

Joinville/SC – 26 a 29 de Setembro de 2017  
UDESC/UNISOCIESC  
“Inovação no Ensino/Aprendizagem em Engenharia”



**COBENGE 2017**  
XLV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA

**Rafael Duarte Ferreira Rezende** – rafael.ferreira@aedb.br  
Associação Educacional Dom Bosco – Faculdade de Engenharia de Resende  
Av. Cel Pro. Antonio Esteves, nº01, Campo de Aviação  
27.523-000 – Resende – RJ

**Isabela Lima da Silva** – isabela.silva@aedb.br  
Associação Educacional Dom Bosco – Faculdade de Engenharia de Resende  
Av. Cel Pro. Antonio Esteves, nº01, Campo de Aviação  
27.523-000 – Resende – RJ

**Marilia Rios de Paula** – mariliarios2@hotmail.com  
Associação Educacional Dom Bosco – Faculdade de Engenharia de Resende  
Av. Cel Pro. Antonio Esteves, nº01, Campo de Aviação  
27.523-000 – Resende – RJ

**Rubens Alves Dias** – rubdias@feg.unesp.br  
Universidade Estadual Paulista – UNESP, DEE  
Av. Dr. Ariberto pereira da Cunha, 333  
12516-410 – Guaratinguetá – SP

**Washington de Macedo Lemos** – washington.lemos@aedb.br  
Associação Educacional Dom Bosco – Faculdade de Engenharia de Resende  
Av. Cel Pro. Antonio Esteves, nº01, Campo de Aviação  
27.523-000 – Resende – RJ

## **FLUIDOS, SISTEMAS TÉRMICOS E SUA APLICAÇÃO A METODOLOGIA DO ENSINO ACADÊMICO**

**Resumo:** *Este artigo apresenta a contextualização das matérias de cálculo diferencial e integral I e II que juntos possibilitam a definição da equação básica da estática dos fluidos. A finalidade é demonstrar a importância da equação básica da estática para gases utilizando o conhecimento adquirido nas disciplinas de matemática do curso de engenharia. Para tal, deve-se aprender os conceitos relacionados a fenômenos de transporte, mecânica dos fluidos, sistemas termodinâmicos e temperatura visando, assim, um melhor entendimento sobre o conteúdo. Deve ser ressaltado que este estudo mostra que a aplicação de uma Equação Diferencial Ordinária, proveniente do cálculo e aprendida de sua forma mais pura nas aulas de Cálculo II, é a base da resolução de problemas de disciplinas específicas. Por esse motivo, acredita-se que as aulas de cálculo podem conter, como motivação para o aluno, a apresentação de possíveis aplicações em matérias do ciclo profissional da engenharia. Desta forma, o aluno conseguirá desenvolver habilidades para resolução de problemas de tais disciplinas.*

**Palavras-chave:** *Fluidos. Sistemas Termodinâmicos. Temperatura. Fenômenos De Transporte. Matemática Aplicada.*

Organização



**UDESC**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DE  
SANTA CATARINA



Promoção





## 1. INTRODUÇÃO

Uma das maiores dificuldades encontradas pelos estudantes de engenharia ao longo do curso é a interpretação de problemas em matérias do ciclo profissional. Mesmo que o aluno saiba o método de resolução, o entendimento conceitual é prejudicado pela baixa compreensão dos preceitos matemáticos que o originaram. Tal fato possivelmente é resultado da falta de conexão entre a teoria e a prática, o que torna o desenvolvimento acadêmico extremamente mecânico.

Para que fossem desenvolvidas as fórmulas que hoje são usadas pelos estudantes, foram necessários anos de estudos, aplicando os conteúdos do cálculo em teorias de fenômenos de transporte, mecânica dos fluidos, hidráulica, entre outras disciplinas. Assim, é válido dizer que o cálculo é uma ferramenta para o aperfeiçoamento das disciplinas que conhecemos hoje.

Este artigo apresenta a contextualização das matérias de cálculo diferencial e integral I e II que juntos possibilitam a definição da equação básica da estática dos fluidos.

## 2. DEFINIÇÃO DE FLUIDOS

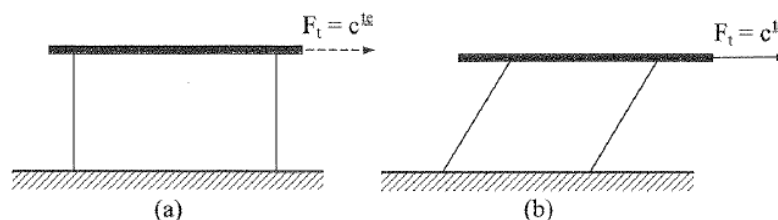
Brunetti (2008, p.2) diz que a definição de fluido mais comum é aquela feita com a comparação com um sólido. A teoria clássica afirma que “*fluido é uma substância que não tem uma própria forma, assume o formato do recipiente*”. Os fluidos são, dessa maneira, os líquidos e gases. No entanto, líquidos e gases se distinguem pelo fato de líquidos apresentarem uma superfície livre, enquanto gases ocupam todo o recipiente.

