



## MOTOR TACOGERADOR COMO PLANTA DIDÁTICA PARA ENSINO DE IDENTIFICAÇÃO COM MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS

DOI: 10.37702/2175-957X.COBIENGE.2025.6262

**Autores:** PAULA CAROLINE DOS SANTOS GUEDES, NARAH KAROLYNI NAZARé CARDOSO, JEAN SHINJI TAKAHASHI HIROTA, REJANE DE BARROS ARAUJO

**Resumo:** Este trabalho apresenta o desenvolvimento e a aplicação de uma planta didática baseada em um Motor Tacogerador (MTG) para o ensino de identificação de sistemas dinâmicos por meio da técnica dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR). A planta foi construída com baixo custo e elevada modularidade, possibilitando sua utilização em ambientes acadêmicos e laboratoriais. Foram avaliadas quatro variantes do algoritmo MQR, demonstrando elevado desempenho na estimativa dos modelos, com destaque para o método com matriz estendida. Além disso, foram implementadas simulações com diferentes estruturas de controladores PID (ideal, paralelo, PI+D e I+PD), permitindo aos alunos analisar, comparar e compreender os efeitos da sintonia de controladores sobre a resposta do sistema. Os resultados evidenciam a importância do MTG como ferramenta didática completa, promovendo a integração entre teoria e prática no ensino de controle e identificação de sistemas.

**Palavras-chave:** Motor Tacogerador, Identificação de Sistemas, Controle PID

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

## MOTOR TACOGERADOR COMO PLANTA DIDÁTICA PARA ENSINO DE IDENTIFICAÇÃO COM MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS

### 1 INTRODUÇÃO

Segundo Chapman (2013) os motores CC eram a principal escolha em aplicações que exigiam uma ampla faixa de velocidades, pois, antes da popularização dos retificadores e inversores de eletrônica de potência, ofereciam controle de velocidade superior. Mesmo na ausência de fontes CC, circuitos retificadores e dispositivos de estado sólido eram empregados para fornecer a potência necessária, garantindo a regulação de velocidade desejada. Para compreender e otimizar o desempenho desses motores, é fundamental analisá-los como sistemas dinâmicos, nos quais variáveis como tensão, corrente, velocidade e torque interagem de maneira complexa. Para que o controle de sistemas seja eficaz, é essencial compreender os fenômenos físicos e as características operacionais envolvidas. Nesse sentido, a modelagem de sistemas se torna essencial, permitindo a criação de representações matemáticas que descrevem seu comportamento. Uma das abordagens utilizadas para esse fim é a identificação de sistemas dinâmicos, que consiste na obtenção de um modelo matemático baseado em dados experimentais. Essa identificação pode ser realizada por meio de métodos determinísticos, que desconsideram a presença de ruído nos dados, ou métodos estocásticos, que incorporam incertezas e flutuações inerentes ao processo (Coelho & Coelho, 2016).

Este artigo, aborda o projeto e construção de uma planta didática denominada Motor Tacogerador (MTG) e a aplicação de técnicas de identificação para modelos de segunda ordem com a técnica de estimativa dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR). O projeto teve como objetivo servir como uma ferramenta didática em disciplinas relacionadas à modelagem e identificação de sistemas, proporcionando uma abordagem prática e acessível para o estudo desses conceitos. Dessa forma, buscou-se oferecer uma solução de baixo custo, modular e de fácil integração, permitindo a aplicação tanto em ambientes teóricos quanto práticos, com foco na utilização em laboratórios de ensino e pesquisa, o MTG facilita o entendimento de técnicas de modelagem de sistemas dinâmicos.

### 2 MOTOR TACOGERADOR

Para Barcelar e Diacenco (2015) um MTG é um dispositivo eletromecânico gerador de tensão contínua que fica acoplado em um eixo que se deseja medir a velocidade e que combina as funções de um motor e um gerador de sinal de realimentação. Ele é utilizado em sistemas de controle de velocidade, especialmente em motores de corrente contínua (DC). O tacogerador é responsável por gerar um sinal de tensão proporcional à rotação do motor. Esse sinal é utilizado como feedback, permitindo que a velocidade do motor seja monitorada e ajustada.

O funcionamento básico do tacogerador envolve a conversão de energia mecânica (a rotação do eixo do motor) em energia elétrica. À medida que o motor gira, o tacogerador produz uma tensão de saída cuja magnitude é diretamente proporcional à velocidade de rotação do eixo (Andrade, 2008). Esse sinal de feedback é então utilizado por um controlador para comparar a velocidade real do motor com a velocidade desejada. Caso haja uma diferença entre essas duas velocidades, o controlador ajusta a corrente fornecida ao motor para corrigir a rotação, garantindo que o motor opere dentro dos parâmetros definidos. Nesse

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

contexto, é montada uma planta didática de baixo custo do MTG, composta por dois motores de corrente contínua com eixos acoplados, onde um deles opera como motor e o outro como tacogerador.

