



CINEMÁTICA DIRETA E INVERSA DE ROBÔS INDUSTRIAIS: METODOLOGIA DE ENSINO EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O CASO DE UM ROBÔ ANTROPOMÓRFICO

Roberta Goergen – betinhamtm@gmail.com

Antonio Carlos Valdiero – valdiero@unijui.edu.br

Luiz Antonio Rasia – rasia@unijui.edu.br

Carla Luiza Rannov – carlaluiza96@hotmail.com

Marcia Regina Maboni Hoppen Porsch – marcia_porsch@hotmail.com

Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI),

Av. Rudi Franke, 540 – Caixa Postal 121

CEP 98280-000 – Panambi – RS

Resumo: Um robô é um manipulador, reprogramável e projetado para deslocar materiais, partes, ferramentas, ou dispositivos, através de movimentos variáveis programados para o desempenho de uma variedade de tarefas. Este trabalho aborda a modelagem matemática da cinemática direta e inversa de um robô antropomórfico com três graus de liberdade. Neste estudo o robô apresenta três juntas de rotação, o qual possibilita a movimentação em um plano tridimensional. Objetivando uma melhor compreensão do manipulador foi construída uma maquete de baixo custo, onde foram pintados de cores diferentes os elos, afim de facilitar o entendimento das posições e o espaço de trabalho do efetuador final. Conclui-se que o presente trabalho pode servir didaticamente como exemplo para estudos de cinemática, fundamentais no ensino de robótica, além de ter contribuído para a fixação dos conhecimentos e habilidades. Assim, verificando a necessidade do conhecimento prévio sobre modelagem cinemática de robô industrial, pois a partir dela é possível saber qual será a posição do efetuador final bem como definir quanto será a contribuição de cada junta para a velocidade do mesmo.

Palavras-chave: Cinemática, Robôs Industriais, Modelagem Matemática

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho trata da importância do desenvolvimento de objetos educacionais como ferramenta facilitadora na aprendizagem de robótica, tanto em cursos de graduação como de pós-graduação, e para isto apresenta uma proposta metodológica voltada para o estudo de caso de um robô antropomórfico. Vários pesquisadores (Carvalho *et al.*; 2013; Malmonge *et al.*; 2013; Silva *et al.*, 2013; Neto *et al.*, 2013) apresentam os resultados positivos da pesquisa e do desenvolvimento de ações metodológicas para facilitar a aprendizagem e despertar o interesse de estudantes na área de robótica.

Carvalho *et al.* (2013) apresentam o projeto ROBOCETi na área de robótica educativa, tendo como objetivos a capacitação de professores da Rede Federal de Educação Profissional e tecnológica, a motivação de alunos em optar por carreiras ligadas à engenharia e tecnologia.

Malmonge *et al.* (2013) propõem desenvolver atividades utilizando o kit de robótica Lego Mindstorms com o objetivo de fortalecer, de maneira satisfatória, os conceitos básicos

Organização



UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA



Promoção





dos alunos de ensino médio e dos alunos de graduação da UFABC sobre a matriz interdisciplinar dos cursos de Engenharia da UFABC e aspectos práticos e teóricos da Mecânica Geral e Aplicada.

Silva *et al.* (2013) apresentam a modelagem cinemática de um braço robótico Fanuc LR Mate 200iC e a simulação do movimento utilizando o software MatLab com o Robotics Toolbox v8 com o objetivo de virtualizar o robô e gerar trajetórias no espaço cartesiano, possibilitando aos alunos visualizar a aplicação dos conhecimentos referentes à cinemática na robótica e com isso obter um maior entendimento sobre estes conceitos.

Neto *et al.* (2013) propõem a criação de uma ferramenta composta de um manipulador robótico e por um ambiente de programação, controle e simulação para ensino de robótica.

A maioria destes autores se utiliza de kits de robótica comerciais e de custo nem sempre acessível. Tal fato foi a principal motivação para a realização deste trabalho, onde se propõe uma metodologia passo a passo que se utiliza de materiais simples e baratos a partir de madeira, arame, tinta e ferramentas convencionais, e se desenvolve a partir dos conceitos e fundamentos da robótica, tal como se descreve na sequência.

