



## **MODELAGEM E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UMA BANCADA DIDÁTICA MODULAR PARA ENSINO DE DINÂMICA DE FLUIDOS EM CURSOS DE ENGENHARIA**

**Carla Luiza Rannov**– carlaluiza96@hotmail.com  
**Antonio Carlos Valdiero**– valdiero@unijui.edu.br  
**Ben-Hur Ribas Maciel**– begonhur@gmail.com  
**Odmartan Ribas Maciel**– odeijui@hotmail.com  
**Giovani Prates Bisso Dambroz**– giovanipbd@gmail.com  
**Saul Vione Winik**– saul.winik@gmail.com  
**Luiz Antonio Rasia**– rasia@unijui.edu.br

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – Campus Panambi,  
Departamento de Ciências Exatas e Engenharia.  
Rua Prefeito Rudi Franke, Nº 540, Bairro Arco Iris  
98280-000 – Panambi– RS

**Resumo:** *A utilização de uma metodologia tradicional de ensino sem vínculo direto à aplicação prática do conteúdo pode acarretar a falta de interesse do aluno e a aprendizagem superficial utilizada apenas para aprovação. O objetivo do presente trabalho é conciliar a prática no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo básico de dinâmica dos fluidos, por meio de uma bancada didática modular que permita a observação do fenômeno, a formulação do modelo matemático que descreve o comportamento, a simulação computacional e a validação experimental de um fluido líquido que escoar de um tanque. A bancada didática modular para ensino de dinâmica dos fluidos constitui-se de uma estrutura básica e barata composta de um reservatório com orifício de saída que pode agregar diversos módulos complementares, tais como o de instrumentação para medição automática, experimentação de Reynolds, ensaio de turbina hidráulica e ensaio de força hidrostática. A metodologia utilizada baseia-se na realização de teste experimental, na simulação computacional de modelos propostos e na análise comparativa dos resultados. Os parâmetros utilizados no modelo matemático são determinados a partir da bancada didática. Como resultados, tem-se a identificação experimental, as modificações do modelo e sua validação. Conclui-se que o presente estudo pode servir didaticamente como exemplo das etapas fundamentais de modelagem matemática de problemas reais utilizando a dinâmica dos fluidos em situações práticas, nas mais diversas áreas do conhecimento, incluindo a engenharia.*

**Palavras-chave:** *Educação em Engenharia, Mecânica dos Fluidos, Dinâmica da Altura de um Fluido, Relação Teoria-Prática.*

### **1 INTRODUÇÃO**

Um dos grandes desafios atuais no ensino de engenharia é a busca por metodologias capazes de possibilitar uma aprendizagem significativa e concomitantemente atrativa aos

Organização



Promoção





alunos. Para Valdiero (2006), é necessário preparar o engenheiro para um contínuo aprender e desenvolver seu senso de investigação, caso contrário, este se tornará fácil e rapidamente obsoleto.

Dessa forma, buscou-se utilizar os conceitos de metodologia ativa como recurso didático na formação de alunos de engenharia mecânica, a fim de tornar a relação teoria-prática fortalecedora na aprendizagem do aluno. Esta metodologia, segundo Borges e Alencar (2014), ocorre através da mediação e interação, educando para a autonomia. Vista à dificuldade existente no conteúdo de dinâmica dos fluidos, desenvolveu-se uma proposta didática que consiste em demonstrar o comportamento dinâmico de um fluido ao escoar por um orifício em um reservatório e, através disso, realizar a validação experimental do modelo matemático que descreve a dinâmica da altura do fluido, através de testes experimentais realizados em uma bancada experimental. Pretende-se contribuir para a solução deste problema com a modelagem matemática e, análise e ajuste dos resultados através de simulação computacional. Nas seções seguintes, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica sobre o tema, a descrição da metodologia na prática proposta, os conceitos envolvidos na modelagem matemática do sistema dinâmico da altura do fluido, a descrição e desenvolvimento da modelagem, resolução de testes e práticas experimentais, exibição e comparação dos resultados obtidos nos experimentos práticos e nas simulações computacionais e, conclusões e perspectivas futuras sobre uma metodologia prática no conteúdo de dinâmica dos fluidos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No que diz respeito à utilização de metodologia ativa como recurso didático na formação do estudante de ensino superior, Borges e Alencar (2014), afirmam que esta é uma forma de favorecer autonomia ao educando através de reflexão, crítica e ação.