### 3 MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS

A estimação dos MQR é uma técnica amplamente utilizada em sistemas de identificação e controle adaptativo. O principal objetivo desse método é a atualização iterativa dos parâmetros do modelo de um sistema, garantindo uma melhor adequação às mudanças dinâmicas do processo sob estudo (Coelho & Coelho, 2016). Os principais elementos envolvidos na formulação do estimador recursivo incluem modelo matemático do sistema, baseado em dados medidos ao longo do tempo; erro de modelagem, que é a diferença entre a saída real do sistema e a saída prevista pelo modelo estimado; e atualização paramétrica, que corresponde ao ajuste dos coeficientes do modelo a cada nova amostra. Para este método, são considerados quatro parâmetros, caracterizando-o como um modelo de 2<sup>a</sup> ordem, conforme visto na Equação (1).

$$y(k) = -\hat{a}_1 y(k-1) - \hat{a}_2 y(k-2) + \hat{b}_0 y(k-d-1) + \hat{b}_1 y(k-d-2) \quad (1)$$

Sendo  $y(k)$  e  $u(k)$  os sinais de saída e entrada, respectivamente,  $\hat{a}_1, \hat{a}_2$ ,  $\hat{b}_0$  e  $\hat{b}_1$  os parâmetros a serem estimados e do atraso de transporte discreto.

#### 3.1 MQR clássico

No método do MQR, a cada período de amostragem, novas medidas tornam-se disponíveis e são utilizadas com o modelo atual para gerar um novo erro de modelagem,  $\varepsilon(k)$  que indica a qualidade do modelo estimado. As estimativas anteriormente são atualizadas no instante  $k$ ,  $\theta(k)$ , para gerar novas estimativas  $\theta(k+1)$  (Coelho & Coelho, 2016).

Para aferir se os cálculos das estimativas supracitadas são confiáveis, então a matriz  $P(k)$  é construída como uma diagonal principal positiva e de magnitude inferior, ou seja, próximo de zero. Deixando  $K(k) \approx 0$  e  $\theta(k+1) \approx \theta(k)$ . Ademais, uma vez parametrizado, deve-se qualificar o modelo estimado utilizando técnicas de validação de modelos. Entre as diversas técnicas de validação, pode-se investigar a magnitude de certos índices de desempenho (Brosilow; Joseph, 2002, apud Coelho & Coelho, 2016). Para avaliação da qualidade dos modelos, somatório do erro quadrático (SEQ) e Coeficiente de Correlação Múltipla ( $R^2$ ), utiliza-se as Equações (2) e (3).

$$SEQ = \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (2)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{k=1}^N [y(k) - \bar{y}]^2} \quad (3)$$

Onde,  $y(k)$  é a saída real,  $\hat{y}(k)$  é a saída estimada e  $\bar{y}$  é a média de  $N$  amostras. Logo, se o valor  $R^2$  estiver entre 0,9 a 1 pode ser considerado suficiente para muitas aplicações práticas em identificação (Coelho & Coelho, 2016).

#### 3.2 MQR com atualização na matriz p

Nesse método, os elementos da matriz  $P$  são aumentados por intermédio da soma de uma matriz pré-definida  $Q(k)$ , a saber:  $P(k) = P(k) + Q(k)$ . Dois métodos utilizam o algoritmo

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

baseado nesta equação, mas as simulações se baseiam apenas em um que é o Random Walk: Nesse método, a matriz  $Q(k) = qI_{na+nb+1}$ . Onde pode ser definido com um valor constante ou determinado por uma equação heurística, conforme Equação (4).

$$q = \frac{tr[P(k)]}{(na + nb + 1)} \quad (4)$$

Sendo que  $tr[P(k)]$  é o traço da matriz P(k) e  $(na+nb+1)$  é o número de parâmetros estimados. (Coelho & Coelho, 2016).

