



DESENVOLVIMENTO DO PROCEDIMENTO DIDÁTICO PARA DETERMINAÇÃO DA LINHA DE INFLUÊNCIA EM PONTES POR MÉTODO ANALÍTICO, NUMÉRICO E COMPUTACIONAL

Andressa Lena Mota Palhano – andressapalhano@edu.unifor.br
Universidade de Fortaleza
Av. Washington Soares, 1321, Edson Queiroz
60.811-905 – Fortaleza - Ceará

Eduardo César Cordeiro Leite – eduardo.leite@unifor.br

Elaine Cristina Rodrigues Ponte – elaineponte@unifor.br

Resumo: *O presente estudo, teve como objetivo analisar o desempenho de graduandos da Universidade de Fortaleza (UNIFOR) na cadeira de Pontes, quando aplicado a metodologia tradicional, exposição de métodos analíticos, em conjunto com a aplicação de métodos numéricos e computacionais na análise da distribuição de cargas em longarinas. O método analítico utilizado é o de Engesser-Courbon, no qual foi desenvolvido em 1940 e utilizado em várias estruturas, o mesmo baseia-se pela premissa de ser aplicado em pontes com estruturas grelhadas. O processo de cálculo consiste na análise de vários casos e foi utilizado como modelo computacional na comparação, o software Robot Structural Analysis, da Autodesk, em que se faz uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), o programa foi escolhido devido ser gratuito para estudantes, assim, facilitando o acesso dos alunos ao software. Os resultados obtidos entre os dois métodos, para todas as situações analisadas, foram apresentados em forma de tabelas. Com base nos resultados encontrados, observou-se que os valores dos dois métodos são próximos, em que o método de Courbon preza pela segurança nas longarinas próximas a aplicação das cargas. Em relação ao rendimento dos alunos, foi notório a melhora no desempenho da disciplina em relação aos alunos do semestre anterior, pois eles tiveram uma melhor visualização do problema, conseguindo ter uma melhor interpretação dos resultados obtidos, além disso, conseguiram um maior aprofundamento nos conhecimentos dos métodos numéricos, que ainda são poucos difundidos no meio acadêmico.*

Palavras-chave: *Engesser-Courbon, Método dos Elementos Finitos, Longarinas, Transversinas, Distribuição de cargas.*

1 INTRODUÇÃO

No dia-a-dia da carreira acadêmica, são apresentadas aulas em que se aplicam diversas metodologias, porém, na maioria dessas aulas, são utilizados apenas métodos analíticos, sendo pouco explicado os métodos numéricos e, principalmente, os métodos computacionais. Na área de estruturas, sabe-se que existem diversos *softwares* que auxiliam os engenheiros no cotidiano, assim, também sendo importante a aplicação dessa metodologia dentro das Universidades. Os métodos computacionais, fazem uma análise do desempenho mais próximo



do real da estrutura e permitem melhor visualização dos elementos, desta forma, ajudando os alunos na fácil compreensão do comportamento da estrutura.

Foi realizado o trabalho com alunos da disciplina de Pontes em Concreto Armado, do curso de Engenharia Civil, da Universidade de Fortaleza, na qual consta em ementa dimensionamento de vigas principais e é ministrado cálculo de laje tabuleiro com duas vigas longarinas. A aplicação deste estudo, tem como objetivo apresentar a comparação entre um método analítico e um método numérico, facilitando o entendimento dos alunos para o cálculo da linha de influência em pontes, além de apresentar o comportamento da estrutura quando se tem mais de duas longarinas, tendo em vista que no dia-a-dia, está cada vez mais presente estruturas com diversas longarinas e poucas transversinas.

O método analítico escolhido, foi o Método de Engesser-Courbon, no qual é aplicado para estruturas em grelhas e utilizado para comparação, o *software Robot Structural Analysis*, da Autodesk, tendo em vista ser um programa gratuito para estudantes. Tal programa, faz uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), em que consiste em um método numérico de grande utilidade.

2 METODOLOGIA

Segundo Ferraz (1951), um dos primeiros estudos sobre grelhas, foi realizado em 1893, por Zchestzche, utilizando “método das forças” e tratando como incógnitas todas as reações nos nós das vigas, porém, não obteve êxito. Já em 1940, Courbon analisou o comportamento estático das vigas longarinas, devido a rigidez infinita das transversinas, desprezando assim, o efeito de torção, seu estudo foi complementado por Engesser, dando origem ao Método de Engesser-Courbon.