Para motivar os estudantes, Cutri *et al.* (2016) afirmam que é preciso proporcionar um ambiente com aprendizagem significativa, disposto de situações reais e reflexivas, com resolução de problemas relevantes e desafiadores.

Para Bassanezi (1999), a matemática está cada vez mais presente em várias áreas do conhecimento, numa perspectiva de utilização de modelos para descrever determinadas situações. Nesse contexto, denomina modelo matemático como um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas a fim de corresponder a algum fenômeno interdisciplinar. Afirma ainda que determinados modelos podem não representar a situação requerida de forma imediata e, dessa forma, deve-se analisá-lo de modo comparativo tomando como referência outro já existente e, através disso, ajustá-lo de modo conveniente.

No que diz respeito ao conteúdo explorado, para Young e Freedman (2011), os fluidos desempenham papel essencial na vida humana e, denominam Dinâmica dos Fluidos como o estudo dos fluidos em movimento. Em relação ao escoamento de um líquido, afirmam que esses são praticamente incompreensíveis em muitas situações, ou seja, sua densidade não varia e não possui atrito interno, podendo então ser denominado por fluido ideal (BRUNETTI, 2008). Brunetti (2008) define ainda como Mecânica dos Fluidos o estudo do comportamento físico dos fluidos e as leis que regem esse comportamento, muito importante em aplicações na engenharia em canais e dutos, na lubrificação, nos esforços em garagem, nos corpos flutuantes, nas máquinas hidráulicas, na ventilação, na aerodinâmica e em muitas outras aplicações das engenharias mecânica, civil, naval e aeronáutica.

Baldock e Chanson (2007, apud GUEDES *et al.*, 2014, p.2) descrevem “[...] o impacto pedagógico de projetos experimentais baseados em casos de estudo do mundo real, realizados como parte do programa curricular de Mecânica dos Fluidos [...]”, de forma a preparar os alunos para os futuros desafios quando atuarem como engenheiros, de forma a conciliar o



estudo de modelação matemática com o trabalho experimental a fim de desenvolver no futuro engenheiro a capacidade de resolver problemas do mundo real.

Além disso, várias iniciativas teórico-práticas tratam de bancadas didáticas para metodologia de ensino e apresentam resultados bastante significativos no que diz respeito ao ensino e aprendizagem dos alunos. Pode-se citar o desafio solar (CABRAL *et al.*, 2014), o experimento de Reynolds (ROCHA *et al.* 2014), o uso de ferramentas computacionais (FRAGA FILHO *et al.* 2014), o estudo de caso prático de abastecimento de água (GUEDES *et al.* 2014), a bancada com turbina Pelton (LISBOA *et al.* 2014), o mapa conceitual (PAULA, 2014), a bancada para impulso hidrostático (FIGUEIREDO *et al.*, 2014) e o uso de temas transversais (TOSTES *et al.* 2014)..

### 3 DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL

A partir do experimento realizado por Mamann *et al.* (2015) para o desenvolvimento da formulação matemática da dinâmica da altura de um fluido, desenvolveu-se uma bancada didática modular para ensino de dinâmica dos fluidos, constituída de uma estrutura básica e barata composta de um reservatório com orifício de saída, mostrada na Figura 1, que pode agregar outros módulos complementares, tais como módulo de instrumentação para medição automática, módulo para experimentação de Reynolds, módulo para ensaio de turbina hidráulica e módulo para ensaio de força hidrostática. Os principais parâmetros da bancada estão descritos na Tabela 1.

Figura 1: Bancada didática modular para ensino de dinâmica dos fluidos: projeto da bancada em software de CAD e fotografia do protótipo construído e montado para ensaio experimental.

