TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE INTEGRAIS

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2025.6137

Autores: *MARCIA JUSSARA HEPP REHFELDT,IEDA MARIA GIONGO,MARLI TERESINHA QUARTIERI,SÔNIA ELISA MARCHI GONZATTI*

Resumo: *Este relato tem por objetivo descrever os resultados obtidos a partir de exploração de uma prática pedagógica contemplando tarefas exploratório-investigativas com um grupo de 28 alunos, na disciplina de Ferramentas Matemáticas e Aplicações, em uma universidade localizada no interior do RS. A prática consistiu em calcular, por meio de integrais, a área de uma folha de couve. Para isso, os alunos receberam indicação de livro para consulta, softwares para auxiliá-los na obtenção do modelo matemático e no cálculo de área, tais como excel e symbolab e materiais como folha milimetrada e régua. Os resultados apontam que tarefas exploratório-investigativas, como a desenvolvida, são potentes no ensino intuito de integrais, favorecendo o trabalho em grupo com engajamento dos alunos e a autonomia. Ademais, desafiam os alunos a utilizarem softwares para obter as descobertas. Por fim, cabe frisar que o papel de mediador do professor é fundamental para as descobertas de diferentes estratégias.*

Palavras-chave: *Autonomia,Ensino Intuitivo de integrais,Tarefas exploratório-investigativas*

TAREFAS EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS NO ENSINO DE INTEGRAIS

1 INTRODUÇÃO

O ensino de integrais nos cursos de Engenharia ainda representa um desafio para os professores de Matemática que lecionam Cálculo no Ensino Superior (Mota e Abar, 2019; Cometti, 2018; Vaz e Laudares, 2011). Nesse contexto, novas propostas vêm sendo discutidas e implementadas, tanto em termos metodológicos quanto no uso de recursos didáticos. Esse movimento pode ser observado nos diversos trabalhos publicados no Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, que, desde 2021, contempla áreas como a Área 4 – Metodologia e Avaliação do Ensino-Aprendizagem, à qual este relato será submetido. Em outras palavras, as metodologias de ensino são um foco constante de debate, pois estão intrinsecamente relacionadas à essência da educação: os processos de ensino e de aprendizagem.

Neste cenário e também tendo em mente a preocupação os processos supracitados, um grupo de professores e pesquisadores que atuam no ensino de Matemática e Física em cursos de engenharia estão desenvolvendo uma pesquisa intitulada “Potencialidades e desafios na exploração da metodologia estudos de classes na prática docente de Ciências Exatas em cursos de Engenharia”, a qual foi aprovada pelo Edital FAPERGS[1] 07/2021 - Programa Pesquisador Gaúcho e, recentemente, obteve prorrogação aprovada para mais um ano. O objeto central deste estudo é examinar as potencialidades e os desafios da metodologia estudos de aula[2] para a prática docente, na área do ensino de Ciências Exatas, utilizando como tendência de ensino, a Investigação Matemática. Em adição, no projeto constam, entre outros objetivos, elaborar, desenvolver, avaliar e reelaborar tarefas exploratório-investigativas ou sequências de ensino investigativas para o Ensino de Ciências Exatas, no contexto de cursos de Engenharia, bem como a divulgação de resultados obtidos em eventos, tais como o Cobenge. Cabe ressaltar que isso já foi realizado nos anos de 2023 e 2024 e, intenta-se, em 2025, compartilhar novamente o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação de uma nova tarefa exploratório-investigativa explorada por este grupo de pesquisa.

De acordo com Ponte (2005), uma tarefa exploratória-investigativa tem como característica principal, a considerável atuação do aluno, no que tange à descoberta de algo e à construção do conhecimento. O discente usa os conhecimentos intuitivos que tem e a partir disso constrói seus saberes, envolvendo-se fortemente no processo de aprendizagem (Ponte, 2005). Isso não quer dizer que a atuação do professor não ocorra, no entanto, ela acontece de forma a facilitar os processos de ensino e de aprendizagem. Sua ação é de um mediador que instiga, pergunta e questiona como os alunos constroem suas conjecturas (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2015).

