

Módulo Didático: Sistema Barra-Bola

DOI: 10.37702/2175-957X.COBIENGE.2025.6383

Autores: JEANDERSON FERREIRA DOS SANTOS, IRAQUITAN J. DO N. SIMÕES, KARISTON DIAS ALVES, JOSÉ DIOGO FORTE DE OLIVEIRA LUNA, RAFAEL PISSINATI DE SOUZA, FERNANDO GROMIKO HELENA

Resumo: Este projeto trata da sintonia de um controlador PID via método de Ziegler-Nichols em malha fechada, aplicado ao sistema Barra-Bola, um clássico exemplo de controle não linear. O objetivo é estabilizar e posicionar a bola em uma posição desejada, mesmo diante de perturbações e variações na dinâmica. Inicialmente, analisa-se o modelo matemático do sistema para identificar seus parâmetros dinâmicos. Com o método de Ziegler-Nichols, determina-se o ganho crítico (K_{cu}) e o período de oscilação crítica (P_u), calculando-se os ganhos do controlador PID. A implementação ocorre em um microcontrolador, como o Arduino Uno, utilizando sensores para medir a posição da bola e um motor para ajustar o ângulo da barra. A análise de desempenho envolve métricas como tempo de estabilização, overshoot e erro em regime permanente. Os resultados evidenciam a eficácia do método para fins educacionais e industriais, ressaltando seus benefícios e limitações frente a dinâmicas não lineares.

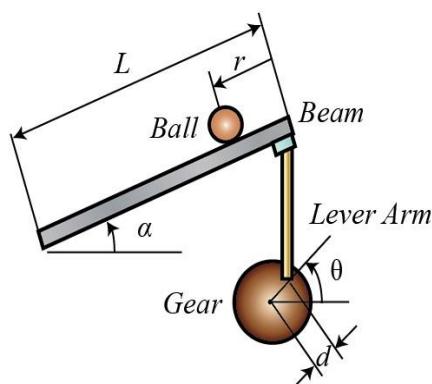
Palavras-chave: Controlador PID, Ziegler-Nichols, Sistema Barra-Bola

Módulo Didático: Sistema Barra-Bola

1. INTRODUÇÃO

A compreensão e o controle de sistemas dinâmicos têm sido um desafio fundamental na engenharia de controle e automação, sendo o sistema Barra-Bola um exemplo clássico, tanto acadêmico quanto prático, dessa complexidade. Nesse sistema, uma esfera é posicionada sobre uma viga, como ilustrado na *Figura 1*, podendo se movimentar com 1 grau de liberdade ao longo do comprimento da viga. Em uma extremidade da viga, há um braço de alavanca, enquanto a outra extremidade está conectada a uma engrenagem servomotora. Quando a engrenagem servo é acionada e gira em um ângulo (θ), o braço altera o ângulo da viga para α . Ao inclinar a viga em relação à posição horizontal, a força gravitacional faz com que a esfera role ao longo dela. Um controlador será desenvolvido para este sistema, permitindo manipular a posição (r) da esfera (UNIVERSITY OF MICHIGAN, [s.d.]). Abaixo apresentamos a linearização da equação que descreve o sistema, de forma a definir a função de transferência do sistema.

Figura 1: Representação Mecânica do Sistema Barra Bola.



Fonte: Michigan Control Tutorials [5]

$$0 = \left(\frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} + mg \sin(\alpha) - mr \ddot{\alpha}^2 \quad (1)$$

A linearização do modelo supracitado foi realizada em torno de Theta (θ). Aplicando a transformada de Laplace, obtemos a função de transferência abaixo, onde temos a posição como saída e o ângulo como entrada. Os cálculos foram realizados com base em UNIVERSITY OF MICHIGAN, [s.d.].

$$P(s) = \frac{R(s)}{\Theta(s)} = -\frac{mgd}{L \left(\frac{J}{R^2} + m \right) s^2} \left[\frac{m}{rad} \right] \quad (2)$$