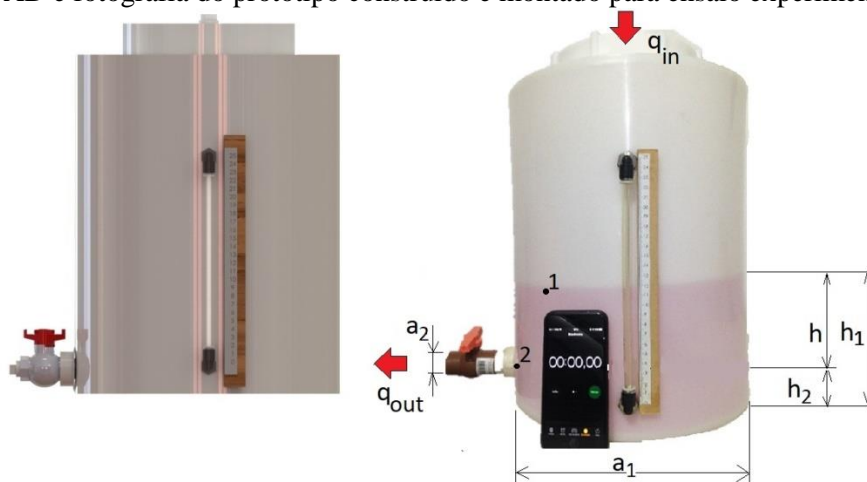


Tabela 1 - Valores dos parâmetros do modelo matemático da dinâmica da altura do fluido de acordo com a bancada didática da Figura 1.

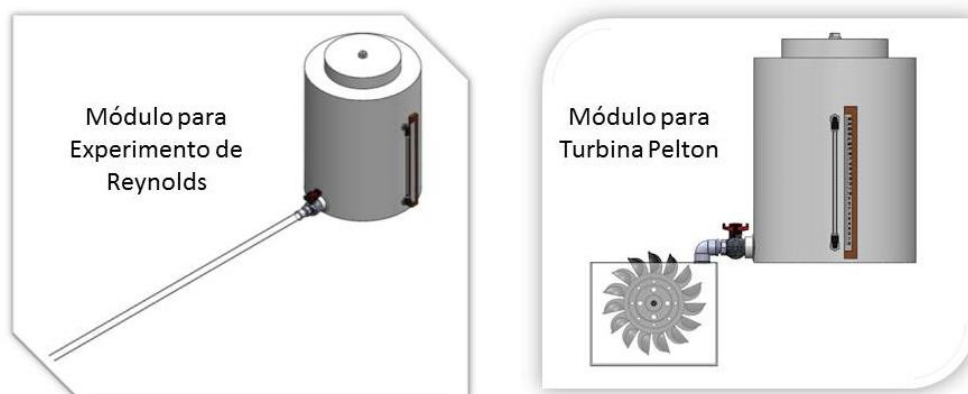
Parâmetro	Notação	Valores
Altura inicial do fluido	$h_1$	0,12 m
Diâmetro do tanque	$d_1$	0,31 m
Diâmetro de saída	$d_2$	0,01 m
Aceleração da gravidade	$g$	9,81 m/s <sup>2</sup>
Vazão de entrada	$q_{in}$	0
Coefficiente de perda de carga no estreitamento brusco	$\zeta$	0,8



O procedimento da prática experimental mais simples consiste de encher o reservatório com água e abrir o registro na parte inferior do tanque, onde há um orifício  $a_2$  de saída de água. A partir de uma altura inicial de fluido no reservatório, abre-se o registro de saída e concomitantemente inicia-se a medição da altura do fluido numa escala graduada e do tempo correspondente utilizando-se num cronômetro, até que a vazão cesse.

Nesta bancada didática é possível implementar configurações alternativas, conforme mostrado na Figura 2. Outro módulo importante que também pode ser agregado é o de instrumentação com sensores e aquisição de dados por computador.

Figura 2: Exemplo de configurações alternativas para a bancada didática modular para ensino de dinâmica dos fluidos: Experimento de Reynolds e Turbina Pelton.



#### 4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Esta etapa tem como objetivo desenvolver a formulação da equação diferencial de primeira ordem não linear que descreve a dinâmica do escoamento do fluido em relação à sua altura no reservatório, como base teórica para a bancada didática.

Para a formulação do modelo são utilizadas as propriedades do fluido em regime permanente. Segundo Brunetti (2008), regime permanente significa que, mesmo que um fluido esteja em movimento, suas propriedades, em qualquer instante, permanecem as mesmas. Acrescenta que, nessas condições, a quantidade de água que entra, é a mesma que sai.

Sendo assim, pode-se dizer que, a diferença entre a vazão que entra ( $q_{in}$ ) e a vazão que sai do reservatório ( $q_{out}$ ) é igual a variação do volume do líquido em um determinado tempo ( $dV/dt$ ):

$$q_{in} - q_{out} = \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

Pode-se representar o volume do cilindro, da seguinte forma:

$$V = A_1 \cdot h_1 \quad (2)$$

Aplicando-se a derivada, em relação ao tempo, nos dois lados da igualdade obtém-se:

$$\frac{dV}{dt} = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad (3)$$

Pode-se afirmar também que  $h_1 = h + h_2$ , sendo  $h_1$  a altura total do reservatório, e  $h$  o líquido que vaza pelo orifício de saída. Aplicando-se a derivada em ambos os lados dessa equação, temos:



$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{d}{dt}(h + h_2) \quad (4)$$

Sendo  $h_2$  a parcela de líquido que não sofre alteração em relação ao tempo, pelo fato de representar a porção de líquido abaixo do ponto médio do diâmetro do orifício de saída. Considerando que, a derivada de uma constante é 0, pode-se desconsiderar a segunda derivada, restando:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{dh}{dt} \quad (5)$$

Fazendo a substituição da Equação (3) na Equação (1) obtém-se:

$$q_{in} - q_{out} = A_1 \frac{dh}{dt} \quad (6)$$

onde,  $A_1$  é a área do reservatório e,  $\frac{dh}{dt}$  é a variação da altura do reservatório em relação ao tempo.

A partir da equação de Bernoulli, que descreve o princípio da conservação de energia, pode-se escrever para uma das linhas de fluxo em dois pontos distintos, um na altura máxima (1) do reservatório e outro na saída (2), (conforme Figura 1):

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (7)$$

Utilizando a hipótese  $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$  e sendo  $A_1 \gg A_2$ , podemos considerar  $\frac{A_2}{A_1} \approx 0$ . Sendo assim,  $v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \approx 0$ . Além disso,  $p_1 = p_2 = p_{atm}$ .

Dessa forma, a Equação (7) se resume em:

$$\rho gh_1 = \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (8)$$

Considerando que o termo  $\rho$  é constante em todos os termos da Equação (8), esta pode ser resumida por:

$$gh_1 = gh_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \quad (9)$$

A vazão que sai do reservatório  $q_{out}$ , é dada por:

$$q_{out} = A_2 \cdot v_2 \quad (10)$$

A partir da Equação (9), isolando  $v_2$  e substituindo na Equação (10), tem-se:

$$q_{out} = A_2 \cdot \sqrt{2gh^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

Substituindo a Equação (11) na Equação (6) e considerando que não há vazão de entrada no experimento, ou seja  $q_{in} = 0$ , obtém-se

$$-A_2 \cdot \sqrt{2gh^{\frac{1}{2}}} = A_1 \frac{dh}{dt} \quad (12)$$

Como  $\frac{A_2}{A_1} \cdot \sqrt{2g}$  é uma constante, denominou-se tal termo por  $k_s$ , então pode-se escrever que:



$$\frac{dh}{dt} + k_s h^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (13)$$

A Equação (13) representa a equação diferencial ordinária não-linear, não homogênea de primeira ordem que descreve a dinâmica da altura do fluido, desconsiderando a perda de carga no escoamento.

A perda de carga,  $\Delta p$ , foi considerada na modelagem na forma de uma energia cinética equivalente no orifício de saída, dada por:

$$\Delta p = \xi \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (14)$$

Incluindo a perda de carga na Equação (8), tem-se:

$$\rho g h_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p \quad (15)$$

ou seja:

$$\rho g h_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \xi \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (16)$$

Considerando que o termo  $\rho$  é constante em todos os termos da Equação (16), esta pode ser resumida por

$$g h_1 = g h_2 + \frac{1}{2} v_2^2 + \xi \frac{1}{2} v_2^2 \quad (17)$$

Subtraindo  $g h_2$  em ambos os membros da igualdade e colocando os termos comuns em evidência na equação (17):

$$g(h_1 - h_2) = + \frac{1}{2} v_2^2 (1 + \xi) \quad (18)$$

Como já considerado anteriormente,  $h_1 - h_2 = h$  e, isolando  $v_2$  na Equação (18), obtém-se

$$v_2 = \frac{\sqrt{2gh}^{\frac{1}{2}}}{(1 + \xi)^{\frac{1}{2}}} \quad (19)$$

Substituindo a Equação (19) e a Equação (10) na Equação (6) e, lembrando que não há vazão de entrada  $q_{in}$  :

$$-A_2 \frac{\sqrt{2gh}^{\frac{1}{2}}}{(1 + \xi)^{\frac{1}{2}}} = A_1 \frac{dh}{dt} \quad (20)$$

Substituindo  $\frac{A_2}{A_1} \cdot \sqrt{2g}$  por  $k_s$ , então:

$$h' + k_s \frac{h^{\frac{1}{2}}}{(1 + \xi)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (21)$$

A Equação (21) representa a equação diferencial ordinária não-linear, não homogênea de primeira ordem que descreve a dinâmica da altura do fluido, incluído a perda de carga..