Na pesquisa desenvolvida pelo grupo supramencionado, a tendência de ensino Investigação Matemática ocorre, usualmente, iniciando-se com a entrega da tarefa para grupos de alunos (geralmente quatro), cabendo a eles a elaboração de conjecturas (hipóteses) e estratégias para resolvê-las. E na sala de aula, enquanto os alunos discutem suas ideias, o professor observa de que forma seus alunos argumentam uns com os outros e questiona alguns pontos relevantes, levando-os encontrar um caminho ou uma alternativa

[1] Fundação de Amparo à Pesquisa do Rio Grande do Sul.
[2] Este tema não será discutido neste texto.

para resolver o problema proposto. Desta forma, ocorre um pensar coletivo, uma interconexão de ideias e um aprendizado coletivo.

De acordo com Wichnoski (2023, p. 55),

> [...] a Investigação Matemática na Educação Matemática, pode ser uma atitude audaciosa e causar certa instabilidade teórica. Por outro lado, incita um dar-se conta em relação ao que está posto, ensejando outros modos de pensar, outros pontos e outros contrapontos. Isso não significa substituir um modo de pensar por outro, substituir uma verdade por outra mais verdadeira. Significa, tão somente, expor possibilidades que permitem o diálogo, a reorganização do pensado, do constituído e o processo de reelaboração – movimento próprio da constituição do conhecimento.

Considerando as distintas formas de pensar e de organizar e reorganizar o conhecimento, bem como as dificuldades frequentemente observadas entre estudantes de cursos de Engenharia na resolução e compreensão de conceitos matemáticos — especialmente no que se refere às integrais —, este relato tem como objetivo apresentar e relatar os resultados obtidos a partir de uma prática pedagógica fundamentada em tarefas de caráter exploratório-investigativo. A proposta foi desenvolvida com 28 estudantes pertencentes a cinco diferentes cursos de Engenharia, todos matriculados na disciplina Ferramentas Matemáticas e Aplicações (anteriormente denominada Cálculo I*).* Os discentes foram desafiados a calcular a área de uma folha de couve, aplicando para isso a noção de integral definida. A atividade, concebida a partir de pressupostos investigativos, visou promover maior engajamento e compreensão conceitual, alinhando-se aos resultados já obtidos em experiências didáticas similares conduzidas pelo grupo de pesquisa.

2 ALGUNS REFERENCIAIS NORTEADORES

Um dos referenciais teóricos que sustentam a pesquisa, mencionada na introdução, e também neste relato de pesquisa se relaciona às tarefas exploratório-investigativas. Para Ponte *et al.* (2013), as tarefas são importantes pelo que elas podem originar, ou seja, naquilo que os alunos podem aprender quando realizam a atividade e refletem sobre ela. Ainda para os autores, uma atividade pode ser rica produtiva quando basear-se em tarefas diversificadas como exercícios, problemas, investigações ou explorações. De acordo com Ponte *et al.* (2013), tanto as tarefas exploratórias como as investigativas intentam promover o desenvolvimento de novos conceitos, mas as investigativas objetivam o uso de conceitos já conhecidos, de modo criativo.

Em adição, Mescouto, Lucena e Barbosa (2021, p. 7-8) afirmam que

> As investigações e explorações pretendem trazer para a sala de aula o verdadeiro “espírito matemático”, já que o estudante é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na exposição das suas descobertas para seus colegas e professor, pois o processo investigativo, no qual eles se envolvem durante o desenvolvimento das tarefas, potencializa “descobrir novas relações entre conceitos, a ter mais segurança nas suas ideias matemáticas e a desenvolver o raciocínio e a criatividade” (FONSECA, BRUNHEIRA e PONTE, 1999, p. 4). As atividades de caráter exploratório, em que os estudantes se envolvem durante a resolução das tarefas tornam-se mais ricas. Inicialmente eles podem até chegar a resultados insatisfatórios, mas logo têm a oportunidade de perceber seus erros e reorganizar os dados em busca de novas soluções. Algumas vezes, o estudante também pode seguir por caminhos que o professor não tinha pensado e surgem resultados surpreendentes. Assim, o professor precisa estar atento a essas descobertas e disponível para apoiar as aprendizagens

> dos estudantes por meio de feedback continuado e de qualidade. Neste contexto, cabe ao professor ser criativo na gestão curricular e na preparação de aulas. As tarefas devem ser simultaneamente de ensino, aprendizagem e avaliação, devendo transmitir, ao estudante, informações claras e precisas sobre o seu conhecimento. O feedback fornecido deve apoiar os estudantes na sua aprendizagem (Barbosa, 2019).