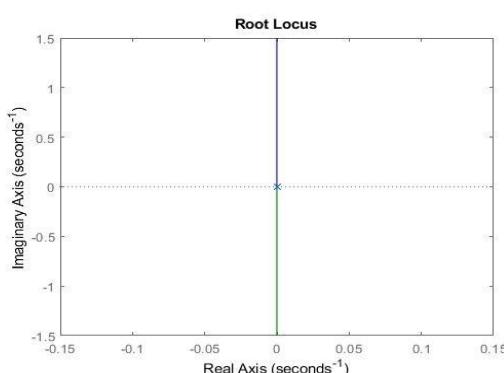
Onde:

- (m) Massa da bola
- (R) Raio da bola
- (d) Deslocamento do braço de alavanca
- (g) Aceleração da gravidade
- (L) Largura da barra
- (J) Momento de inercia da bola
- (r) Posição da bola
- (α) Ângulo da barra
- (θ) Ângulo do motor

1.1. Análises

Antes de ter o projeto físico em mãos, decidimos realizar simulações para compreender como o sistema funciona. Utilizamos dados, como: $m = 0,111$; $R = 0,015$; $g = -9,8$; $L = 1,0$; $d = 0,03$; $J = 9,99 \times 10^{-6}$. Seguindo a metodologia para identificação do sistema apresentada pela University of Michigan ([s.d.]), geramos gráficos inicialmente com o comando `rlocus()`, e encontramos o gráfico da *Figura 2* que nos apresenta os polos e zeros do nosso sistema. A partir do gráfico gerado, conseguimos observar que, os polos não se encontram totalmente no semiplano esquerdo. Isso nos indica que o sistema é instável em malha aberta.

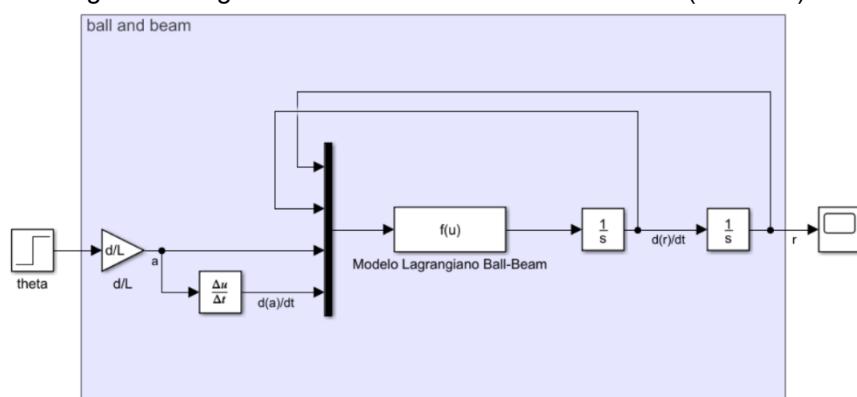
Figura 2: Polos e zeros do sistema.



Fonte: Autor

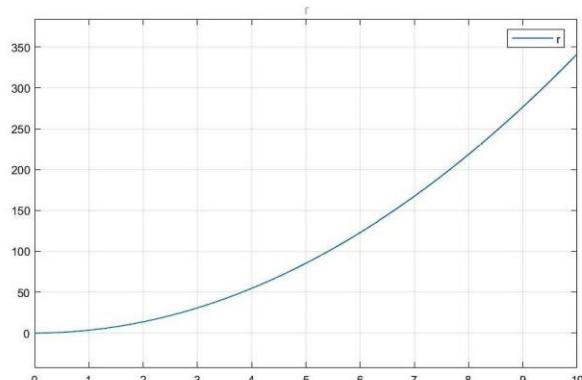
Foi realizada também uma simulação no Simulink, devido à flexibilidade que ele nos traz, para testar e compreender o sistema, conforme metodologia apresentada pela University of Michigan ([s.d.]). O diagrama de blocos pode ser observado na *Figura 3*. A partir da *Figura 4* (gerada pelo bloco “scope” no Simulink), observamos também que dado um degrau no valor de 45° no bloco de entrada “theta”, a bola rolaria para uma posição que excede o limite da barra.