De acordo com a ISO 8373 (1994), que trata sobre manipuladores industriais, robô é um "Manipulador controlado automaticamente, reprogramável, multifunção e programável em três ou mais eixos, podendo ser fixo ou móvel, para uso em aplicações industriais automatizadas". Assim deve ser um equipamento, cujos movimentos ou funções auxiliares podem ser modificados sem alterações físicas e capaz de ser adaptado a diferentes aplicações.

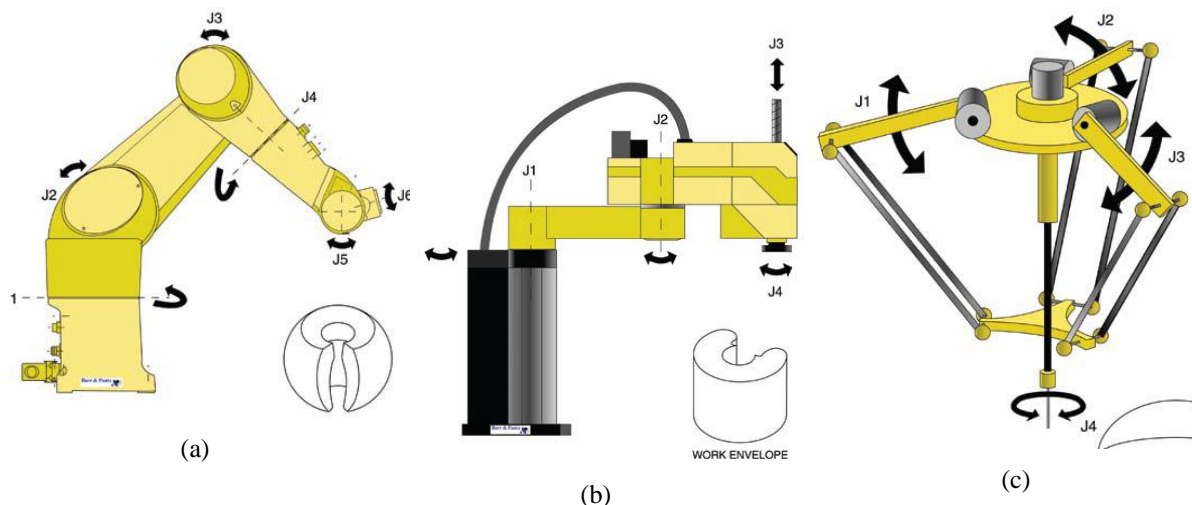
A utilização de manipuladores robóticos está diretamente associada às melhores condições de trabalho do ser humano, redução de custos de mercadorias fabricadas, além de garantir maior agilidade nos processos. A mecanização encontra-se cada vez mais presente, observa-se que o braço robótico tem grande potencial de aplicações nas indústrias (BEHNEN, 2012) e em equipamentos agrícolas e agroflorestais para manuseio de peças ou posicionamento de ferramentas (DANDAN *et al.*, 2013).

Quanto às diferenças anatômicas os manipuladores robóticos podem apresentar diferentes anatomias em relação à cadeia cinemática, conforme descrito por Paatz (2008) e mostrado na Figura 1. Em ambas as estruturas de manipuladores robóticos, têm-se algumas juntas rotativas que precisam ser acionadas por motores. Existem disponíveis no mercado diferentes tipos de robôs, onde estes podem ser classificados quanto a seu tipo de estrutura cinemática serial em cartesiano, robô de estrutura cilíndrica, esférica e robô articulado (SCARA ou antropomórfico).

A modelagem matemática de robô permite descrever e prever o comportamento dinâmico e estático e as características mecânicas do robô em estudo. A partir da cinemática do manipulador de dois graus de liberdade e de acionamento pneumático podemos descrever e prever o comportamento do efetuador final. A cinemática como uma ciência que trata os movimentos sem considerar as forças que os causam. Dentro da cinemática, estuda-se a posição, a velocidade, a aceleração e as demais derivadas de ordem superior das variáveis de posição (BEHNEN, 2005).



Figura 1 -Tipos de estruturas de robôs industriais: a) robô articulado, b) robô SCARA, c) robô cartesiano.



Fonte: Adaptado de Paatz (2008).