No entanto, a definição de fluidos pode ser feita de uma maneira mais complexa, porém, que possibilita a compreensão lógica utilizada em Mecânica dos Fluidos. Também ligada a comparação com materiais sólidos, essa definição de fluido é tida pelo método da “Experiência das Duas Placas”.

Supondo que um sólido esteja preso entre duas placas planas, sendo fixada a inferior e a superior submetida a uma força tangencial  $F_t$  (figura 1a). Se a força  $F_t$  for mantida constante, o sólido se deforma de maneira angular (figura 1b) até que atinja uma posição nova de equilíbrio. As tensões internas equilibram a força externa aplicada ao sólido e somente uma variação de  $F_t$  faria com que houvesse uma nova configuração do sólido. Assim, sempre que a força tangencial agir, o sólido deforma-se angularmente, até atingir equilíbrio estático.

Figura 1: Experiência entre duas placas

Fonte: Brunetti, 2008, p. 2.



Utilizando o mesmo recurso com o fluido, podem-se notar pontos importantes. O primeiro deles é que, se aplicada uma força tangencial na placa superior, a mesma irá deslocar-se. Pontos comuns entre o fluido e a placa permanecem correspondentes durante o movimento.

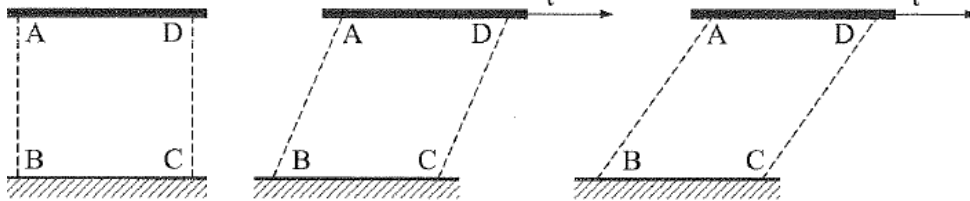
Organização

Promoção



Dessa maneira, se a placa atinge uma velocidade  $V$ , os pontos comuns à placa e ao fluido também possuem mesma velocidade e os pontos em contato com a placa fixa permanecerão imóveis junto a ela (figura 2). Este conceito leva ao princípio da aderência, que diz que “os pontos de um fluido, em contato com uma superfície sólida, aderem aos pontos dela, com os quais estão em contato” (BRUNETTI, 2008, p.2).

Figura 2: Experiência entre duas placas com fluido  
Fonte: Brunetti, 2008, p. 2.



Diante de tal experimento, nota-se que o fluido se deforma constantemente e não alcança uma posição de equilíbrio estático, como um sólido. Logo, fluido é uma substância que se deforma continuamente quando submetida a uma força tangencial constante qualquer, ou seja, é uma substância que não atinge uma nova configuração de equilíbrio estático quando submetida a uma força tangencial constante.

Existem duas classificações importantes para fluidos: fluidos compressíveis e incompressíveis.

- a) Fluido compressível: quando submetido a pressão, o volume do fluido sofre uma variação. É o caso dos gases.
- b) Fluido incompressível: quando submetido a pressão, o volume do fluido praticamente não sofre variação. É o caso dos líquidos, sendo o mais comum a água.

É importante conhecer o conceito de fluidos para se definir qual o mais adequado para determinada aplicação de acordo com as suas propriedades e características.

### 3. TIPOS DE SISTEMAS TERMODINÂMICOS

De acordo com Afonso (2012, p.41) a separação entre sistema e meio externo se dá por meio de uma superfície, seja ela imaginária ou não, denominada fronteira. É através da fronteira que há fluxo de massa, calor e/ou trabalho. Pode-se classificar um sistema devido ao tipo de transferência que pode ocorrer por meio da fronteira. Esta classificação se dá em três tipos: sistemas isolados, sistemas fechados e sistemas abertos segundo Afonso.

