathematics.*

Organização



Promoção