2.1 Método de Engesser-Courbon

O método tem como base o uso de grelhas para determinação, de forma aproximada, da distribuição de cargas em tabuleiro de pontes com vigas múltiplas. Para obtenção de resultados satisfatórios no método, considera-se que o tabuleiro seja transversalmente rígido, ou seja, o vão da ponte (l) deve ser superior a duas vezes sua largura (b), a espessura das longarinas e da laje devem ser pequenas e a altura das transversinas da mesma ordem de grandeza das longarinas. Com base nas hipóteses simplificadoras, as transversinas são consideradas como barras rígidas, portanto, tendo seu eixo reto inicialmente, após a deformação, permanecerá reto.

A deformação inicial da peça (δ_i) é calculada através da parcela de carga de cada longarina (q_i), dividida pelo momento de inércia (I_i) e módulo de elasticidade (E), multiplicados por uma constante de proporcionalidade β , como mostrado na Equação (1).

$$\delta_i = \beta * \frac{q_i}{EI_i} \quad (1)$$

Através da deformação inicial, apresentada na Equação (1), calcula-se os esforços quando a carga estiver aplicada fora do centro de elasticidade da peça. Tais esforços, é o somatório de duas parcelas, onde, a primeira parcela (q_i') é referente a carga aplicada no centro elástico (c.e.), já a segunda parcela (q_i''), é a carga multiplicada por sua excentricidade, no qual irá gerar uma rotação em relação ao eixo da peça.

Para primeira parcela de carga, tem-se que no c.e. as deformações da peça serão constantes, assim, considera-se o módulo de elasticidade, momento de inércia e a constante β



iguais para todas as vigas, Equação (2). Obtendo, assim, a primeira parcela de distribuição de cargas, Equação (3), onde P é a carga aplicada sobre a peça.

$$\frac{q_1}{I_1} = \frac{q_i'}{I_i} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \quad (2)$$

$$q_i' = \frac{P * I_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \quad (3)$$

A segunda parcela é referente ao momento gerado devido a excentricidade (e) da carga aplicada na transversina. Através da proporcionalidade das deformações com as distâncias de cada longarina ao c.e. (x_i) e da Equação (2), obtêm-se a Equação (4).

$$q_i'' = \frac{I_i * x_i * q_1''}{I_1 * x_1} \quad (4)$$

Com base nos princípios da estática, onde $\sum M_{CE} = 0$, tem-se a Equação (5):

$$\sum_{i=1}^n q_i'' * x_i = P * e \quad (5)$$

Substituindo a Equação (4) na Equação (5) e generalizando, encontramos a segunda parcela de carga (q_i''), referente ao esforço gerado quando a carga aplicada na transversina estiver fora do centro elástico, Equação (6).

$$q_i'' = \frac{P * e * I_i * x_i}{\sum_{i=1}^n I_i * x_i^2} \quad (6)$$

Somando-se as duas parcelas de carga e considerando que as vigas longitudinais estão igualmente espaçadas, temos o mesmo momento de inércia, obtendo a Equação (7).

$$q_i = P * \left(\frac{1}{n} + \frac{e * x_i}{\sum x_i^2} \right) \quad (7)$$

Portanto, a distribuição de cargas nas longarinas pelo método de Engesser-Courbon, dependerá do número total de longarinas (n), da excentricidade da carga (e), da distância de cada longarina ao c.e. (x_i) e da carga (P) aplicada sobre a peça.

2.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico no qual é realizada uma resolução aproximada das equações diferenciais parciais, trazendo resultados mais próximos dos reais. O mesmo, baseia-se na ideia de discretização de um elemento contínuo em um número finitos de partes; cada elemento formado é interligado por nós, assim, gerando o que chamamos de malha. Devido as cargas, os nós da malha sofrem deslocamentos, possibilitando os *softwares* de encontrarem as tensões e deformações da peça. A malha pode ser formada por



elementos retangulares, triangulares, hexaedros, entre outros, depende da geometria do objeto analisado. É possível, também, ser feita o refinamento da malha, melhorando os resultados na área aplicada.