Figura 3: Diagrama de blocos do sistema barra-bola (Simulink)



Fonte: Autor

Figura 4: Resposta do Simulink em malha aberta



Fonte: Autor

2. METODOLOGIA

2.1. Montagem do mecanismo (Hardware e Software)

A partir das respostas dadas pelos gráficos, foi possível compreender melhor como o sistema se comporta. E constatou-se que se trata de um sistema instável. O que nos dá margem para pensar qual técnica de controle aplicar. A partir deste momento, foi possível construir uma estrutura correspondente ao sistema estudado. Na *Figura 5* é possível ver as peças feitas em acrílico recortadas em

15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025
CAMPINAS - SP

uma CNC a laser. Para realizar a montagem do sistema utilizamos: 1 x Motor de passo NEMA 17; 4 x rolamentos (13x5); 1 x Arduino uno; 1 x Sensor de Angulo AS5600; 1 x Sensor ultrassônico JSN-SR04T; 1 x Driver de motor de passo DRV8825; 2 x Capacitores 110uF; Parafusos; Cabos.

Figura 5: Pré-montagem das peças em acrílico.



Fonte: Autor

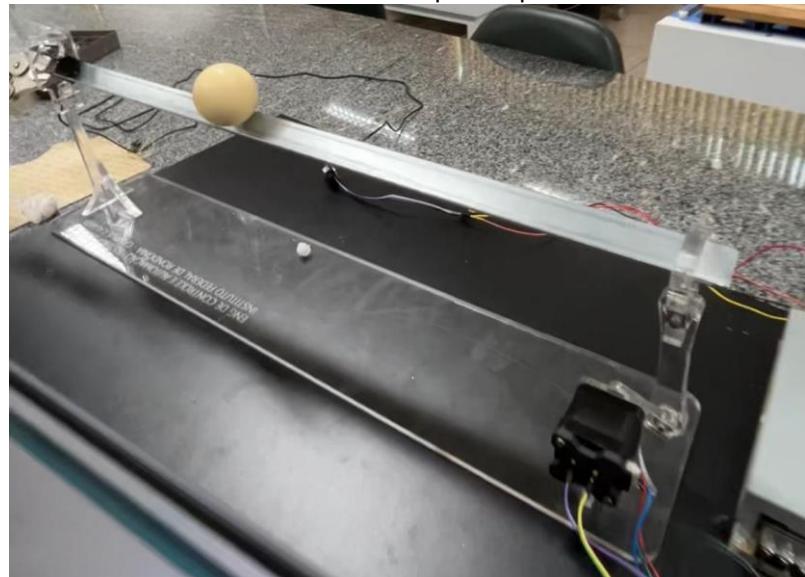
A barra escolhida para movimentação da massa, foi uma barra de 60 cm de comprimento. A partir da montagem da parte mecânica do sistema (Figura 6, 7), foi possível realizar o comissionamento do hardware e software de forma individual de cada elemento do sistema, bem como: código para movimentação do motor de passo (FERNANDO K TECNOLOGIA, 2018) e (HOBBY ELECTRONIC, 2021); código para leitura do sensor AS5600 (MAKER TUTOR, 2023); código para leitura do sensor JSN-SR04T (CFBCURSOS, 2018); configuração do limite de corrente do DRV8825 (FERNANDO K TECNOLOGIA, 2018); elaboração do circuito do sistema. No Anexo D, pode-se observar o esquemático do circuito.

Figura 6: Sistema mecânico desenvolvido para representar o sistema barra-bola



Fonte: Autor

Figura 7: Sistema mecânico desenvolvido para representar o sistema barra-bola



Fonte: Autor

Na fase de elaboração do código para medir a distância da massa sobre a barra (distância r), utilizamos o sensor ultrassônico JSN-SR04T. Para garantir que o sensor nos apresentasse valores confiáveis de medição da distância da esfera (massa), foi implementado ao código um cálculo de média móvel.