Este trabalho descreve a metodologia utilizada no ensino da cinemática de robôs industriais, sendo objeto deste estudo o robô do tipo antropomórfico, com três graus de liberdade. Está distribuído em seções, sendo a primeira seção apresenta uma breve introdução onde se descreve os robôs industriais a serem modelado bem como apresenta os objetivos e metas. Na seção 2 tem-se a metodologia de ensino da modelagem cinemática direta e inversa do robô antropomórfico, na seção 3 estão os Resultados e na seção 6 apresentam-se as considerações finais do trabalho.

2 METODOLOGIA

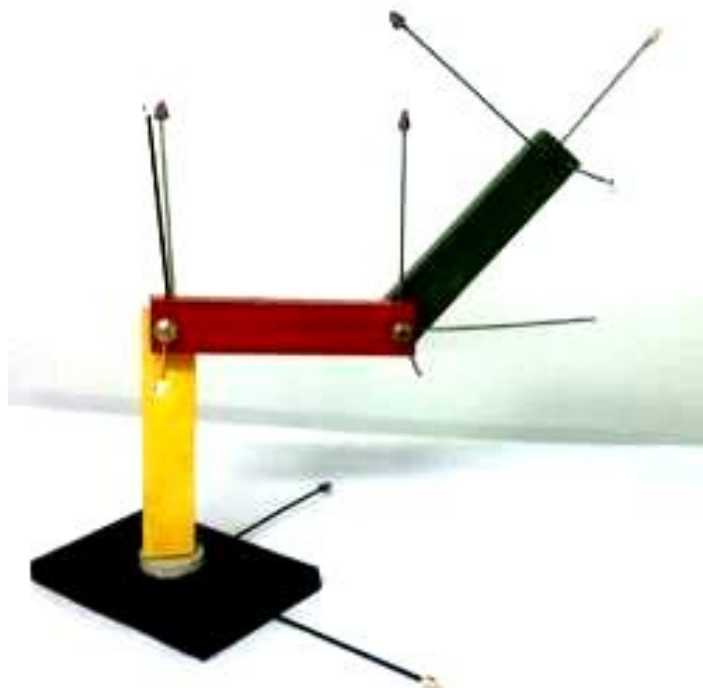
Nesta seção é abordado o processo que descreve a metodologia de ensino na modelagem matemática da cinemática de robôs em um sistema de equações que proporcionam estabelecer uma relação entre as variáveis de junta do manipulador com a posição e orientação da ferramenta, em relação ao sistema de coordenadas da base zero, que é a única base fixa do robô.

A metodologia utilizada para modelagem cinemática do robô antropomórfico segue a convenção de Denavit-Hartenberg (SCIAVICCO e SICILIANO, 1996), cujos resultados do equacionamento e do passo da cinemática direta e inversa são apresentados na seção dos resultados.

As maquetes físicas, em escala reduzida, e eletrônicas foram construídas usando a distinção de cores entre os elos para cada robô (conforme mostrado nas figuras 2 e 3), uma vez que facilita a compreensão do movimento e a modelagem de cada elo do manipulador robótico. O uso das maquetes tem o objetivo de facilitar o entendimento dos graus de liberdade, tipo de movimento, tipos de juntas, definição dos sistemas de referência e verificação do resultado da modelagem dos principais tipos de estruturas cinemáticas de robôs industriais. Para facilitar o processo de ensino-aprendizagem, foi utilizada uma maquete de um conjunto didático com cores distintas para os diferentes elos e sistemas de coordenadas, como ilustra a Figura 2.



Figura 2 – Maquete didática do manipulador robótico do tipo antropomórfico com a identificação dos elos e das juntas por cores.