A partir das leituras pode-se observar que os conceitos de tarefas exploratórias e tarefas investigativas ora se mesclam, entrecruzam e nem sempre apresentam uma clara diferenciação. O intento deste grupo de pesquisa também não é diferenciá-las, mas discutir e refletir sobre sua produtividade.

Dito isso, apresentamos alguns procedimentos de implementação de tarefas exploratório-investigativas sugeridas por um grupo de pesquisadores expoentes na área, entre eles Pedro da Ponte e seus colaboradores. De acordo com Ponte *et al*. (2013, p. 7)

> as aulas de cunho exploratório estruturam-se usualmente segundo três fases: i) apresentação da tarefa e a sua interpretação pelos alunos; ii) o desenvolvimento do trabalho pelos alunos em grupos, pares ou de forma individual; iii) a discussão e síntese final em coletivo. Esta última fase é muito importante pois, segundo Bishop e Goffree (1986), é a ocasião mais apropriada para que sejam expostas conexões e significados, permitindo aos alunos relacionar ideias sobre vários temas, mostrando como as ideias matemáticas são naturalmente interligadas. Os momentos de discussão constituem oportunidades para negociação de significados matemáticos e construção de novo conhecimento.

O relato aqui proposto teve aproximações com as fases acima descritas e serão melhor explanadas e elucidadas na seção procedimentos metodológicos e análise de dados.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa desenvolvida, no que concerne à sua abordagem, pode ser considerada qualitativa. Para Sampiere, Collado e Lucio (2013, p. 41), "a pesquisa qualitativa proporciona profundidade aos dados, dispersão, riqueza interpretativa, contextualização do ambiente ou entorno, detalhes e experiências únicas. O grupo de pesquisa, autor deste relato, entende que este estudo pode ser caracterizado como qualitativo, pois ilustra, em detalhes, como os alunos encontraram a área de uma folha de couve, realizando os cálculos seguindo um planejamento estabelecido por eles, sob orientação de um professor.

No que concerne aos objetivos, a pesquisa pode ser caracterizada exploratória. De acordo com Sampiere, Collado e Lucio (2013, p. 99), estudos exploratórios "pesquisam problemas pouco estudados, [...], ajudam a identificar conceitos promissores e preparam o terreno para novos estudos". Entende-se que a tarefa aqui descrita e discutida pode introduzir a ideia de integrais de forma inovadora e, a partir de sua publicação, levar outros professores de Matemática a explorarem atividades semelhantes, propondo um ensino com mais significativo aos alunos.

Deste estudo em particular, escrito para o 53º Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, participaram 28 alunos, que estavam matriculados no primeiro semestre de 2025, na disciplina de Ferramentas Matemáticas e Aplicações (antigo Cálculo I), oriundos de cinco distintos cursos de engenharia, a saber: Civil, Elétrica, Química, de Computação e de Software. Eles têm idades em torno de 20 anos, estando a maioria no 4º semestre de seu curso. São oriundos, em sua maioria, de escolas públicas e enfrentaram as adversidades do ensino remoto no período da pandemia (de 2020 a 2022), assim como do período das enchentes que ocorreram no Vale do Taquari (2024), local onde se situa a Universidade e atuam os pesquisadores, autores deste relato.