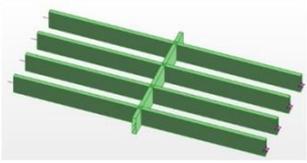
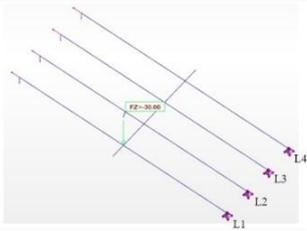
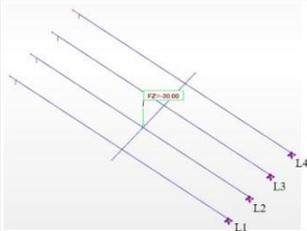
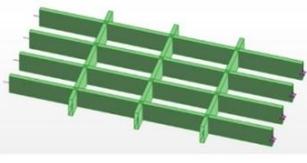
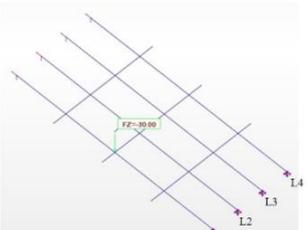
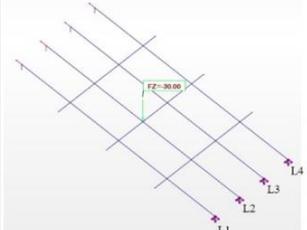
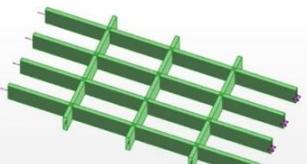
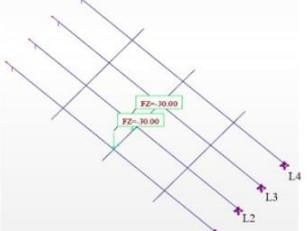
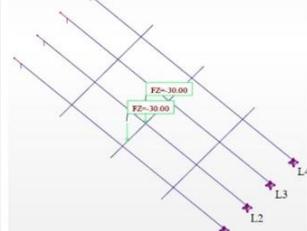
O *software* de elementos finitos escolhido, como já apresentado, foi o *Robot Structural Analysis*, da Autodesk. Em sua interface inicial, é possível escolher qual tipo de projeto será utilizado; entre as opções, temos, projetos de placa, casca, estado plano de tensão, entre outros. Ele nos permite ainda, fazer alteração na malha, escolher o método de criação da mesma, podendo ser Coons ou Delaunay e realizar refinamento.

O programa possui uma biblioteca própria contendo propriedades de materiais para aço, concreto, madeira e outros. No estudo, foi utilizado concreto de Classe C25, com Módulo de Elasticidade igual a 24 GPa, Módulo de Cisalhamento de 10 GPa e Coeficiente de Poisson de 0,2, conforme a NBR 6118:14. Como método de discretização da malha, foi utilizado “Coons”, no qual consiste da divisão da estrutura em elementos triangulares e quadriláteros, de modo que lados opostos sejam divididos no mesmo número de elementos.

3 ESTUDO DE CASO E RESULTADOS

Inicialmente, foram realizados três tipos de casos de verificação, a fim de conhecer como o programa se comporta em relação ao método analítico estudado. Para tais modelos, foram utilizados apenas cargas pontuais, de 30 kN. As longarinas têm 20 metros de vão e seção transversal de 0,30 x 1,60 metros, as transversinas apresentam a mesma seção transversal e vão de 10 metros.

Figura 1 – Casos Iniciais

| Casos | Perfil | Posicionamento da Carga | |
|-------|---|--|---|
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |

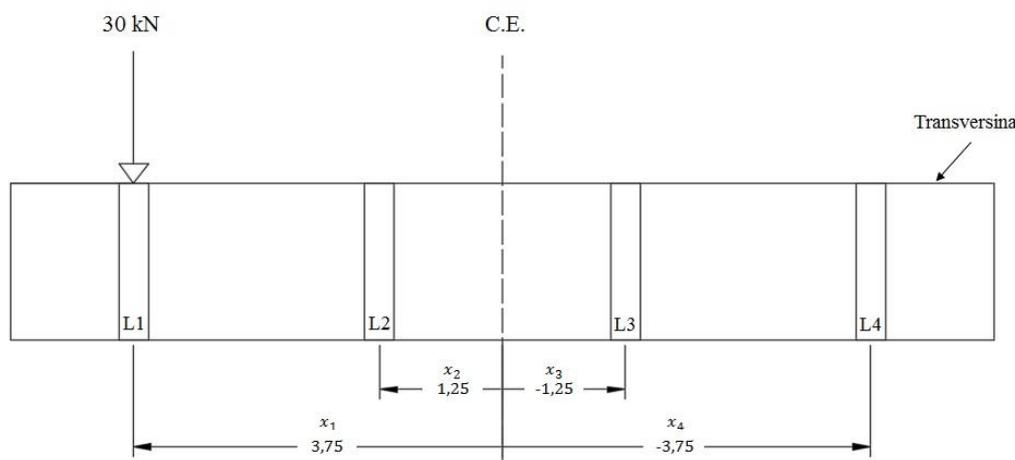


A Figura 1 apresenta os três casos iniciais estudados, sendo o primeiro apenas com uma transversina e o segundo com três transversinas. O terceiro caso, tem a intenção de ver o comportamento dos métodos quando aplicamos duas cargas simultâneas, simulando um modelo mais próximo do caso do trem-tipo, no qual se tem mais de um eixo de pneus. Nos mostra, também, o local de aplicação da carga pontual, nas Longarinas 1 e 2. Cada caso, foi subdividido, para uma avaliação mais precisa e serão explicados ao longo das modelagens. Nas modelagens foram utilizados elementos de casca, com elementos de barras representando as longarinas e transversinas. Foi restringido os movimentos verticais e horizontais em uma borda e na outra apenas movimento vertical, deixando livre o movimento de rotação em ambos os apoios.