### 3.3 MQR com fator de esquecimento

Este método usa a lógica de dar a capacidade de adaptação mínima para todo tipo de medida. Dessa forma essa capacidade pode ser obtida dando uma maior importância às novas medidas pela regulagem do fator de aquecimento. O MQR com fator de esquecimento tem como escopo evitar que os elementos da matriz P(k) cheguem a zero, permitindo assim que o estimador fique sempre alerta. O fator de esquecimento  $\lambda$  nas Equações (5) e (6) pode variar de 0 a 1 (Coelho & Coelho, 2016). Caso o  $\lambda$  seja igual a 1, não há alteração na ponderação. Logo, ele é um MQR clássico. Na prática, utiliza-se  $\lambda$  entre 0,9 e 1.

$$K(k+1) = \frac{P(k)\varphi(k+1)}{\lambda + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)} \quad (5)$$

$$P(k+1) = \frac{1}{\lambda} \left\{ P(k) - \frac{P(k)\varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)}{\lambda + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)} \right\} \quad (6)$$

### 3.4 MQR com matriz estendida

O método de matriz estendida é usado quando a saída da planta está corrompida por um ruído não-branco. Este método torna-se muito eficaz para aplicação de identificação no MTG. Pois, por conta de a leitura ser baseada em um acoplamento de eixo entre dois motores, é comum a leitura apresentar ruídos. Logo, este método utiliza o seguinte modelo matemático:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + \varepsilon(t) \quad (7)$$

Sendo que:

$$\varepsilon(t) = C(z^{-1})w(t) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi^T(t) = & -y(t-1) - y(t-2) - y(t-na) u(t-d) + u(t-d \\ & - nb) w(-1)w(t-nc) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\theta^T(t) = [a_1 a_2 \dots a_n b_0 b_1 \dots b_n c_1 \dots c_n] \quad (10)$$

logo,

$$y(t) = \varphi^T(t)\theta + w(t) = \varphi^T(t)\theta + \varepsilon(t) \quad (11)$$

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

#### 4 METODOLOGIA E PROJETO

O desenvolvimento da planta experimental foi realizado em três fases principais, seguindo procedimentos compatíveis com práticas de validação industrial de modelos dinâmicos:

##### 4.1 Desenvolvimento do circuito eletrônico

Foi projetado um circuito dedicado ao controle de velocidade de motores CC, utilizando software de automação de projetos eletrônicos. O circuito foi otimizado para garantir robustez, precisão na medição da velocidade e compatibilidade com sistemas de aquisição de dados em tempo real.

##### 4.2 Construção e integração da planta experimental.

A placa de circuito impresso (PCI) foi confeccionada e integrada a um motor CC e a um tacogerador acoplado, formando um sistema capaz de fornecer sinais de realimentação para controle de velocidade. A estrutura física foi montada com suporte impresso em 3D para garantir estabilidade mecânica e reduzir interferências, replicando condições típicas de plantas industriais de pequeno porte.

##### 4.3 Aquisição de dados e identificação de modelos

Utilizando Arduino e MATLAB, foram realizadas aquisições de sinais de entrada e saída do sistema sob diferentes condições de operação. Com os dados coletados, aplicou-se o algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR) em suas variantes, focando na obtenção de modelos de segunda ordem discretos que caracterizassem a dinâmica do sistema. A qualidade dos modelos foi avaliada utilizando critérios como o Somatório do Erro Quadrático (SEQ) e o Coeficiente de Correlação Múltipla ( $R^2$ ), assegurando sua aplicabilidade em ambientes industriais.

Esta metodologia possibilitou a identificação de modelos paramétricos robustos, adequados para o desenvolvimento e ajuste de controladores em sistemas industriais sujeitos a perturbações e variações operacionais.

Figura 1 - PCI com o circuito eletrônico e o suporte do MTG



Fonte: Autores

#### 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segundo Ogata (2011), do ponto de vista da estabilidade, o sistema de controle de malha aberta é mais fácil de ser construído, pois a estabilidade é um problema menos significativo. Por outro lado, a estabilidade constitui um problema importante nos sistemas de controle de malha fechada, que podem apresentar uma tendência de correção de erros além do necessário, causando oscilações de amplitude constante ou variável. Deve-se enfatizar

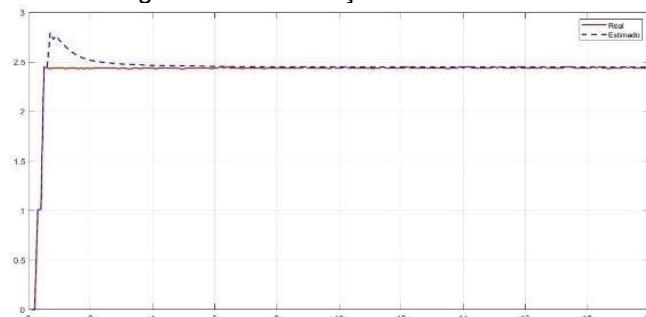
**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

que, para sistemas nos quais as entradas são conhecidas com antecedência e que são isentos de distúrbios, é conveniente o uso do controle de malha aberta. Portanto, como o resultado da saída já era conhecido, utiliza-se a simulação em malha aberta para calibrar os potenciômetros e testar se o MTG está funcionando adequadamente

### 5.1 MQR clássico

Utilizando-se o método clássico, obtém-se os parâmetros do modelo do processo, conforme Figura 2 e Quadro 1.