Quanto à tarefa elaborada - e entregue aos alunos -, sua origem data de 2023, quando uma das autoras deste relato produziu, em sua licença sabática, um livro contendo 10 capítulos em que foram propostas atividades para o ensino de Ciências Exatas, em cursos de engenharia. No entanto, algumas destas atividades, não haviam sido exploradas em sala de aula, o que ocorreu com o referido grupo de alunos, em 2025. No oitavo capítulo desta obra propõe-se o cálculo de integrais e indicam-se dicas para o desenvolvimento da tarefa. A tarefa foi assim anunciada aos alunos:

Seu grupo poderá escolher uma folha de couve, colhida poucas horas antes do desenvolvimento da atividade, que está no recipiente (Figura 1). Você é capaz de calcular a área dela usando integrais? Mostre suas estratégias usadas a partir de algumas pistas encontradas no livro de Rehfeldt e Grossi (2023) e comprove sua resposta a partir dos conhecimentos prévios que você tem!

Figura 1 – Recipiente contendo as couves

Fonte: Dos autores, 2025

Além da couve, cada grupo recebeu uma folha A3 milimetrada que foi utilizada para desenhar a folha de couve. Também foram disponibilizadas réguas e os alunos foram orientados a trazerem notebook. A tarefa foi lida e discutida para verificar se ocorreu a compreensão, primeira fase sugerida por Ponte *et al*. (2013). Após ocorrer a certificação de que houve o entendimento da tarefa exploratório-investigativa proposta e com os materiais de pesquisa à disposição, os alunos desenvolveram o trabalho em grupos, sendo formados sete, que a partir deste momento serão denominados de G1, G2, G3, G4, G5, G6 e G7. A escolha dos integrantes foi de acordo com afinidades deles, não ocorrendo a intervenção do professor. Assim, foi implementada a segunda fase de Ponte *et al*. (2013). Os grupos discutiram, argumentaram uns com os outros, analisaram as dicas do livro supramencionado e interagiram com o professor, questionando-o quando necessário. O papel do professor também se limitou a mediador, questionador e problematizador dos resultados que os grupos estavam obtendo.

Ao final da noite, os materiais foram recolhidos para serem escrutinados, não ocorrendo tempo para apresentações e discussões. No entanto, algumas problematizações aconteceram na semana seguinte ao desenvolvimento da prática, ocorrendo a terceira fase proposta por Ponte *et al.* (2013). Neste encontro seguinte, ainda foi solicitado que os alunos escrevessem, junto às respostas da tarefa exploratório-investigativa os seguintes esclarecimentos: a) qual havia sido o critério de escolha dos pontos representados na folha milimetrada; b) qual estratégia haviam usado para comprovar a área; c) o que haviam entendido até aquele momento ser uma integral.

Para realizar a análise dos dados para este relato foram realizadas anotações das falas dos alunos em um diário de campo e os registros produzidos pelos alunos na folha milimetrada de tamanho A3. Algumas imagens estão representadas na análise de dados que será descrita a seguir.

4 DESCRIÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA TAREFA E ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados será apresentada de forma global e nem sempre serão mencionadas todas as respostas dos grupos. No entanto, ela trará a descrição das etapas juntamente com as análises feitas. Inicialmente, cada grupo escolheu uma folha de couve e recebeu uma folha de papel A3 milimetrada, conforme já mencionado anteriormente. Propositalmente, as folhas escolhidas e oferecidas aos alunos eram de distintos tamanhos, umas maiores, outras menores, algumas com contorno mais regular, outras mais irregular, como pode ser observado na Figura 2.

Figura 2 – Exemplos de folhas de couve estudadas

Fonte: Dos autores, 2025

De início, por terem formatos distintos, os grupos consideraram a atividade como um desafio, haja vista não poderem comparar as respostas uns com os outros. Ademais, estavam habituados a realizarem exercícios memorísticos e, por vezes, pouco desafiadores. E nesta situação-problema, os caminhos a serem traçados dependiam das escolhas dos alunos, orientados por algumas sugestões disponíveis no livro anteriormente mencionado. Neste sentido Ponte (2003, p. 101) diz que

> em uma investigação, o ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, os pontos de chegada, naturalmente são também diferentes. Ao requerer a participação ativa do aluno na própria formulação das questões a estudar, favorecemos o seu envolvimento na aprendizagem.