- a) Sistemas isolados: são sistemas em que não há passagem de massa e nem de energia através da fronteira. Na prática, é muito difícil manter um sistema desse tipo. Um exemplo prático seria a garrafa térmica, que mantém o líquido em uma temperatura desejável por um período de tempo;
- b) Sistemas fechados: são sistemas em que não existem transferência de massa por meio da fronteira. Há troca de calor e/ou trabalho entre sistema e meio externo. Um exemplo prático é um conjunto cilindro-êmbolo;
- c) Sistemas abertos: são sistemas em que há passagem de massa, calor e/ou trabalho através da fronteira. É comum referir-se à fronteira como volume de controle.



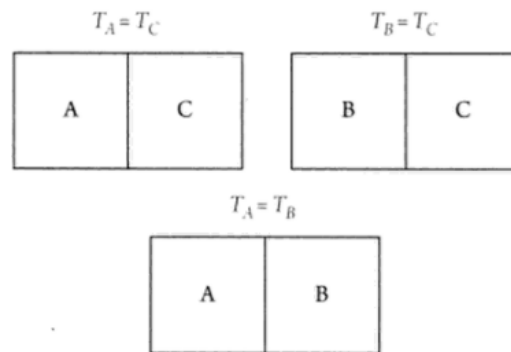
#### 4. TEMPERATURAS E ESCALAS

Ao começar o estudo de termodinâmica, é muito comum confundir calor e temperatura. Porém, com um conhecimento mais aprofundado sobre o tema, pode-se discernir que calor é a transferência de energia entre sistema e vizinha e a temperatura é uma propriedade da matéria que se relaciona com as percepções sensoriais de quente ou frio.

Existem escalas que auxiliam a medida de agitação molecular das moléculas. A escala do Sistema Internacional é o Celsius, sendo sua unidade o grau Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ). Baseada na escala Celsius, foi criada a escala Kelvin, onde a temperatura mínima é de 0 K. (AFONSO, 2012, p. 80).

Afonso (2012, p.80) afirma ainda que existe o conceito de Lei Zero, que determina que corpos em contato tendem a se equilibrar termicamente. Se dois corpos (A e B) entrarem em contato com um terceiro (C), eles possuem temperaturas iguais entre si, ou seja,  $T_A = T_B$  (figura 3).

Figura 3: Lei Zero da Termodinâmica  
Fonte: AFONSO, 2012, p. 78



#### 5. EQUAÇÃO BÁSICA DA ESTÁTICA PARA FLUIDOS

Para dar início à demonstração da equação básica da estática para fluidos, é preciso analisar a variação de  $\rho$  e ter em mente que, para gases, a massa específica do ar varia.

Segundo Wylen (2003, p.52) a expressão dos gases ideais é dada abaixo na Equação (1):

$$P = \rho \times R \times T \quad (1)$$

Onde:

P = pressão

$\rho$  = massa específica

R = constante dos gases

T = temperatura

Organização

Promoção



Pode-se reescrever a equação para gases ideais conforme se mostra na Equação (2):

$$\rho = \frac{P}{R \times T} \quad (2)$$

Pode-se assumir como premissa que a temperatura varia de acordo com a altura  $z$  de modo linear e inversamente proporcional (por exemplo, a temperatura em função da altitude na atmosfera). Desta forma, pode-se escrever a Equação (3):

Então,

$$T - T_0 = \alpha(z - z_0) \quad (3)$$

Onde:

$T$  = Temperatura

$\alpha$  = taxa de declínio da temperatura em função da altura

$z$  = altura em determinado ponto

Admitindo que  $z_0 = 0$  na Equação (4):

$$T = T_0 - \alpha \times z \quad (4)$$

Partindo do princípio da equação hidrostática e aplicando o conceito de derivada de uma função, chega-se a Equação (5):

$$\frac{dP}{dz} = -\rho \times g \quad (5)$$

E substituindo na Equação (1), é mostrado na Equação (6) que:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\rho \times g}{R \times (T_0 - \alpha \times z)}$$

$$dP = -\frac{\rho \times g}{R \times (T_0 - \alpha \times z)} dz \quad (6)$$

Aplicando o conceito de integral, chega-se na Equação (7):

Organização

Promoção



$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{g}{R} \int_{z_0}^z \frac{dz}{T_0 - \alpha \times z}$$

$$\ln \left| \frac{P}{P_0} \right| = \frac{g}{R \times \alpha} \ln(T_0 - \alpha \times z) \Big|_{z_0}^z$$

$$\ln P - \ln P_0 = \frac{g}{R \times \alpha} \times [\ln(T_0 - \alpha \times z) - \ln T_0]$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = \frac{g}{R \times \alpha} \times \ln \left( \frac{T_0 - \alpha \times z}{T_0} \right)$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = \ln \left( \frac{T_0 - \alpha \times z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \times \alpha}}$$