3.1 Caso 1 – Quatro Longarinas e uma Transversina

O Caso 1, tem como objetivo estudar o comportamento quando se tem apenas uma transversina. Para uma avaliação geral dos casos, foi analisado um modelo baseando-se nas diretrizes do Método de Engesser-Courbon, no qual não consideramos o efeito da laje e a transversina tem uma rigidez elevada (Caso 1.1). O segundo modelo, leva em consideração o efeito da laje e permanece com a transversina rígida (Caso 1.2), tendo como objetivo analisar a contribuição da laje na dissipação das cargas. Por último, foi realizado um modelo considerando os efeitos da laje e a transversina flexível (Caso 1.3). A Figura 2, apresenta a seção transversal quando se tem a carga aplicada na Longarina 1.

Figura 2 – Seção Transversal Carga Aplicada na Longarina 1



Para aplicação do Método de Engesser-Courbon temos, Equação (8):

$$\sum x_i^2 = 31,25 \text{ m}^2 \quad (8)$$

Para aplicação da carga nas Longarinas 1 e 2, utilizando a Equação (7), temos para o método analítico os dados apresentados na Tabela 1. Onde, o coeficiente de repartição de carga (r_i), será igual a parcela de carga absorvida por cada longarina, dividido pela carga total aplicada, expresso em porcentagem (%).

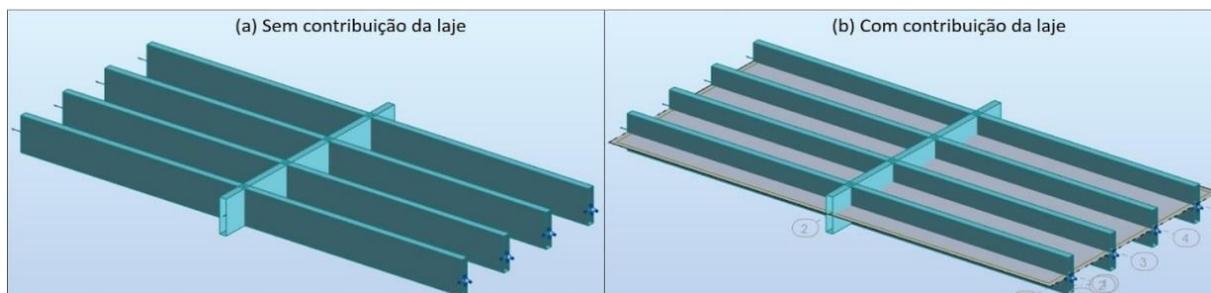


Tabela 1 – Resultados Engesser-Courbon Caso 1

| Aplicação de Carga na Longarina 1 | | | Aplicação de Carga na Longarina 2 | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|-----------|-----------------------------------|-----------------------------|-----------|
| Carga Total Aplicada (kN) | | 30,0 | Carga Total Aplicada (kN) | | 30,0 |
| Longarina | Parcela de Carga q_i (kN) | r_i (%) | Longarina | Parcela de Carga q_i (kN) | r_i (%) |
| 1 | 21,0 | 70% | 1 | 12,0 | 40% |
| 2 | 12,0 | 40% | 2 | 9,0 | 30% |
| 3 | 3,0 | 10% | 3 | 6,0 | 20% |
| 4 | -6,0 | -20% | 4 | 3,0 | 10% |

A Figura 3, representa os modelos gerados para o Caso 1, no programa *Robot Structural*, observa-se o modelo sem a contribuição da laje e com a contribuição da laje para a dissipação das cargas.

Figura 3 – Perfil Caso 1



É importante salientar que, ao inserir a laje, ela encontra como referência o eixo central da viga; na prática, a laje é considerada sobre as vigas, tal observação foi apresentada aos alunos como sugestão de trabalhos futuros. Assim como o método analítico, para o método numérico, o cálculo do coeficiente de repartição (r_i), será o momento fletor absorvido pela respectiva longarina dividido pelo momento fletor máximo. O momento total é encontrado a partir do produto da carga aplicada (P) pelo comprimento do vão da longarina (l), dividido por um valor constante de 4. A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos pelo programa, para os três modelos gerados.