Após a escolha das folhas e do recebimento da folha milimetrada, todos os grupos - formados por quatro integrantes - optaram por desenhar a folha de couve sobre a folha milimetrada como mostra a Figura 3. A nervura central foi considerada como o eixo x.

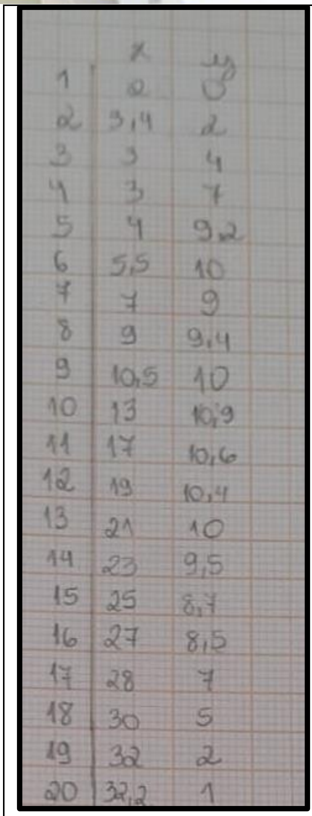
Figura 3 – Folha de couve representada sobre a folha milimetrada

Fonte: Fonte: Dos autores, 2025, com base no Grupo 1

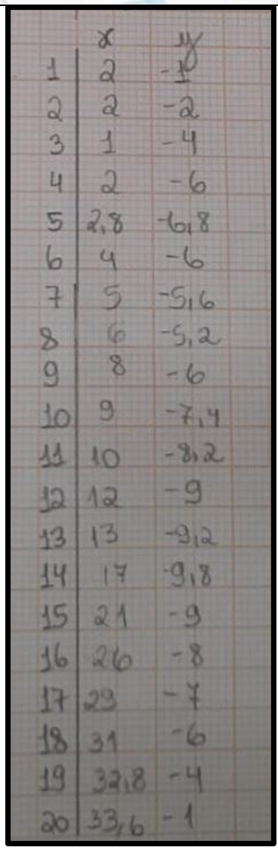
Além da representação da folha sobre o plano cartesiano, os alunos optaram por escolher um conjunto de coordenadas. Dos sete grupos, apenas o G1 escreveu as coordenadas ao lado de cada ponto, como se pode ver na Figura 3. Outro (G2) produziu um quadro com as coordenadas cartesianas (Figura 4) e cinco deles escreveram o conjunto de pontos que contornam a folha de couve diretamente em uma planilha no software excel.

Figura 4 – Quadro de coordenadas produzido pelo grupo G2 e algumas discussões

Pontos do I Quadrante	Pontos do II Quadrante	É interessante observar que este grupo escolheu um conjunto de 40 pares de coordenadas, priorizando 20 deles no primeiro quadrante $(x > 0 \; e \; y > 0)$ e outros 20 pontos no quarto quadrante $x > 0 \; e \; y < 0)$. Os valores escolhidos para x são, prioritariamente, inteiros, (33 dos 40 escolhidos) e 15 valores de y são fracionários. Questionados sobre o porquê da escolha destes pontos afirmaram: "estes pontos foram estratégicos e indicaram melhor a curvatura da folha [de couve]". Ou seja, priorizaram valores inteiros de x, mas atentaram, com cuidado, a coleta do valor de y que formava o par ordenado correto. Distintamente, o G1 supramencionado, escolheu mais pontos racionais (não inteiros) do que inteiros. Questionados sobre a escolha, afirmaram que "os pontos eram os



	x	y
1	2	0
2	3,4	2
3	3	4
4	3	7
5	4	9,2
6	5,5	10
7	7	9
8	9	9,4
9	10,5	10
10	13	10,9
11	17	10,6
12	19	10,4
13	21	10
14	23	9,5
15	25	8,7
16	27	8,5
17	28	7
18	30	5
19	32	2
20	32,2	1



	x	y
1	2	-1
2	2	-2
3	1	-4
4	2	-6
5	2,8	-6,8
6	4	-6
7	5	-5,6
8	6	-5,2
9	8	-6
10	9	-7,4
11	10	-8,2
12	12	-9
13	13	-9,2
14	17	-9,8
15	21	-9
16	26	-8
17	29	-7
18	31	-6
19	32,8	-4
20	33,6	-1

mais representativos ou significativos. Os mesmos foram escolhidos porque permitem traçar um gráfico que represente fielmente o comportamento da situação analisada” (G1). Em adição, o grupo 4 (G4), usando um argumento diferente, explicou da seguinte forma: “por serem números inteiros” e o G6 mencionou: “porque foram os melhores pontos para identificar o desenho.