## 5 RESULTADOS

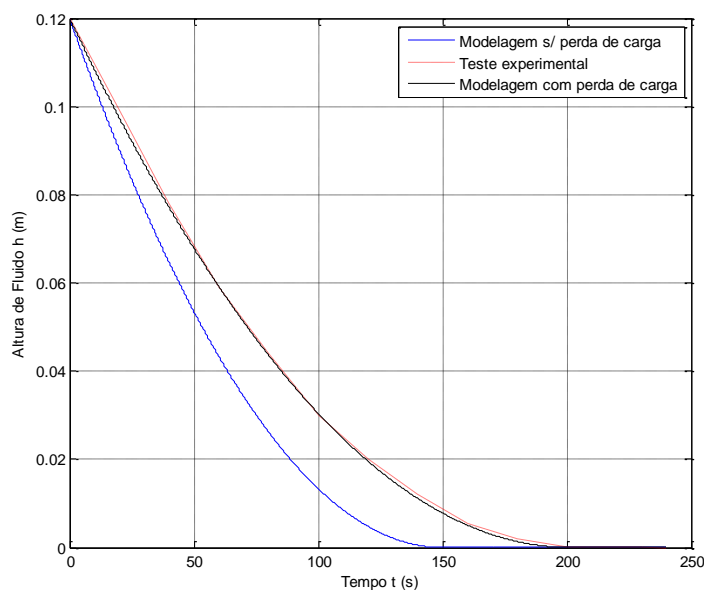
Como resultados da prática para análise da dinâmica do fluido, têm-se o teste ilustrativo com a medição da altura da água no reservatório em função do tempo cronometrado. Os pontos coletados no experimento se encontram dispostos na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados medidos na bancada didática (altura em função do tempo).

Tempo (s)	Altura (m)
0	0,12
20	0,099
40	0,078
60	0,059
80	0,044
100	0,030
120	0,020
140	0,012
160	0,0055
180	0,002
200	0,00014
220	0,0001

Os resultados da simulação computacional com e sem perda de carga e, dos testes experimentais estão ilustrados na Figura 3. A modelagem foi implementada na forma do diagrama de blocos no software MatLab/Simulink e as simulações computacionais foram realizadas utilizando-se o método de integração Runge Kutta de 4ª ordem com passo de integração de 0,001 segundos. É possível verificar que a não linearidade do sistema, ocasionada por uma perda de energia cinética no orifício de saída, causa uma discrepância considerável no gráfico quando comparada à curva que não considera a perda de carga.

Figura 4 – Gráfico comparativo da validação experimental do modelo matemático com e sem perda de carga.





Tal incremento no modelo matemático foi realizado através da técnica da caixa branca, que considera as leis físicas que regem determinado movimento, no caso, a dinâmica da altura do fluido.

É importante salientar que a curva que descreve o teste experimental possui erros ocasionados por medições não aproximadas com a régua.

Durante a metodologia proposta, quando observada a discrepância entre os gráficos de simulação computacional sem perda de carga e, do teste experimental os alunos podem ser instigados a investigar qual poderia estar sendo o fator causador. Após pesquisas bibliográficas e, com o auxílio do professor da disciplina deve ser incluída, com sucesso, no modelo matemático, a perda de carga causada no orifício de saída.

O trabalho contribui de forma eficaz para o ensino de fenômenos de engenharia com a utilização da modelagem matemática, tornando a aprendizagem mais significativa para os estudantes.

## 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

A proposta de metodologia de ensino por meio de uma bancada didática modular para o ensino de dinâmica dos fluidos agregou conhecimento significativo a estudantes de graduação em engenharia e de mestrado em modelagem matemática de forma a conciliar teoria e prática. Além disso, o protótipo utilizado para experimentação possui baixo custo, é simples e versátil. Sendo assim, como perspectivas futuras, pretende-se acrescentar a este protótipo outros módulos, instrumentalizando a bancada com a finalidade de estudo de outras situações que envolvam dinâmica dos fluidos.

### *Agradecimentos*

Os autores agradecem ao apoio financeiro do CNPq, da CAPES, da FAPERGS, do FINEP e da UNIJUÍ na realização do trabalho no Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BASSANEZI, R. C. Modelagem matemática - Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Anais: XXII - Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. Campinas: IMECC, 1999.

BORGES, T. S.; ALENCAR, G. Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do ensino superior. Cairu em Revista, Cairu, n.4, p.119-143, 2014.