Figura 2 - Identificação via MQR clássico.



Fonte: Autores

Quadro 1 - Parâmetros de identificação pelo método clássico

| Métodos              | MQR Clássico   |
|----------------------|--|
| Parâmetros           | $\hat{a}_1 = -0,2887$ $\hat{a}_2 = -0,2294$<br>$\hat{b}_0 = 0,2356$ $\hat{b}_1 = 0,2356$ |
| Índices de Validação | $SEQ = 0,7025$<br>$R^2 = 0,9553$   |

Fonte: Autores

### 5.2 MQR com atualização da matriz P

Utilizando-se o método Randon Walk na atualização da matriz P, obtém-se os parâmetros do modelo do processo, conforme Figura 3 e Quadro 2.

Figura 3 - Identificação via MQR Randon Walk.



Fonte: Autores

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia



15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025  
CAMPINAS - SP

ORGANIZAÇÃO



PÓBLICA UNIVERSIDADE CATÓLICA

Quadro 2 - Parâmetros de identificação pelo  
método Randon Walk

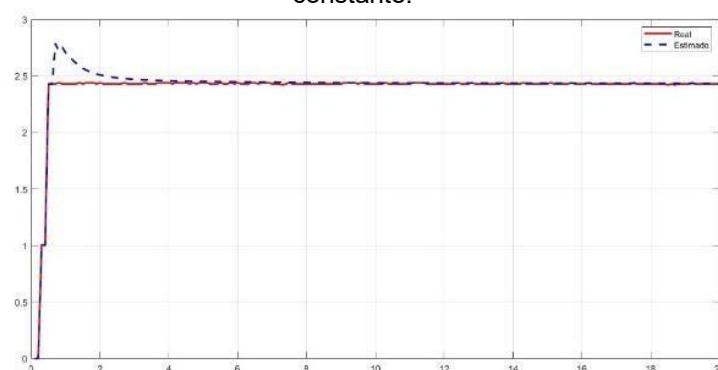
| Métodos                 | MQR RW   |
|-------------------------|--|
| Parâmetros              | $\hat{a}_1 = -0,0416$ $\hat{a}_2 = -0,1612$<br>$\hat{b}_0 = 0,3887$ $\hat{b}_1 = 0,3887$ |
| Índices de<br>Validação | $SEQ = 1,438 \times 10^{-8}$<br>$R^2 = 1,0000$   |

Fonte: Autores

### 5.3 MQR com fator de esquecimento constante

Utilizando-se  $\lambda=0,99$  e por meio do MQR com fator de esquecimento constante, obtém-se os parâmetros do modelo do processo, conforme Figura 4 e Quadro 3.

Figura 4 - Identificação via MQR com fator de esquecimento  
constante.



Fonte: Autores

Quadro 3 - Parâmetros de identificação pelo método  
Fator de esquecimento constante.

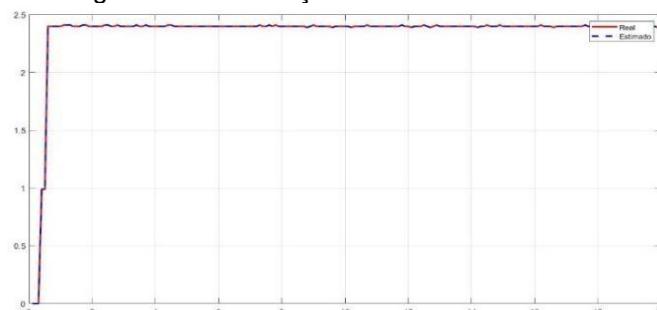
| Método                  | Fator de esquecimento constante  |
|-------------------------|--|
| Parâmetros              | $\hat{a}_1 = -0,2859$ $\hat{a}_2 = -0,2304$<br>$\hat{b}_0 = 0,2354$ $\hat{b}_1 = 0,2354$ |
| Índices de<br>Validação | $SEQ = 0,6564$<br>$R^2 = 0,9580$   |

Fonte: Autores

### 5.4 MQR matriz estendida

Por meio do MQR com matriz estendida, os parâmetros do modelo do processo são obtidos, conforme Figura 5 e Quadro 4.