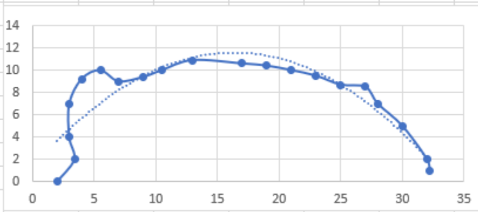
Após ouvir e ler as diferentes justificativas para as escolhas dos pontos, pode-se levar em consideração um aspecto relevante e que Goldbarg (2000) denomina de tradução, ou seja, o quão próximo o modelo matemático é semelhante com a situação real. Rehfeldt (2009) usou este conceito e estabeleceu o termo isomorfismo para descrever o processo de semelhança entre o modelo e a realidade. Assim, entende-se isomorfismo como uma conveniente tradução da realidade para o modelo capturado (Rehfeldt, 2009).

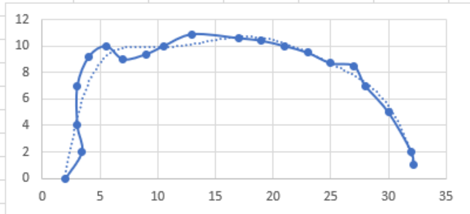
Fonte: Dos autores, 2025, com base no Grupo 2

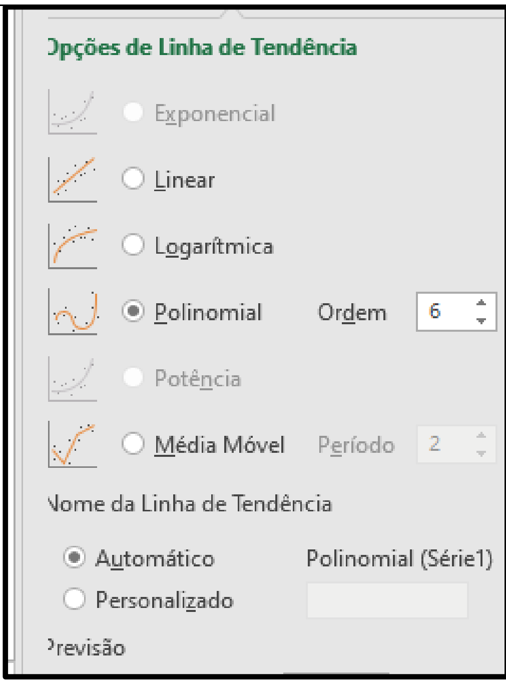
Após a captura dos pontos, todos os sete grupos inseriram estes dados em uma planilha eletrônica e solicitaram que ela gerasse a linha de tendência, assim como o modelo matemático da função que estava sendo representada, tanto no primeiro quadrante quanto no quarto quadrante. Na Figura 5 é possível observar a inserção dos pontos na planilha e os testes para a obtenção do modelo matemático.

Figura 5 – Grupo 2 testando o modelo matemático com melhor linha de tendência

	x	y
2	2	0
3	3,4	2
4	3	4
5	3	7
6	4	9,2
7	5,5	10
8	7	9
9	9	9,4
10	10,5	10
11	13	10,9
12	17	10,6
13	19	10,4
14	21	10
15	23	9,5
16	25	8,7
17	27	8,5
18	28	7
19	30	5
20	32	2
21	32,2	1
22		