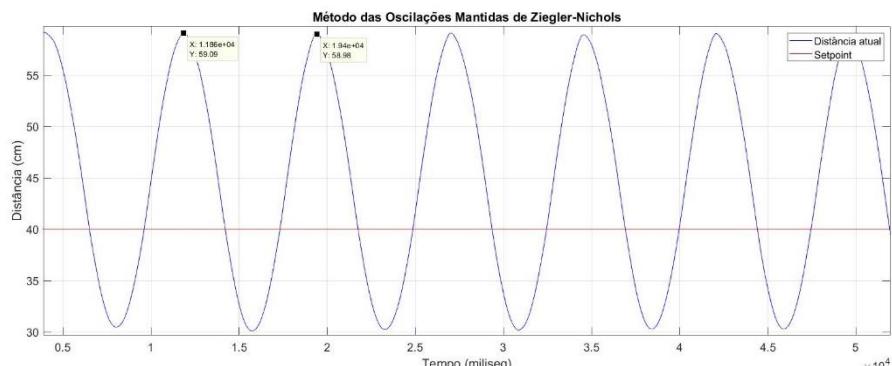
2.2. Sintonia de Controlador

Solucionado o problema com a leitura do sensor ultrassônico (JSN-SR04T), iniciou-se a etapa de sintonia do controlador. Através de pesquisas, optou-se por utilizar o método das oscilações contínuas ou mantidas de Ziegler-Nichols descrita em GARCIA (2021). Foi escolhida, devido ao sistema se tratar de um sistema instável. Então a metodologia aplicada, baseia-se em:

- eliminar as ações integral e derivativa, zerando T_D e T_L ;
- ajuste K_{cu} em um valor baixo (por exemplo, $K_{cu} = 5$) e habilita o controlador em automático;
- aumentar lentamente K_{cu} até que oscilações contínuas (com amplitude constante) ocorram após uma pequena mudança no valor desejado ou na carga, de modo a calcular variáveis do controlador, como P , T_i , T_d (GARCIA Claudio, 2021).

O gráfico apresentado na *Figura 8*, ilustra o movimento da esfera sobre a barra dado um ganho crítico ($K_{cu} = 11,4$). O algoritmo utilizado no Arduíno para gerar os dados está disponível no anexo A.

Figura 8: Método das Oscilações Mantidas de Ziegler-Nichols



Fonte: Autor

O código utilizado no *Matlab* para obter o gráfico da *Figura 8* está disponível no Anexo B. No qual foi possível determinar o valor da variável $P_u = 7,5\text{s}$. Com estes valores estabelecidos, segundo (GARCIA Claudio, 2021) (Figura 9) podemos utilizar as seguintes equações para cálculo de P , T_I , T_D .

Figura 9: Variantes para o método das Oscilações Mantidas de Ziegler-Nichols (a) e Método de sintonia de Tyreus-Luyben (b).

Tipo de resposta desejado	K_c	T_I	T_D	Controlador	K_c	T_I	T_D
Original (decaimento de $\frac{1}{4}$)	$0,60 \cdot K_{CU}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$	PI	$\frac{K_{CU}}{3,2}$	$2,2 \cdot P_u$	0
Algum sobressinal	$0,33 \cdot K_{CU}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{3}$	PID	$0,45 \cdot K_{CU}$	$2,2 \cdot P_u$	$\frac{P_u}{6,3}$
Nenhum sobressinal	$0,20 \cdot K_{CU}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{3}$				

(a)

(b)