Figura 5 - Identificação via MQR matriz estendida



Fonte: Autores

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia

ORGANIZAÇÃO



PÓBLICA UNIVERSIDADE CATÓLICA

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

Quadro 4 - Parâmetros de identificação pelo método matriz estendida.

| Métodos              | MQR Matriz Estendida  |
|----------------------|---|
| Parâmetros           | $\hat{a}_1 = -0,0782$ $\hat{a}_2 = -0,1180$<br>$\hat{b}_0 = 0,3857$ $\hat{b}_1 = -0,0477$ |
| Índices de Validação | $SEQ = 1,0372 \times 10^{-12}$<br>$R^2 = 1,0000$  |

Fonte: Autores

Com base nos índices de validação obtidos nas quatro simulações realizadas Somatório do Erro Quadrático (SEQ) e Coeficiente de Correlação Múltipla ( $R^2$ ), é possível avaliar o desempenho de cada método de identificação implementado. O método dos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR) clássico apresentou SEQ de 0,7025 e  $R^2$  de 0,9553, demonstrando boa aproximação do modelo, ainda que com desempenho inferior aos métodos adaptativos. O método com fator de esquecimento constante ( $\lambda = 0,99$ ) obteve o menor SEQ entre os métodos clássicos (0,6564) e um  $R^2$  de 0,9580, indicando maior capacidade de adaptação às variações dinâmicas do sistema com excelente precisão.

O método Random Walk, baseado na atualização da matriz P, apresentou SEQ de  $1,438 \times 10^{-8}$  e  $R^2$  de 1,0000. Esses resultados indicam altíssima precisão na estimativa, com correlação perfeita entre a saída estimada e a saída real. Contudo, o destaque maior foi para o método com matriz estendida, que obteve o menor erro absoluto  $SEQ = 1,0372 \times 10^{-12}$  e também  $R^2 = 1,0000$ , revelando-se extremamente eficaz, especialmente em situações com presença de ruído não branco nas medições.

Dessa forma, conclui-se que, embora todos os métodos tenham apresentado bons resultados, o MQR com matriz estendida destacou-se pelo desempenho superior em termos de acurácia e robustez, sendo altamente indicado para aplicações em ambientes ruidosos. Já o método com fator de esquecimento constante mostrou-se vantajoso pela simplicidade e excelente equilíbrio entre desempenho e capacidade de adaptação.

### 5.5 Aplicação de um controle PID

O controlador PID (proporcional, integral e derivativo) é a estrutura comumente utilizada tanto no ambiente acadêmico quanto no industrial principalmente pelo fato de fornecer satisfação, simplicidade, domínio por engenheiros, baixo custo e desempenho satisfatório (Coelho, Jeronymo e Araújo, 2019). Desse modo, a implementação de controladores PID em simulações que utilizam modelos obtidos por técnicas de identificação, como os Mínimos Quadrados Recursivos (MQR), representa uma etapa fundamental para a aplicação prática da teoria de controle. A partir dos parâmetros estimados, é possível projetar diferentes estratégias de controle e verificar sua resposta diante de condições diversas, sem a necessidade de testes imediatos em planta real. Essa abordagem oferece segurança, flexibilidade e economia de recursos, ao mesmo tempo em que potencializa o aprendizado.

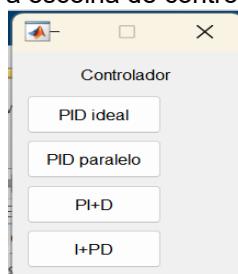
De acordo com Viseli (2006), as novas potencialidades oferecidas pelo desenvolvimento da tecnologia digital e dos Pacotes de Software levaram a um crescimento significativo da pesquisa na área de controle PID. No contexto da planta didática baseada no motor tacogerador (MTG), a utilização de simulações com controladores PID através do software MATLAB torna-se especialmente valiosa. Por meio dela, é possível aplicar e testar diferentes estruturas de controle, cada uma com suas características específicas de ajuste e desempenho. Essa diversidade de abordagens permite ao aluno visualizar, de forma concreta, como pequenas variações estruturais no controlador afetam o comportamento dinâmico do sistema, como tempo de resposta, sobressinal, estabilidade e rejeição a distúrbios. Além

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

disso, ao associar os modelos identificados via MQR com os controladores PID projetados, os estudantes conseguem perceber a integração entre as etapas de modelagem, identificação e controle.

Essa prática fortalece o entendimento dos conceitos teóricos abordados em sala de aula, promovendo uma formação mais completa e alinhada às exigências da engenharia moderna. Portanto, a simulação de estratégias de controle, utilizando modelos identificados de forma realista e em diferentes configurações de PID, consolida-se como uma ferramenta didática eficaz e indispensável para o ensino da teoria de identificação e controle de sistemas.