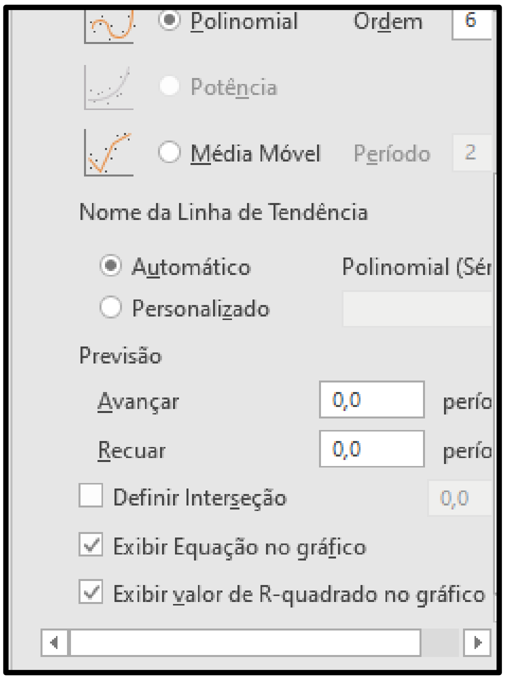




Na imagem superior à esquerda, pode-se observar a linha de tendência gerada optando-se por uma função polinomial de grau 2. O modelo matemático gerado foi $f(x) = -0{,}0386x^2 + 1{,}2599x + 1{,}296$, com R-quadrado igual a $R^2 = 0{,}7657$. Este valor indica a qualidade do ajuste de um modelo de regressão aos dados, sendo um valor entre 0 e 1. Quanto mais próximo a 1 estiver, mais o modelo está ajustado aos dados.

O segundo gráfico na parte superior à esquerda, ilustra nova tentativa deste grupo em obter um modelo com maior ajuste. Então optaram pela linha de tendência polinomial de ordem 6, obtendo $R^2 = 0{,}884$. À direita desta figura, tem-se a ilustração da escolha da linha de tendência, a ordem (parte superior) e como foi solicitado o auxílio do excel na determinação da equação no gráfico e a exibição do R-quadrado (parte inferior). Neste caso, o modelo matemático gerado foi $f(x) = -0{,}000002x^6 + 0{,}0002x^5 - 0{,}0082x^4 + 0{,}1774x^3 - 2{,}0317x^2 + 11{,}636x + 16{,}287$.

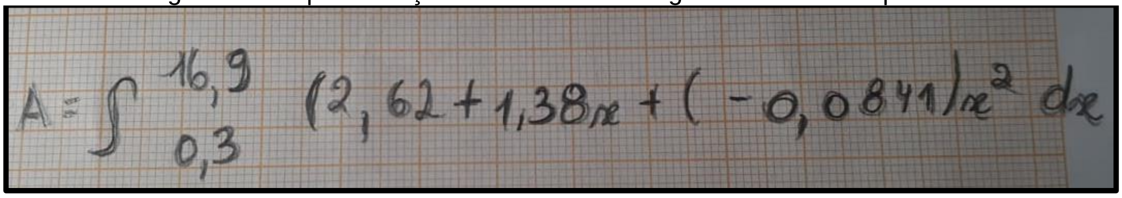
De fato, percebe-se no primeiro gráfico o quão dispersos estão os valores de y nas proximidades quando $x = 5$. Isso também foi mencionado por este grupo de alunos e por isso optaram por um polinômio de grau maior. Novamente cabe frisar a importância do isomorfismo, desta vez entre os dados captados e os que definem o modelo matemático.



Fonte: Dos autores, 2025, com base no Grupo 2

Com os pontos capturados, os alunos foram desafiados a usar o conceito de integral definida para calcular a área da respectiva folha de couve que cada um recebeu. Para os alunos, foi então indicada novamente a leitura do capítulo oito do livro de Rehfeldt e Grossi (2023). Lá identificaram que uma integral definida pode representar o valor da área entre o gráfico e o eixo x. Após esta descoberta, foram orientados a usar o software *symbolab*, disponível no endereço https://pt.symbolab.com/solver/integral-calculator para realizar o cálculo do valor da integral, haja vista não terem estudado ela anteriormente. Na Figura 6 está a representação do Grupo 1 da integral que dá o valor da parte de cima da folha.