Fonte: Próprio autor

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

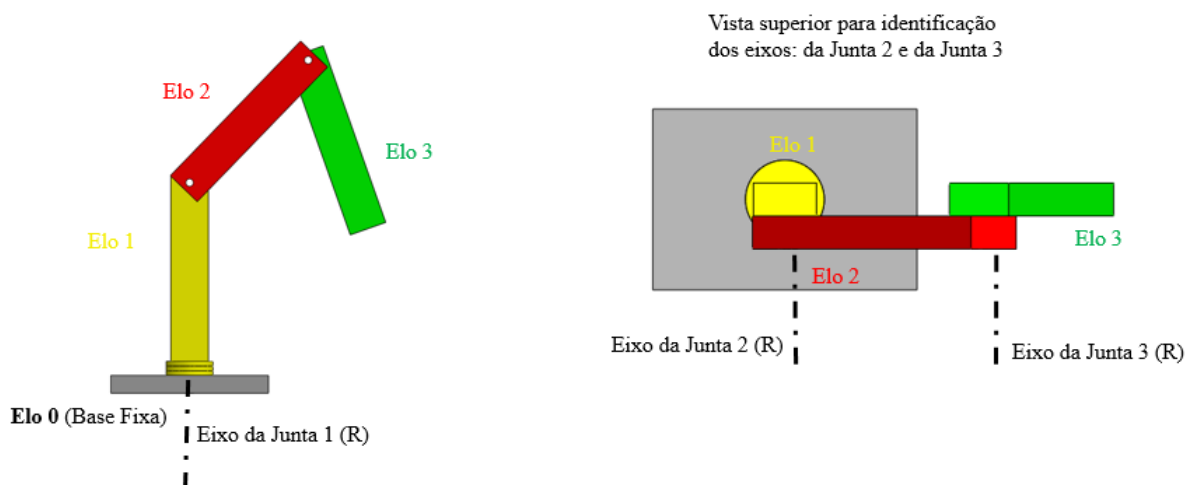
Esta seção descreve os resultados da cinemática de um robô antropomórfico com três juntas rotativas (R), podendo ser codificado por RRR. Este tipo de robô é usualmente utilizado para montagens, embalagens, entre outros, além de possuir o melhor custo/desempenho na empresa. Cada uma das subseções descreve o resultado de uma etapa da modelagem, fazendo-se uso da maquete eletrônica para ilustração dos procedimentos de modelagem e documentação. Mas destaca-se a importância da maquete física (Figura 2) para manuseio do estudante e melhor visualização e compreensão das etapas.

3.1 Identificação do robô tipo antropomórfico

A primeira etapa é a compreensão e visualização dos movimentos do robô com a indicação de seus elos e das juntas que os interligam. É muito importante identificar a direção do eixo de cada junta que liga o elo ao elo anterior. Na extremidade do último elo tem-se o chamado efetuador final que pode ser uma garra robótica ou uma ferramenta de trabalho que depende da tarefa a ser realizada (manuseio de peças, montagem, soldagem, pintura, entre outras possíveis de programação). A Figura 3 ilustra de forma didática a estrutura do robô antropomórfico, em que consideramos o elo 0 como sendo um elo fixo (base).



Figura 3 - Identificação dos elos e das juntas do manipulador.



Fonte: Próprio autor

3.2 Modelagem Cinemática Direta

Para que seja possível a obtenção das equações que definam a cinemática direta que descrevam o comportamento do robô analisado, inicialmente deve ser encontrada a matriz de transformação homogênea total. Para tal, segundo o que sugere a convenção de D-H, primeiramente deve ser observada a identificação dos elos e das juntas do robô estudado, visando uma melhor compreensão do sistema a ser analisado.

Conforme Rosário (2005) com respeito ao sistema de referência, diz-se que um sistema articular pode ser representado matematicamente por n corpos móveis C_i , com $i=1, 2, \dots, n$, e por um corpo C_0 fixo, interligado por n articulações, formando uma estrutura em cadeias, e para representa-las é necessário fixar a cada elemento C , um referencial R , podendo relacionar com o seu anterior. Behnen (2005) relata que para descrever a posição e a orientação de um corpo no espaço, é necessário fixar um sistema de coordenadas para esse corpo.

O segundo passo consiste na definição dos sistemas de coordenadas de referência dos elos, de acordo com a convenção de Denavit-Hartenberg (D-H), (SCIATICCO & SICILIANO, 1996). Para realização deste passo, devemos observar o seguinte.

1. Identificar e sinalizar no robô estudado o eixo Z_{i-1} no eixo da junta i ;
2. Identificar e sinalizar no robô estudado o eixo X_i na normal comum entre os eixos Z_{i-1} e Z_i , sendo que o mesmo tem sentido de Z_{i-1} para Z_i ;
3. Identificar e sinalizar no robô estudado o eixo Y_i através da regra da mão direita em cada eixo i .