Tabela 2 – Resultados *Robot Structural* Caso 1

| Aplicação de Carga na Longarina 1 | | | | Aplicação de Carga na Longarina 2 | | | |
|-----------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Momento Total Aplicado (kN.m) | | 150,0 | | Momento Total Aplicado (kN.m) | | 150,0 | |
| Longarinas | Caso 1.1 | Caso 1.2 | Caso 1.3 | Longarinas | Caso 1.1 | Caso 1.2 | Caso 1.3 |
| | r_i (%) | r_i (%) | r_i (%) | | r_i (%) | r_i (%) | r_i (%) |
| 1 | 70,0% | 52,2% | 53,9% | 1 | 40,0% | 33,1% | 31,5% |
| 2 | 40,0% | 32,9% | 31,4% | 2 | 30,0% | 26,9% | 29,2% |
| 3 | 10,0% | 14,7% | 13,3% | 3 | 20,0% | 20,8% | 21,1% |
| 4 | -20,0% | -5,1% | -3,7% | 4 | 10,0% | 14,0% | 12,9% |

Nota-se que, ao comparar os dois métodos, para o modelo seguindo os parâmetros de Courbon, tem-se o mesmo coeficiente de repartição de carga. Ao analisar a contribuição da laje na dissipação das cargas, obteve uma diferença entre os métodos de 17,8% na Longarina 1, quando a carga foi aplicada em L1. Quando considerado as transversinas deformando-se



junto com as longarinas (Caso 1.3), observa-se uma redução na diferença entre os métodos em relação ao Caso 1.1, sendo, na Longarina 1 de 16,1% quando a carga foi aplicada em L1.

3.2 Caso 2 – Quatro Longarinas e três Transversinas

No segundo caso, foi avaliado a influência na dissipação das cargas quando se tem aumento no número de transversinas, agora sendo 3 transversinas. Assim como no Caso 1, foram realizados os mesmos três modelos para este caso. A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos para ambos os métodos analisado.

Tabela 3 – Comparativo Engesser-Courbon e *Robot Structural* Caso 2

| Aplicação de Carga na Longarina 1 | | | | | Aplicação de Carga na Longarina 2 | | | | |
|-----------------------------------|------------------|------------------|-----------|-----------|-----------------------------------|--------------------|------------------|-----------|-----------|
| Longarinas | Engesser-Courbon | Robot Structural | | | Longarinas | Engesser - Courbon | Robot Structural | | |
| | | Caso 2.1 | Caso 2.2 | Caso 2.3 | | | Caso 2.1 | Caso 2.2 | Caso 2.3 |
| | | r_i (%) | r_i (%) | r_i (%) | | | r_i (%) | r_i (%) | r_i (%) |
| 1 | 70% | 40,4% | 37,5% | 54,0% | 1 | 40% | 30,0% | 28,2% | 30,4% |
| 2 | 40% | 29,6% | 27,7% | 30,0% | 2 | 30% | 26,6% | 25,1% | 30,2% |
| 3 | 10% | 20,3% | 19,5% | 12,8% | 3 | 20% | 23,5% | 22,3% | 21,6% |
| 4 | -20% | 9,7% | 10,0% | -2,0% | 4 | 10% | 19,8% | 19,1% | 12,4% |

Observa-se que, independentemente do local de aplicação da carga, as linhas de influência seguiram padrões lineares. Analisando a aplicação de carga em L1, nota-se que o aumento no número de transversinas apresentou uma diferença entre os métodos, sendo de 29,6% em L1, no Caso 2.1. Já para a contribuição da laje, mas permanecendo com as transversinas rígidas, a diferença apresentada foi de 32,5% em L1. A menor diferença foi para transversinas flexíveis e contribuição da laje, sendo de 16% em L1. Por esta razão, para o Caso 3, foi considerado apenas o modelo com transversinas flexíveis e a laje contribuindo para dissipação das cargas.

3.3 Caso 3 – Aplicação de Cargas Simultâneas

Nos casos anteriores, percebeu-se que dentre as longarinas, a Longarina 1 é a que recebe a maior parcela de carga, assim, para este caso, foi escolhido a aplicação de carga em L1, com a distância de 2 metros a esquerda para aplicação da segunda carga. Tal afastamento, representa a distância entre os pneus do trem-tipo e é normatizada pela NBR 7188:2013. Nota-se que, para o método de Engesser-Courbon, independente da variação no valor da carga, quando se tem a mesma distância entre as longarinas e a mesma excentricidade da aplicação da carga, o coeficiente de repartição será o mesmo. Assim, no estudo, para a aplicação do veículo tipo, se terá a mesma linha de influência do Caso 3. O processo de cálculo segue o mesmo já apresentado, aplicando os valores na Equação (7). Contudo, agora a análise será a soma das duas parcelas em cada longarina. A Tabela 4 apresenta os resultados encontrados para ambos os métodos estudados.