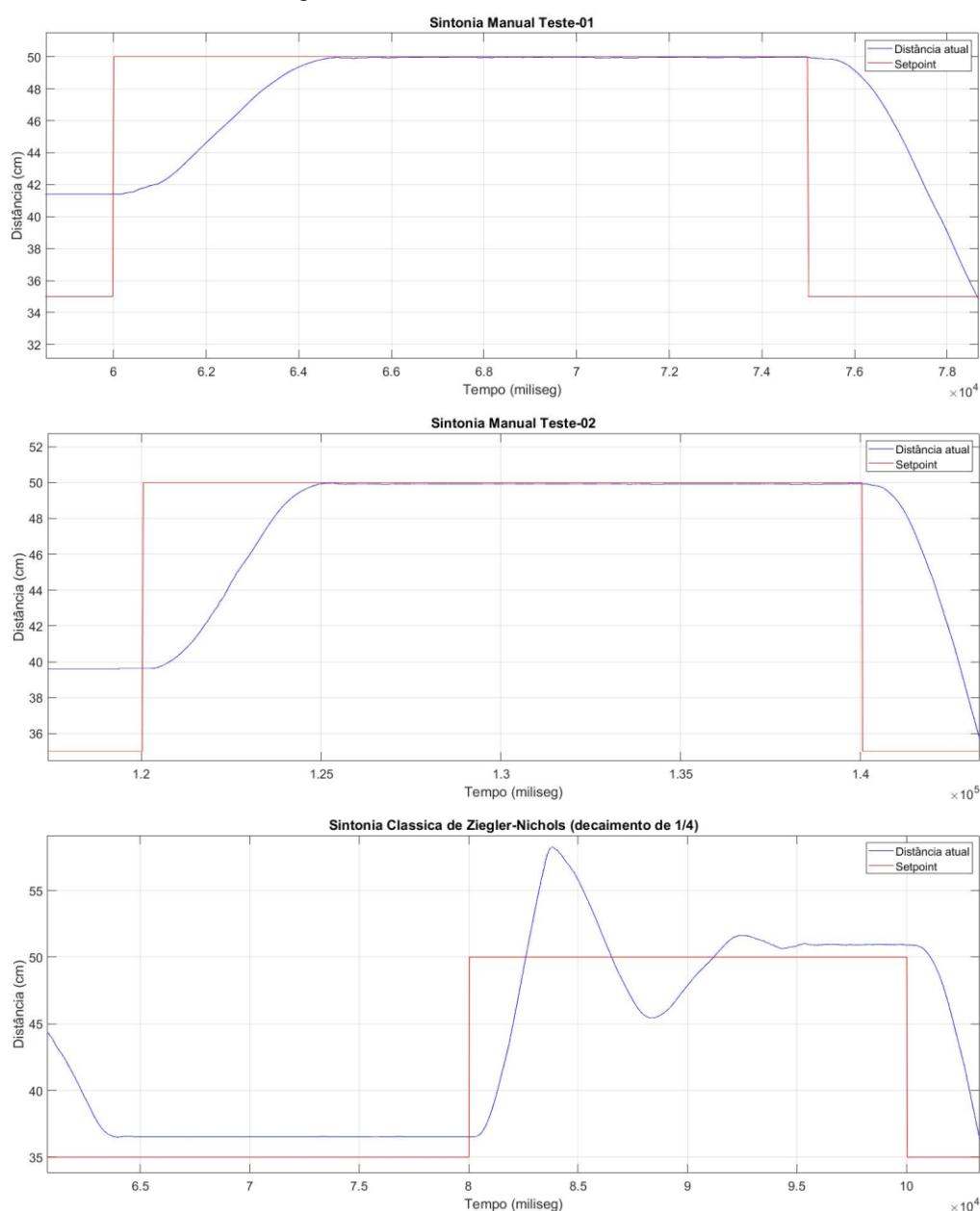
Fonte: Autor

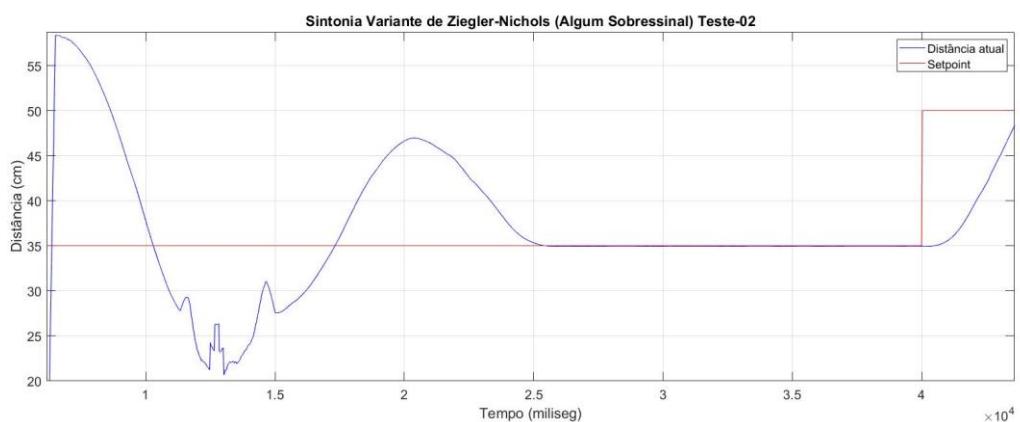
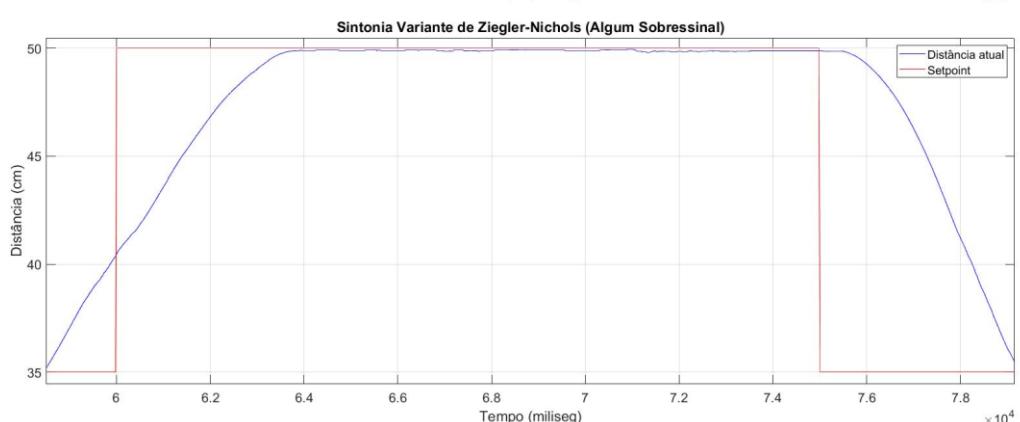
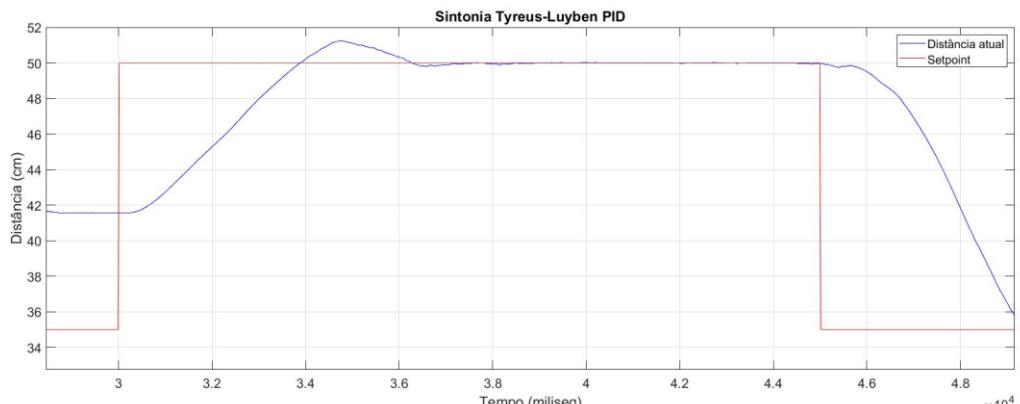
3. RESULTADOS / AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Por fim, incrementamos no algoritmo do controlador os ganhos obtidos através dos cálculos (algoritmo disponível no anexo A). O sistema apresentou um funcionamento satisfatório para as sintonias baseadas em Ziegler-Nichols e Tyreus-Luyben, todavia um resultado ainda melhor a partir de uma sintonia manual tendo como base os valores calculados. Essa etapa foi realizada via teste manual, aumentando para mais ou para menos e observando como o sistema respondia (GARCIA Claudio, 2021). O gráfico da Figura 10 (Sintonia manual Teste-01 e Teste-02), ilustra como o sistema respondeu a partir dos ganhos implementados no controlador. Na Figura 10 é possível observar também como o

sistema respondeu para as demais sintonias. Observou-se que a massa utilizada tem um atrito maior em pontos específicos da barra, de forma a exigir uma maior angulação gerada pelo motor nesses pontos. Logo, isso faz com que toda a dinâmica da planta se altere. É interessante analisar na *Figura 10 (Sintonia Classica de Ziegler-Nichols (decaimento de 1/4))* que o sistema possui um overshoot e offset que em alguns momentos surgiu também nos resultados das outras sintonias realizadas.