Figura 6 - Interface que permite a escolha de controle

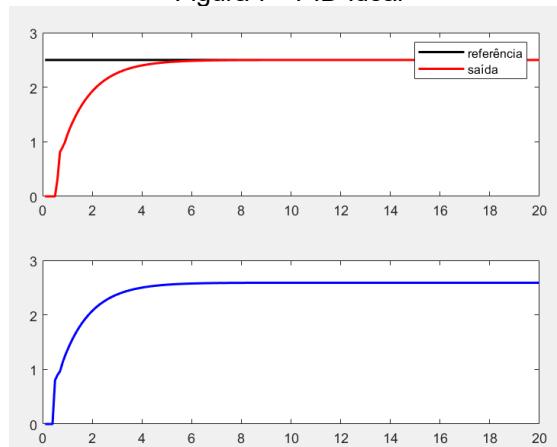


Fonte: Autores.

Para Coelho, Jeronymo e Araújo (2019) na implementação do controle as três parcelas podem ser combinadas para gerar ações de controle mais efetivas sobre o processo físico controlado, isto é, PI, P+I, PID, I+PD ou PI+D. Dessa forma, na simulação da planta didática pelo software MATLAB, são adotados os seguintes parâmetros: ganho proporcional  $K_c = 0,2$ , tempo de integral  $T_i = 0,2$  e tempo de derivada  $T_d = 0,01$ . Esses valores foram definidos por tentativa e erro, com o objetivo de exemplificar o comportamento do sistema sob controle PID e possibilitar a análise didática da resposta dinâmica obtida. A partir disso, são selecionadas as configurações de controladores ilustradas na Figura 6, abrangendo o PID ideal (Equação 12 e Figura 7), o PID na forma paralela (Equação 12 e Figura 8), o PI+D (Equação 13 e Figura 9) e o I+PD (Equação 14 e Figura 10), permitindo uma comparação prática entre suas estruturas e desempenhos.

$$u(k) = u(k-1) + q_0 \times e(k) + q_1 \times e(k-1) + q_2 \times e(k-2) \quad (12)$$

Figura 7 - PID Ideal



Fonte: Autores.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia



15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025  
CAMPINAS - SP

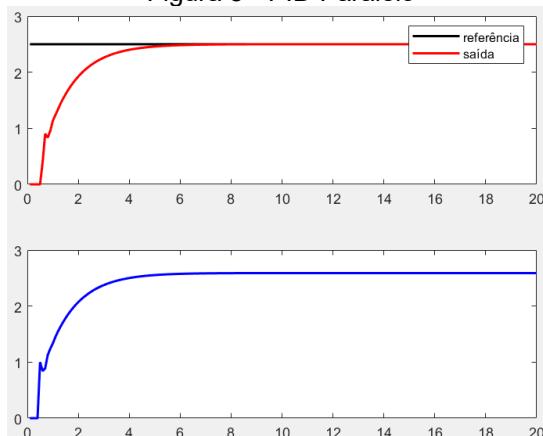
ORGANIZAÇÃO



PUC  
CAMPINAS

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA

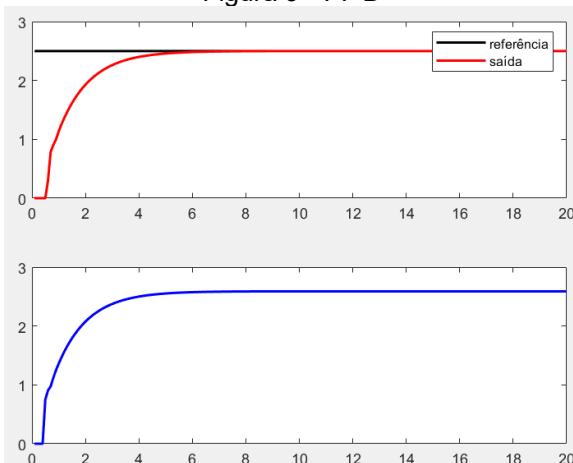
Figura 8 - PID Paralelo



Fonte: Autores.

$$u(k) = u(k-1) + q_0 x e(k) + q_1 x e(k-1) + q_2 x y(k) + q_3 x y(k-1) + q_4 y x(k-4) \quad (13)$$

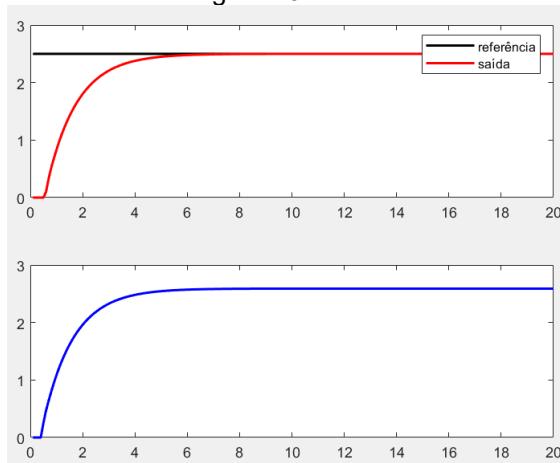
Figura 9 - PI+D



Fonte: Autores.