A partir da tabela, encontra-se uma diferença entre os métodos de 14% na Longarina 1. Já para segunda longarina, a diferença no coeficiente de repartição de cargas foi de, aproximadamente, 6%. Conhecendo o comportamento dos métodos, partiu-se para o caso da avaliação para cargas móveis.



Tabela 4 – Comparativo Engesser-Courbon e *Robot Structural* Caso 3

| Engesser-Courbon | | | Robot Structural Analysis | | |
|---------------------------|-----------------------|-----------|-------------------------------|---------------------------|-----------|
| Carga Total Aplicada (kN) | | 60,0 | Momento Total Aplicado (kN.m) | | 300,0 |
| Longarina | Parcela de Carga (kN) | r_i (%) | Longarina | Parcela de Momento (kN.m) | r_i (%) |
| 1 | 34,8 | 58% | 1 | 133,2 | 44% |
| 2 | 21,6 | 36% | 2 | 91,1 | 30% |
| 3 | 8,4 | 14% | 3 | 48,8 | 16% |
| 4 | -4,8 | -8% | 4 | 11,1 | 4% |

3.4 Cargas Móveis de acordo com a NBR 7188:2013

A NBR 7188:2013 define como carga móvel rodoviária padrão o tipo TB-450 no qual é definida por um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas, no qual cada eixo terá carga de 150 kN e cada roda terá $P = 75$ kN, os eixos estão distanciados entre si em 1,5 metros e a distância entre as rodas de 2,0 metros, tendo uma área de ocupação de 18 m². A norma, define ainda que, o veículo tipo está circundado por uma carga uniformemente distribuída de $\rho = 5,0$ kN/m², na qual representa a multidão. Nos passeios para pedestres é adotado uma carga uniforme de $\rho = 3,0$ kN/m², contudo, para dimensionamento estrutural do elemento, adota-se a mesma carga de multidão ($\rho = 5,0$ kN/m²).

De acordo com a NBR 7187:2003, é permitido analisar as cargas móveis de efeito dinâmico como cargas estáticas, para isso, deve-se fazer a multiplicação dos valores das cargas pelo coeficiente de impacto (φ). O estudo está sendo aplicado para cargas rodoviárias, assim, o coeficiente de impacto é determinado pela Equação (9), onde, (l) é o comprimento do vão do elemento em metros e o coeficiente deve ser um valor maior que 1.

$$\varphi = 1,4 - 0,007 * l > 1 \quad (9)$$

A ponte em estudo, tem vão de 20 metros. Portanto, o valor do coeficiente está atendendo ao parâmetro exigido em norma, sendo $\varphi = 1,26$. Aplicando o coeficiente de impacto nas cargas pontuais e na carga uniformemente distribuída, encontra-se o valor de $P = 94,5$ kN e $\rho = 6,3$ kN/m².

Como explicado, a linha de influência do método analítico será a mesma encontrada no Caso 3, devido estar trabalhando com o mesmo perfil e mesma excentricidade das cargas, assim, o coeficiente de repartição de carga será igual ao apresentado na Tabela 4.

Para obter a configuração veículo tipo, foi analisado a seção transversal do perfil em dois cortes, sendo o Corte A-A referente a carga de multidão do perfil e o Corte B-B passando pelo veículo, Figuras 4 e 5. A partir dos valores obtidos, foi utilizado o software Ftool, Martha (2015), versão 3.01, para a obtenção dos momentos fletores máximos e das linhas de influência a partir do carregamento móvel aplicado na seção longitudinal, conforme Figura 6. Encontrou-se que o momento fletor máximo no meio do vão ocorrerá quando o eixo central do trem tipo estiver sobre a transversina central.