BRUNETTI, Franco. Mecânica dos Fluidos. 2.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

CABRAL, A. S.; VILAÇA, N. M. C. A. A.; ARARIBA, L. B.; FIGUEIREDO, V. N.; BOUÇAS, M. V. C. M.; OLIVEIRA, L. B.; FERREIRA, V. H.; FORTES, M. Z.; CORREIA, W. F. DESAFIO SOLAR BRASIL 2013: Ferramenta de ensino e promoção de fontes renováveis de energia. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

Organização



Promoção







CUTRI, R.; MARTIN, P. A.; MARIN, L. R.; CORDEIRO, J. R.; SANTOS, L. G. C. D. Abordagens de aprendizagem ativa, de baixo custo, para aulas de teoria com grande número de alunos. Anais: XLIV - Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. Natal: UFRN, 2016.

FIGUEIREDO, M. R.; PITOL-FILHO, L.; REIS, L. A. V. DOS; REIS, J. P. DOS. Construção e validação de uma bancada didática de impulso hidrostático. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

FRAGA FILHO, C. A. D. F.; LOVATTE E.; NASCIMENTO, E. L. Proposta de metodologia de ensino de dinâmica dos fluidos computacional utilizando o método lagrangiano sph. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

GUEDES, A.; ESTEVES, M. T. S.; MORAIS, C.; SOARES, F.; LEÃO, C. Do papel e lápis ao mundo real: estudo de caso no ensino da mecânica de fluidos. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

LISBOA, C. P.; MICHELS, A.; LERMEN, R. T.; KRAULICH, C. V.; OST, A. P.; ANDRADE, M. A. B. DE. Projeto e construção de uma bancada didática com turbina do tipo pelton para aplicação em ensino de engenharia. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

MAMANN, Â. T. W. DE; FREITAS, D. J. B.; VALER, L. A.; SCREMIN, O. B.; VALDIERO, A. C. Desenvolvimento da modelagem matemática e validação experimental da dinâmica da altura do fluido em um reservatório. Anais: III Congresso Internacional de Educação Científica e Tecnológica. Santo Ângelo: URI, 2015.

PAULA, A. A. DE. Análise crítica da disciplina elementos de aeronave e dinâmica de vôo (PME2553) do curso de engenharia mecânica da EPUSP. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

ROCHA, A. R. R.; FIAMENI, F. M.; SOUZA, J. DO S. A. DE; FREITAS, L. M. DE. A práxis da tecnologia na educação de engenharia: experiência de Reynolds. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

TOSTES, M. E.; CORRAL, M. F.; SOARES, R. P.; DUARTE, A. R. C. L. M.; CAVALCANTI, G. P.; TOSTES, P. de L. A formação do engenheiro visando as várias atuações que a sociedade exige e a diminuição da evasão. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Juiz de Fora: UFJF, 2014.

VALDIERO, A.C. Ensino de engenharia mecânica orientado aos desafios da sociedade. Anais: XXXIV - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Passo Fundo: UPF, 2006.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. Física II: Termodinâmica e ondas. In: Mecânica dos Fluidos, São Paulo: Ed. PEARSON, 2011. p.72-92.



## **MODELING AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A MODULAR DIDACTIC BANK FOR TEACHING FLUID DYNAMICS IN ENGINEERING COURSES**

**Abstract:** *The use of a traditional teaching methodology without direct link to the practical application of content can lead to lack of interest for learning and superficial learning for approval only. The aim of the present work is to reconcile praxis in the teaching-learning process of the basic content of fluid dynamics, through a modular didactic bench that allows an observation of the phenomenon, a formulation of the mathematical model that describes the behavior, a Computational simulation and experimental validation of a liquid fluid in a tank. The modular didactic bench for fluid dynamics teaching consists of a basic and inexpensive structure composed of a reservoir with an exit orifice that can add different complementary modules, such as instrumentation for automatic measurement, Reynolds experimentation, Hydraulic turbine test and test Of hydrostatic force. A methodology used in the base test, in the computational simulation of proposed models and in the comparative analysis of the results. The parameters used are not in the selection criterion of the didactic table. The results, we have the experimental identification, the modifications of the model and its validity. We conclude that the present study, which is an engineering, as an example of the fundamental measures of mathematical modeling of real problems.*

**Key-words:** *Engineering Education, Fluid Mechanics, Fluid Height Dynamics, Theory-Practice Relation.*

Organização



Promoção