$$u(k) = u(k-1) + q_0 x e(k) + q_1 x y(k) + q_2 x y(k-1) + q_3 y x(k-2) \quad (14)$$

Figura 10 - I+PD



Fonte: Autores.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia

ORGANIZAÇÃO



PUC  
CAMPINAS

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA

**15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025**  
**CAMPINAS - SP**

Quadro 5 - Parâmetros dos controladores.

| Controlador  | Parâmetros  |
|--------------|---|
| PID ideal    | $q_0 = 0,3200$<br>$q_1 = -0,2400$<br>$q_2 = 0,0200$                                       |
| PID Paralelo | $ki = 1$<br>$kd = 0,01$<br>$q_0 = 0,4000$<br>$q_1 = -0,4000$<br>$q_2 = 0,1000$            |
| PI+D         | $q_0 = 0,3000$<br>$q_1 = -0,2000$<br>$q_2 = -0,0200$<br>$q_3 = 0,0400$<br>$q_4 = -0,0200$ |
| I+PD         | $q_0 = 0,1000$<br>$q_1 = -0,2200$<br>$q_2 = 0,2400$<br>$q_3 = -0,0200$                    |

Fonte: Autores.

A comparação entre as diferentes estruturas de controladores PID implementadas na simulação da planta didática evidenciou variações relevantes no desempenho dinâmico do sistema. O controlador PID ideal apresentou uma resposta equilibrada, com bom tempo de acomodação e estabilidade, servindo como referência clássica para fins didáticos. Já o PID na forma paralela, por permitir o ajuste direto dos ganhos proporcional, integral e derivativo, resultou em uma resposta mais rápida, porém com maior suscetibilidade a oscilações, especialmente diante de variações na entrada ou perturbações.

A configuração PI+D, que aplica a ação derivativa diretamente sobre a variável de processo, mostrou-se eficaz na redução do impacto de ruídos, proporcionando uma resposta mais estável e suavizada. Por fim, o controlador I+PD apresentou um desempenho robusto, com boa rejeição a perturbações e comportamento estável, destacando-se como uma alternativa vantajosa em sistemas que exigem precisão sem comprometer a suavidade da resposta. Os resultados obtidos reforçam a importância de se testar diferentes formas de implementação do PID, uma vez que cada estrutura apresenta características próprias de desempenho. Assim, o uso dessa planta didática como ferramenta de simulação contribui significativamente para o ensino aplicado das teorias de identificação e controle, permitindo que os alunos compreendam na prática os efeitos do projeto e da sintonia de controladores.

### 5.6 Aplicação do MTG e Perspectivas Didáticas

O Curso de Engenharia de Controle e Automação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) – Campus Belém, possui um conjunto de disciplinas que exploram a teoria e prática do controle de processos, dentre elas temos a Identificação de Sistemas Dinâmicos onde os alunos desenvolvem um Trabalho de Conclusão de Disciplina (TCD) no qual constroem o protótipo do Motor Tacogerador (MTG) utilizando componentes de baixo custo e Arduino como plataforma de controle. O objetivo é fornecer aos discentes um processo físico real e acessível, permitindo que implementem e testem algoritmos estudados em sala de aula. Essa estratégia visa reduzir o grau de abstração da teoria e favorecer o desenvolvimento de competências como raciocínio lógico, modelagem matemática, síntese de sistemas de controle e habilidade prática em instrumentação e eletrônica.

Na disciplina de Identificação de Sistemas Dinâmicos, o MTG é utilizado como planta

real para aplicação de técnicas de identificação, com destaque para o algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivos (MQR), permitindo aos alunos levantar modelos matemáticos em tempo real. Devido ao comportamento sobrearmortecido da planta, também são aplicadas técnicas de identificação não paramétricas voltadas para modelos FOPDT e SOPDT, ampliando a compreensão dos métodos. Essa abordagem integrada entre teoria e prática contribui diretamente para o aumento do interesse dos alunos pela área de controle, muitas vezes considerada abstrata e desafiadora. Embora ainda não tenha sido implementado um instrumento formal de avaliação da eficácia pedagógica do MTG, há uma proposta em desenvolvimento para mensuração futura de seu impacto no aprendizado. No entanto, relatos espontâneos de alunos indicam ganhos significativos. Um estudante relatou: "Eu não suportava estudar Identificação de sistemas dinâmicos, fiquei reprovado e tive que fazer novamente, mesmo assim não entendia direito. Quando cursei novamente e construí o MTG e testei as técnicas e algoritmos, passei a entender e a gostar. Quero até trabalhar nessa área."