O modelo D-H é uma forma muito simples de modelagem de elos e articulações robóticas que pode ser usada para qualquer configuração de robô, independentemente de sua sequência ou complexidade (Niku, 2013). A representação D-H de um elo rígido depende de quatro parâmetros a ele associados, os quais descrevem completamente o comportamento cinemático de uma junta prismática ou revoluta (Rosário, 2005). Estes parâmetros especificam a posição e orientação do sistema de referência “ i ” em relação ao sistema de referência “ $i-1$ ”, no qual relaciona os valores de a_i , θ_i , α_i e d_i que possuem as seguintes definições:

- a_i : é a distância entre os eixos Z_{i-1} e Z_i ;



- θ_i : é o ângulo entre os eixos X_{i-1} e X_i em torno do eixo Z_{i-1} . Quando se tem junta rotativa, θ_i será variável, e quando tem-se junta prismática, θ_i será constante;
- α_i : é o ângulo entre os eixos Z_{i-1} e Z_i em torno do eixo X_i ;
- d_i : é a coordenada ao longo do eixo Z_{i-1} , no qual representa a posição de X_i em relação à X_{i-1} .

Na Figura 4, indicam-se os parâmetros de D-H para o robô antropomórfico de acordo com os valores e especificações técnicas apresentados na Tabela 1.

Figura 4 – Parâmetros de D-H para robô antropomórfico.

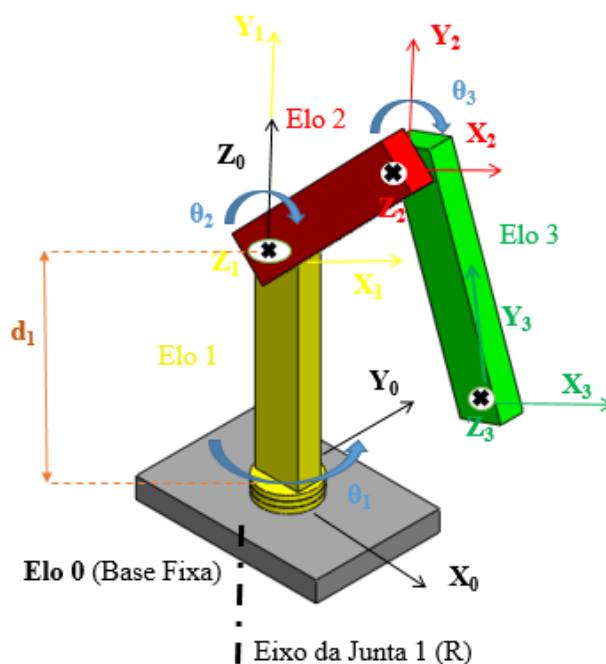


Tabela 1 – Parâmetros de D-H para o robô antropomórfico.

Elo i	θ_i	a_i	α_i	d_i
Elo 1	θ_1	0	d_1	$\frac{\pi}{2}$
Elo 2	θ_2	a_2	0,01	0
Elo 3	θ_3	a_3	-0,01	0

É importante ressaltar que como se trata de um robô com todas as juntas rotativas, o parâmetro variável do sistema vai ser o θ_i .

Um dos grandes problemas em um mecanismo robótico está em descrever corretamente a localização espacial do efetuador fina em relação ao sistema de referência de coordenadas, localizado em sua base, além de descrever com orientação o efetuador final se



encontra. Dessa forma, uma matriz de transformação homogenia pode fornecer a posição e a orientação de um ponto no espaço a partir de uma referência conhecida.

Na modelagem da cinemática direta do robô prismático usou-se da convenção de Denavit-Hartenberg (D-H), que integra, a definição de sistemas coordenador em cada elo do robô, e sua relação posterior com matrizes homogêneas a qual relaciona o movimento de um elo i em relação ao anterior $i-1$, (ROMANO, 2002), conforme a Equação (1).

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i \cdot c\alpha_i & s\theta_i \cdot s\alpha_i & a_i \cdot c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i \cdot c\alpha_i & -c\theta_i \cdot s\alpha_i & a_i \cdot s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dessa forma, realizando o produto à esquerda entre as matrizes resulta na matriz de transformação homogênea como mostra a Equação (2) que relaciona o sistema de referência do efetuador final ao sistema da base para o robô.

$$T_3^0 = A_1^0 \cdot A_2^1 \cdot A_3^2 \quad (2)$$

Assim para encontrar a matriz homogênea do robô antropomórfico é necessário realizar a multiplicação à esquerda das matrizes homogêneas que relaciona o movimento de cada elo com seu anterior, como mostra a Equação (3).