Figura 10: Resultado das sintonias.



15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025
 CAMPINAS - SP


Fonte: Autor

Os anexos mencionados ao longo deste artigo estão disponíveis para download por meio do link indicado a seguir:
<https://drive.google.com/drive/folders/1qqIKEq1bWjHtGgwBVZtdUBkwx42nQsQ?usp=sharing>.

4. CONCLUSÃO

A sintonia do controlador *P/D* pelo método de Ziegler-Nichols em malha fechada demonstrou ser uma abordagem eficiente para estabilizar o sistema Barra-Bola, garantindo um controle adequado da posição da massa ao longo da barra. Os resultados obtidos mostraram que, apesar das oscilações iniciais características do método e da dinâmica inerente a planta, o sistema atingiu um desempenho satisfatório. Embora o método de Ziegler-Nichols seja amplamente utilizado por sua simplicidade e praticidade, sua aplicação em sistemas não lineares, como o Barra-Bola, pode apresentar desafios, especialmente no que diz respeito ao *overshoot* e *offset*. Alternativas, como técnicas de controle adaptativo ou sintonia por otimização, poderiam ser exploradas para refinar ainda mais o desempenho do sistema. Além disso, a implementação do controlador em um microcontrolador reforça a aplicabilidade do estudo em sistemas embarcados, abrindo possibilidades para sua utilização em diversas aplicações industriais e acadêmicas. Como trabalho futuro, sugere-se a investigação de estratégias como o método de sintonia IMC (Internal Model Control), a fim de corrigir o *offset* do sistema bem como o *overshoot*. Dessa forma, este projeto contribui para a compreensão e aprimoramento de técnicas de controle em sistemas dinâmicos complexos.

5. REFERÊNCIAS

- CFBCURSOS. *Sensor Ultrassônico de distância HC-SR04 - Curso de Arduino* #28. 2018. Disponível em: https://youtu.be/rahxIjfVp1A?si=9_tqOjORTqHwtbeB. Acessado em: 14 fev. 2025.
- FERNANDO K TECNOLOGIA. *Motor de passo com Arduino e driver A4988*. 2018. Disponível em: https://youtu.be/melvk_zZV58?list=LL. Acessado em: 14 fev. 2025.
- GARCIA, Claudio. *Controle de processos industriais: estratégias convencionais*. v. 1. São Paulo: Editora Blucher, 2021.
- HOBBY ELECTRONIC. *Actual move for library AccelStepper (Bounce)*. 2021. Disponível em: <https://youtu.be/ldTk6pquUQ0?list=LL>. Acessado em: 14 fev. 2025.
- MAKER TUTOR. *Inexpensive Robot Feedback on stepper motors with AS5600 Magnetic Encoder*. 2023. Disponível em: <https://youtu.be/JfJtQ1vuROo>. Acessado em: 14 fev. 2025.
- UNIVERSITY OF MICHIGAN. *Ball and Beam: System Modeling*. Control Tutorials for MATLAB and Simulink, [s.d.]. Disponível em: <https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=BallBeam§ion=SystemModeling>. Acesso em: 22 abr. 2025.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia



15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025
CAMPINAS - SP

ORGANIZAÇÃO



Abstract—This work presents the tuning of a PID controller using the closed-loop Ziegler-Nichols method applied to the Ball-and-Beam system, a classical nonlinear control problem. The objective is to design a controller capable of stabilizing and positioning the ball at a desired location along the beam, compensating for disturbances and dynamic variations. The system's mathematical model is analyzed to identify its dynamic parameters. From the experimental response, the critical gain (K_{cu}) and critical period (P_u) are determined to calculate the PID gains. The controller is implemented on a microcontroller, such as the Arduino Uno, with sensors used for position measurement and a motor to adjust the beam angle. Performance is evaluated through metrics like settling time, overshoot, and steady-state error. Results demonstrate the effectiveness of the Ziegler-Nichols method for educational and industrial control applications, while also highlighting its limitations in handling nonlinear dynamics.

Keywords: PID controller, Ziegler-Nichols, Ball-and-Beam system.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia

ORGANIZAÇÃO