Dessa forma, o MTG se consolida como uma ferramenta transversal e multidisciplinar, com aplicação no ensino, na iniciação científica e em oficinas práticas. Vai além do ensino de controle e identificação, ao integrar competências como soldagem, montagem de circuitos, testes eletrônicos e programação. Proporciona aos alunos uma experiência prática completa, que conecta teoria e aplicação, desenvolvendo habilidades essenciais como raciocínio analítico, pensamento sistêmico e domínio de ferramentas computacionais.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização do Motor Tacogerador (MTG) como planta didática demonstrou ser uma ferramenta extremamente eficaz no ensino de identificação e controle de sistemas dinâmicos na engenharia. Através da aplicação de técnicas baseadas nos Mínimos Quadrados Recursivos (MQR), foi possível obter modelos precisos da planta, com alto grau de correlação entre os dados simulados e os reais, conforme evidenciado pelos baixos valores de SEQ e altos valores de  $R^2$  nas diferentes variantes do algoritmo. Tais resultados comprovam a eficiência da planta em representar com fidelidade o comportamento dinâmico de sistemas reais.

Além da etapa de identificação, este trabalho evidenciou que a planta didática também permite a implementação de estratégias de controle, como os controladores PID em suas diversas formas. A possibilidade de testar diferentes estruturas — como PID ideal, paralelo, PI+D e I+PD — por meio de simulações no ambiente MATLAB oferece ao aluno uma experiência prática e interativa, essencial para a consolidação do aprendizado. Essa integração entre identificação e controle proporciona uma compreensão mais profunda dos conceitos teóricos, permitindo que o estudante avalie, compare e escolha soluções mais adequadas para diferentes cenários, com base em critérios como estabilidade, tempo de resposta e robustez.

Dessa forma, conclui-se que o uso do MTG como planta didática não apenas facilita a aplicação prática dos conteúdos teóricos, mas também promove o desenvolvimento da capacidade analítica e crítica dos alunos, aproximando-os de situações reais encontradas na engenharia. Sua utilização em sala de aula tem se mostrado particularmente valiosa, pois permite que os alunos acompanhem de forma concreta todas as etapas do processo, da montagem dos circuitos à análise de resultados, fortalecendo significativamente o processo de ensino-aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

CHAPMAN, Stephen; *Fundamentos de máquinas elétricas*. Porto Alegre: AMGH editora, 2013.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia



15 a 18 DE SETEMBRO DE 2025  
CAMPINAS - SP

COELHO, Antonio; JERONYMO, Daniel; ARAUJO, Rejane. **Sistemas Dinâmicos: Controle clássico e preditivo discreto**, UFSC, 1ª Edição, 2019

COELHO, Leandro; COELHO, Antonio **Identificação de sistemas dinâmicos lineares**. Florianópolis: Editora UFSC, 2004.

NISE, Norman; **Engenharia de sistemas de controle**, 7 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

OGATA, Katsuhiko; **Engenharia de controle moderno**, 5 ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

SAFIULLIN, Ruzil; YANGIROV, Ilgiz. "Tachogenerator for processing signals and data from electrical machine". **International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)**, Moscow, Russia, 2020.

SERRALHEIRO, Werther; SOUZA, Eduardo. **"Plataforma para implementação de técnicas de controle digital adaptativo - o sistema motor-tacogerador"**. Instituto Federal de Santa Catarina, 2012.

TOP, Ahmet; ÇAKMAK, Ozan; GOKBULUT, Muammer; "Tachogenerator DC motor speed control with PID and fuzzy logic". **Journal of Engineering and Technology**, v. 1, n. 1, pp. 24-31, 2017.

VISIOLI, Antonio. **Practical PID Control**. London: Springer-Verlag, 2006.

## TACHOGENERATOR MOTOR AS A TEACHING PLANT FOR TEACHING RECURSIVE LEAST SQUARES IDENTIFICATION

**Abstract:** This work presents the development and application of a teaching system based on a Tachogenerator Motor (TGM) for teaching dynamic system identification using the Recursive Least Squares (RLS) technique. The system was built with low cost and high modularity, allowing its use in academic and laboratory environments. Four variants of the RLS algorithm were evaluated, demonstrating high performance in model estimation, with emphasis on the extended matrix method. In addition, simulations with different PID controller structures (ideal, parallel, PI+D and I+PD) were implemented, allowing students to analyze, compare and understand the effects of controller tuning on the system response. The results highlight the importance of the TGM as a complete teaching tool, promoting the integration between theory and practice in teaching control and system identification.

**Keywords:** Tachogenerator Motor, Systems Identification, PID Control.

REALIZAÇÃO



Associação Brasileira de Educação em Engenharia

ORGANIZAÇÃO



PUC  
CAMPINAS

PÓBLICA UNIVERSIDADE CATÓLICA