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2 \cdot s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_3 \cdot c\theta_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & a_3 \cdot s\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & -0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Chegando-se na Equação (4),

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 \cdot c\theta_{23} & -c\theta_1 \cdot s\theta_{23} & s\theta_1 & a_3 \cdot c\theta_1 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_1 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_1 \cdot c\theta_{23} & -s\theta_1 \cdot s\theta_{23} & -c\theta_1 & a_3 \cdot s\theta_1 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_2 \cdot s\theta_1 \\ s\theta_{23} & c\theta_{23} & 0 & a_3 \cdot s\theta_{23} + a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Assim, o vetor representado pela Equação (5) indica a orientação do efetuador final em relação à base fixa.

$$\vec{P}_3^0 = \begin{bmatrix} X_{ef} \\ Y_{ef} \\ Z_{ef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_1 (a_3 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_2) \\ s\theta_1 (a_3 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_2) \\ a_3 \cdot s\theta_{23} + a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3.2 Modelagem Cinemática Inversa

A cinemática inversa é a solução do modelo matemático da cinemática do robô para determinar valores necessários de juntas para mover a ferramenta para um alvo desejado no espaço. Dessa forma para o robô antropomórfico, o problema da cinemática inversa não é tarefa facilmente calculada. Assim a partir do vetor da Equação (5) estabelece-se as relações representadas pelas Equações (6), (7) e (8).



$$x_{ef} = c\theta_1(a_3 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_2) \quad (6)$$

$$y_{ef} = s\theta_1(a_3 \cdot c\theta_{23} + a_2 \cdot c\theta_2) \quad (7)$$

$$z_{ef} = a_3 \cdot s\theta_{23} + a_2 \cdot s\theta_2 + d_1 \quad (8)$$

Portanto, com a cinemática inversa é possível calcular os ângulos das juntas a partir da posição e orientação do mesmo efetuador final,

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{x_{ef}}{y_{ef}}\right) \quad (9)$$

$$\theta_2 = \pm \arcsen\left(\frac{z_{ef}(a_3 c\theta_3 + a_2) - a_3 \cdot s\theta_3 \sqrt{x_{ef}^2 + y_{ef}^2} + d_1(a_3 c\theta_3 + a_2)}{x_{ef}^2 + y_{ef}^2 + z_{ef}^2}\right) \quad (10)$$

$$\theta_3 = \pm \arccos \frac{(x_{ef})^2 + (y_{ef})^2 + (z_{ef} - d_1)^2 - a_3^2 - a_2^2}{2a_3 \cdot a_2} \quad (11)$$

4. CONCLUSÕES

A partir da determinação dos sistemas de referência de cada elo, foram identificados os parâmetros Denavit-Hartenberg (D-H) para o robô antropomórfico e através da matriz homogênea, chegou-se as equações que descrevem a posição e a orientação do efetuador final, dadas as variáveis de junta, assim como seu inverso.

A contribuição deste trabalho está na utilização de material didático no ensino da Cinemática de Robôs Industriais em forma de material concreto para manipulação dos alunos formando uma metodologia de ensino em modelagem matemática apropriada.

Conclui-se que a modelagem de robôs industriais é muito importante, pois dessa forma consegue-se definir a posição e orientação do efetuador final, conhecendo-se os ângulos de junta, muito importante no planejamento de trajetórias e controle de posição de robôs industriais. Além disso, o uso de um kit didático pode auxiliar o estudante em cada passo da formulação matemática.

Agradecimentos

Os autores são agradecidos à FAPERGS, CNPq e UNIJUÍ pelas bolsas de iniciação científica e desenvolvimento tecnológico, e ao FINEP pelo apoio na complementação do Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS), por meio da Chamada Pública MCTI/FINEP/CT-INFRA - PROINFRA - 02/2014 - Equipamentos Multiusuários, Ref.: 0141/16 (Protocolo Eletrônico: 124), com a liberação de recursos para compra de equipamentos para construção de protótipos para pesquisas de mestrado e doutorado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEHNEN, V. L.; GOERGEN, R.; RITTER, D.; ALVES, M. R.; RASIA, L. A.; VALDIERO, A. C. **Estudo dos tipos de estruturas mecânicas de robôs e suas aplicações**. Anais: IX

Organização



UDESC
 UNIVERSIDADE
 DO ESTADO DE
 SANTA CATARINA



Promoção





Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2016, FORTALEZA. Anais do CONEM 2016.