Figura 4 – Corte A-A

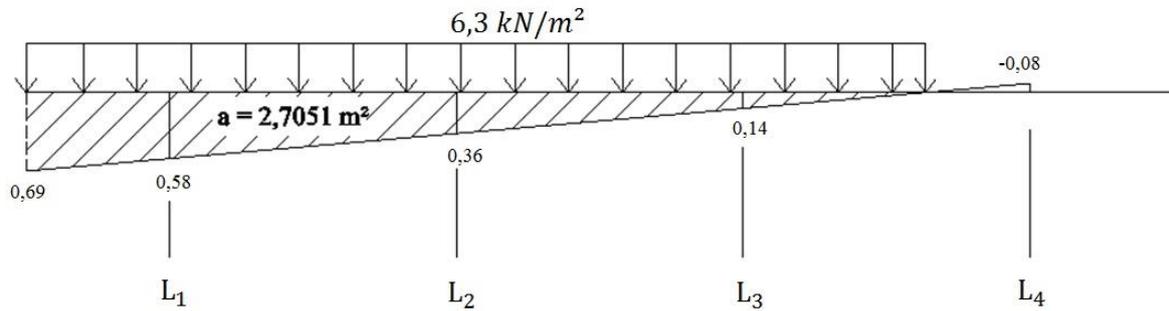


Figura 5 – Corte B-B

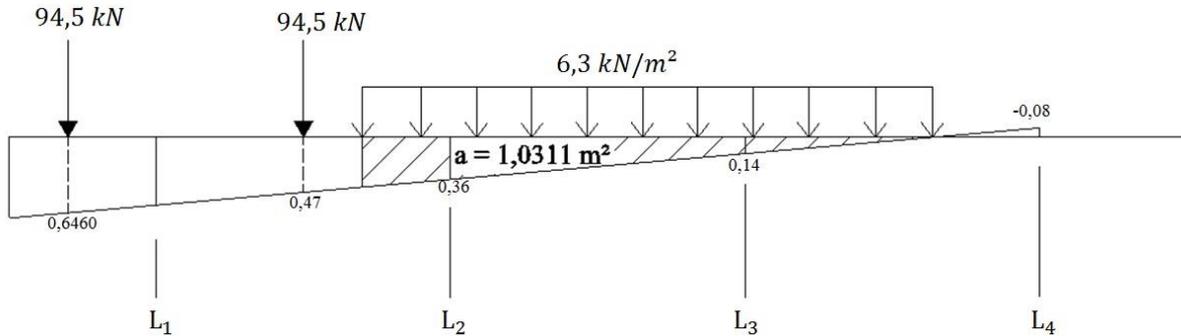
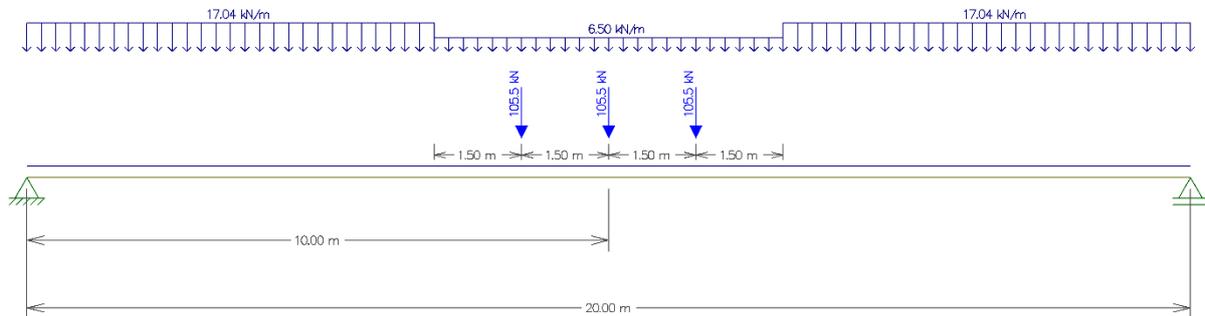


Figura 6 – Configuração do Veículo Tipo na Seção Longitudinal



Para o estudo comparativo utilizando o *software Robot*, será aplicado apenas o carregamento do veículo tipo, ou seja, as cargas uniformemente distribuídas referentes a multidão e passeio não serão consideradas. Tais cargas foram desconsideradas, para que se tenha uma comparação real com o Método de Engesser-Courbon, tendo em vista que, no método analítico são calculadas apenas cargas pontuais. A Figura 7 apresenta o perfil modelado e a Tabela 5 mostra o comparativo entre os dois métodos.