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{T_0 - \alpha \times z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \times \alpha}} \quad (7)$$

E finalmente, como evidenciado na Equação (4), pode-se fazer a substituição, obtendo o que se expressa em (8):

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \times \alpha}}$$

$$\boxed{P = P_0 \times \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g}{R \times \alpha}}} \quad (8)$$

Mediante o desenvolvimento da equação acima, nota-se que as definições de linearidade e de equação da reta, conhecimento das propriedades logarítmicas e a resolução de uma equação diferencial ordinária separável tornaram possível chegar a uma fórmula que calcula a variação de pressão em um gás cuja temperatura varia linearmente com a elevação.

Deve ser ressaltado que este estudo mostra que a aplicação de uma EDO - Equação Diferencial Ordinária -, proveniente do cálculo e aprendida de sua forma mais pura nas aulas de cálculo II, é a base da resolução de problemas de disciplinas específicas. Por esse motivo, acredita-se que as aulas de cálculo podem conter, como motivação para o aluno, a apresentação de possíveis aplicações em matérias do ciclo profissional da engenharia.



Pode-se ressaltar que os alunos que estão realizando a disciplina de cálculo já resolvem esse tipo de EDO com todas os conceitos matemáticos envolvidos nesse problema apresentado, porém, a diferença é que os mesmos resolvem utilizando variáveis como  $x$  e  $y$ , sendo que a solução da EDO que resolvem se limita ao resultado de uma equação e não a solução de uma situação problema.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando as informações expressadas anteriormente, fica claro, por fim, que o cálculo é a ferramenta decisiva para a dedução de fórmulas que facilitam o aprendizado de disciplinas que exigem a dedicação dos estudantes de engenharia. Esses conteúdos possibilitam que o aluno possa se torna um profissional mais capacitado e com grande conhecimento para o mercado de trabalho, à medida que consegue fazer analogias e generalizações em distintas áreas a partir de um mesmo recurso: as equações diferenciais.

Logo, fica evidente que é possível utilizar a disciplina de cálculo I para introduzir conceitos teóricos que serão utilizados em outras disciplinas da engenharia mostrando um grande potencial de interdisciplinaridade.

### *Agradecimentos*

Agradecemos primeiramente a Deus por ter nos abençoado e nos dado forças para superar todas as dificuldades. À nossa orientadora Marília Rios e ao nosso co-orientador Washington Lemos, pelo tempo dedicado e por nos ajudar durante o processo de elaboração deste artigo. À Faculdade de Engenharia de Resende que nos proporcionou as ferramentas necessárias para que possamos constantemente alcançar nossos objetivos. Por fim, a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste artigo, de forma direta ou indireta, deixamos aqui o nosso muito obrigado!

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFONSO, Clito. **Termodinâmica para Engenharia**. Porto: FEUP, v.1, n.1, p. 55-86, 2012.
- BRUNETTI, Franco. **Mecânica dos fluidos / Franco Brunetti**. – 2.ed.rev. – São Paulo: Pearson Prentice Hall, p.1 e 2, 2008.
- WYLEN, Van; SONNTAG, Borgnakke. **Fundamentos da termodinâmica**. Ed. Blücher, p. 28, 2003.

## FLUIDS, THERMAL SYSTEMS AND THEIR APPLICATION TO THE METHODOLOGY OF ACADEMIC EDUCATION

**Abstract:** *This article presents the contextualization of the differential and integral calculus I and II that together allow the definition of the basic equation of fluid static. The purpose is to demonstrate the importance of the basic static equation for gases using the knowledge acquired in the mathematics disciplines of the engineering course. To do this, one must learn the concepts*

Organização



Promoção



Joinville/SC – 26 a 29 de Setembro de 2017  
UDESC/UNISOCIESC  
“Inovação no Ensino/Aprendizagem em  
Engenharia”



**COBENGE 2017**  
XLV CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA

*related to transport phenomena, fluid mechanics, thermodynamic systems and temperature, aiming at a better understanding of the content. It should be emphasized that this study shows that the application of an Ordinary Differential Equation, derived from the calculation and learned in its purest form in Calculus II classes, is the basis of the problem solving of specific disciplines. For this reason, it is believed that the calculation classes can contain, as a motivation for the student, the presentation of possible applications in subjects of the professional cycle of engineering. In this way, the student will be able to develop skills to solve problems of such disciplines.*

**Keywords:** *Fluids. Thermodynamic Systems. Temperature. Transport Phenomena. Applied Mathematics.*

Organização



Promoção