CARVALHO, A. S. *et al.* Robótica educativa como motivação ao ingresso em carreiras de engenharia e tecnologia: o projeto ROBOCETi. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 41. Gramado. **Anais...** Gramado: UFRGS, 2013.

DANDAN, K., ANANIEV, A., KALAYKOV, I., **SIRO: The silos surface cleaning robot concept**, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), Takamatsu, Japan, pp. 657-661. , 2013.

FIORI, A. **Modelagem matemática da dinâmica de uma transmissão mecânica do tipo fuso de esferas de um robô gantry**. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática)-UNIJUI. Ijuí, 2015.

MALMONGE, S. M. *et al.* Uma proposta de laboratório de ensino interdisciplinar na UFABC e a inserção da mecânica aplicada no ensino médio. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 41. Gramado. **Anais...** Gramado: UFRGS, 2013.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION. **ISO 8373: Robots and robotic devices - Vocabulary**. [S.I.], 1994.

KUNZ, G. O. **Desenvolvimento de um Sistema de Controle em Tempo Real para um Servoposicionador Pneumático**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre – RS, 2006.

NETO, G. F. *et al.* Desenvolvimento de uma ferramenta didática para o ensino de robótica industrial em cursos de graduação em engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 41. Gramado. **Anais...** Gramado: UFRGS, 2013.

NIKU, S. B. **Introdução à Robótica: Análise, Controle, Aplicações**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013

OGATA, k. **Engenharia de Controle Moderno**. [S.I.]: Prentice Hall do Brasil LTDA, Rio de Janeiro, RJ, 1998.

PAATZ, S. **Anatomy of a Robot. Engineering & Technology**, pp. 42-44, 2008.

ROMANO, V. F. (Ed.). **Robótica industrial: aplicação na indústria de manufatura e de processos**. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

ROSÁRIO, J. M.. **Princípios de Mecatrônica**. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

SARMANHO Jr., C. A. C., **Aplicação do Algoritmo de Gain Schedule Baseado na Estimativa de Massa no Controle do Sistema de Freios do Aeromóvel**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). UFRGS – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Porto Alegre – RS, 2009.

SANTOS, C. da S. dos. **Modelagem matemática de um robô pneumático com dois graus de liberdade**. 2014, 105f. Dissertação (Mestrado Modelagem Matemática) UNIJUI, Ijuí-RS, 2014.

SCIAVICCO, L SICILIANO, B., **Modeling and control of robot manipulators**, McGraw-Hill, Naples, Italy, 1996.

SILVA, S. R. X. *et al.* Modelagem matemática da cinemática inversa do robô Fanuc LR Mate 200iC com simulação no MATLAB. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 41. Gramado. **Anais**. Gramado: UFRGS, 2013.



DIRECT AND REVERSE KINEMATICS OF INDUSTRIAL ROBOTS: METHODOLOGY OF TEACHING IN MATHEMATICAL MODELING FOR THE CASE OF AN ANTHROPOMORPHIC ROBOT

Abstract: *A robot is a manipulator, reprogrammable and designed to move materials, parts, tools, or devices through variable movements programmed to perform a variety of tasks. This work deals with the mathematical modeling of the direct and inverse kinematics of an anthropomorphic robot with three degrees of freedom. In this study the robot has three joints of rotation, which allows the movement in a three-dimensional plane. In order to better understand the manipulator, a low cost model was constructed, where the links were painted in different colors, in order to facilitate the understanding of the positions and the work space of the final effector. It is concluded that the present work can serve as an example for studies of kinematics, fundamental in the teaching of robotics, besides contributing to the fixation of knowledge and skills. Thus, we verified the need for previous knowledge about kinematic modeling of industrial robot, since from it it is possible to know the position of the final effector as well as to define how much will be the contribution of each joint to the speed of the same.*

Key-words: *Kinematics, Industrial robots, Mathematical modeling*