Figura 7 – Perfil Referente ao Trem Tipo

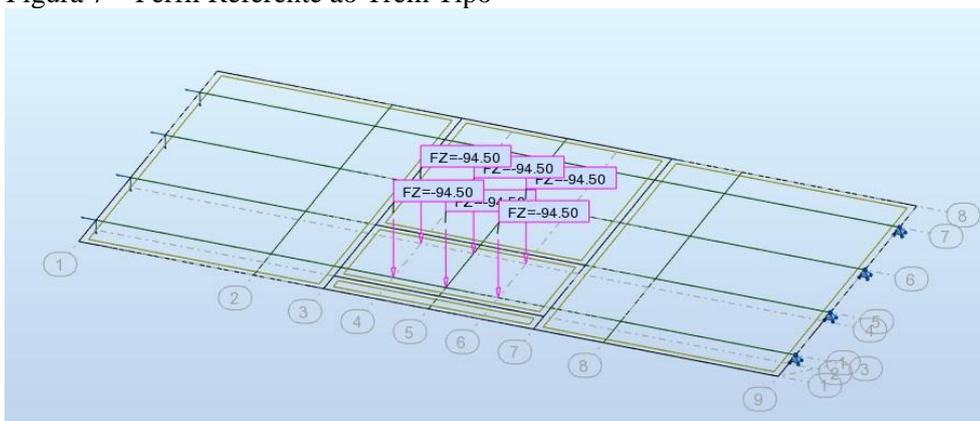


Tabela 5 – Comparativo Engesser-Courbon e *Robot Structural*

| Engesser-Courbon | | Robot Structural Analysis | | |
|---------------------------|-----------|-------------------------------|---------------------------|-----------|
| Carga Total Aplicada (kN) | 60,0 | Momento Total Aplicado (kN.m) | | 2420,4 |
| Longarinas | r_i (%) | Longarinas | Parcela de Momento (kN.m) | r_i (%) |
| 1 | 58% | 1 | 1111,3 | 46% |
| 2 | 36% | 2 | 755,4 | 31% |
| 3 | 14% | 3 | 448,0 | 19% |
| 4 | -8% | 4 | 105,7 | 4% |

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os resultados obtidos na Tabela 5, concluiu-se que o método de Engesser-Courbon comportou-se bem, mesmo tendo em vista ser um método proposto em 1940, foram atendidas as expectativas, encontrando diferenças entre os métodos de 12% para as longarinas extremas e de 5% para as longarinas internas, notou-se que o método analítico está a favor da segurança nas longarinas próximas ao local de aplicação da carga e o aumento no número de transversinas e a laje contribuem para distribuição das cargas.

Através deste estudo foi apresentado aos alunos uma nova forma de cálculo de pontes, tendo em vista que, o projeto ministrado tem apenas duas longarinas e o método ensinado consiste na análise da estrutura, longarinas e transversinas, isoladamente, ou seja, não trabalham considerando que a geometria da estrutura é uma grelha. Os alunos conseguiram ter uma melhor visualização do problema e perceberam que o método anteriormente aprendido em aula não satisfaz quando se tem um maior número de longarinas, caso este, que está se vivenciando cada vez mais, devido ao aumento da tecnologia e modernização dos sistemas construtivos.

Foi possível perceber um melhor desempenho na cadeira de Pontes em Concreto Armado, quando comparado aos alunos de semestres anteriores, que não tiveram acesso a este tipo de metodologia de ensino. Notou-se, além do rendimento, uma melhor compreensão da distribuição de cargas em pontes e através do *software Robot*, um entendimento melhor sobre o Método dos Elementos Finitos.



Agradecimentos

Os autores generosamente agradecem o suporte financeiro fornecido pela Pós-Unifor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

_____. NBR 7187: Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

_____. NBR 7188: Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e Outras Estruturas. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.

AUTODESK, Robot Structural Analysis Professional (RSAPRO), v. 29.0.0.5650, Inc, USA, 2016.

COURBON, J. Calcul des Ponts à Poutres Multiples Solidarisees par des Entretoises. Annales de Ponts et Chaussée. Novembro - Dezembro, 1940.

FERRAZ, José Carlos Figueiredo. Contribuição ao Estudo de Grelhas. 1951. 1 v. Tese (Doutorado) - Curso de Pontes e Grandes Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1951.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. Um Primeiro Curso em Elementos Finitos. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009.

MARTHA, L. Ftool - Two-Dimensional Frame Analysis Tool, V. 3.01. Rio de Janeiro: Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

DEVELOPMENT OF THE DIDACTIC PROCEDURE FOR DETERMINING THE LINE OF INFLUENCE ON BRIDGES BY ANALYTICAL, NUMERICAL AND COMPUTATIONAL METHOD

Abstract: *The present study aimed to analyze the performance of graduates of the University of Fortaleza (Unifor) in the bridge chair, when applied the traditional methodology, exposure of analytical methods, together with the application of numerical and computational methods in the analysis of the distribution of loads in stringer. The analytical method used is the Engesser-Courbon, in which it was developed in 1940 and used in various structures, the same is based on the premise of being applied on bridges with grided structures. The calculation process consists of analysis of several cases and was used as a computational model in comparison, the Autodesk robot structural analysis software, where the finite element (MEF) method is used, the program has been chosen due to be free for students,*

Organização



Promoção





thereby facilitating students ' access to the software. The results obtained between the two methods, for all the situations analyzed, were presented in the form of tables. On the basis of the findings found, it was observed that the values of the two methods are close, in which the Courbon method cherishes the safety in the stringers near the application of the loads. In relation to the student's income, it was notable for the improvement in the performance of the discipline in relation to the students of the previous semester, because they had a better visualization of the problem, achieving better interpretation of the results obtained, moreover, gained greater insight into the knowledge of the numerical methods, which are still few widespread in the academic medium.

Key-words: Engesser-Courbon, Finite Element Method, Longitudinal girders, Cross girders, Load distribution.