Figura 6 – Representação do cálculo da integral desenvolvida pelo G1

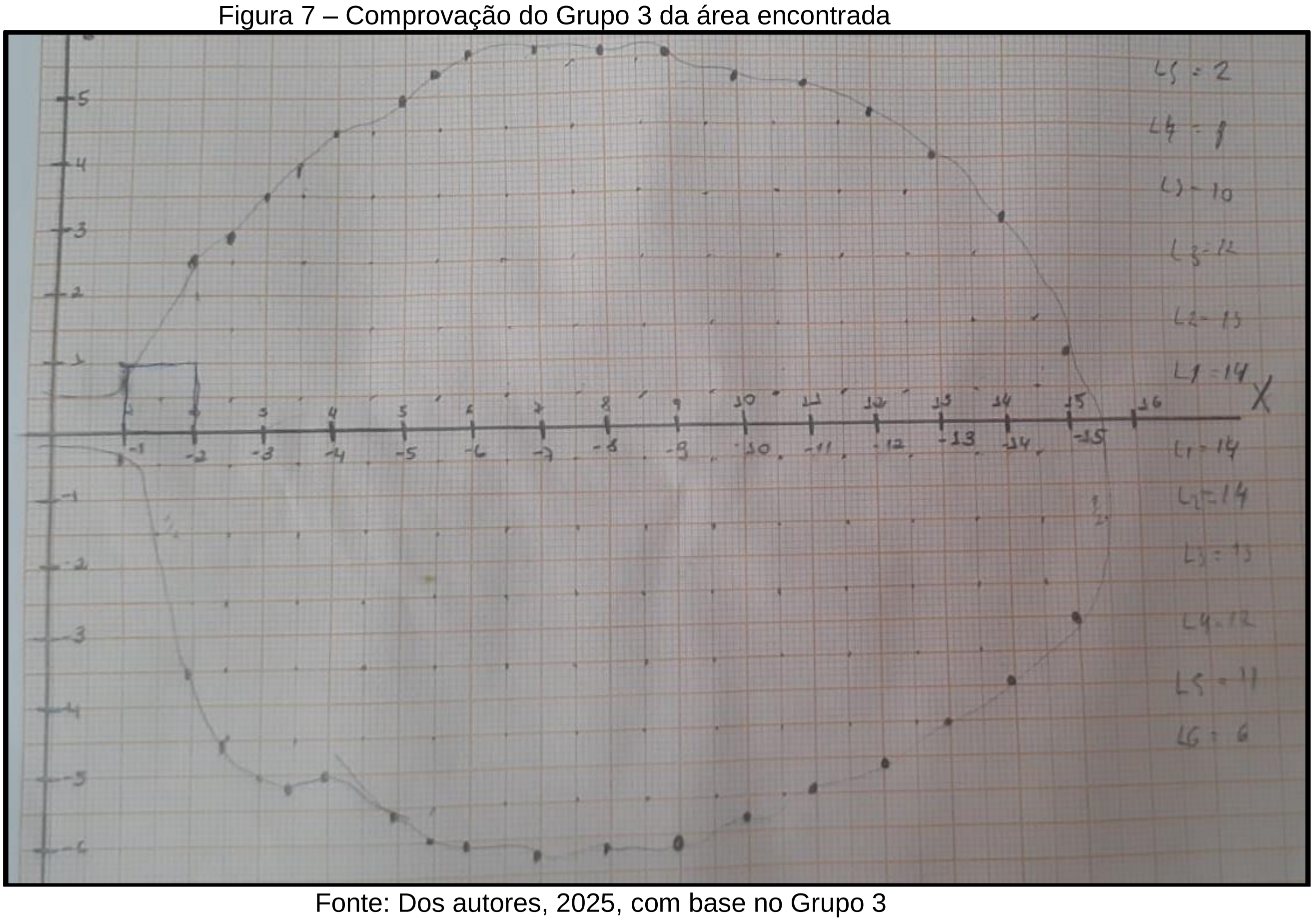


Fonte: Dos autores, 2025, com base no Grupo 1

Para representarem e compreenderem os limites inferiores e superiores, foi-lhes dada uma rápida explanação do que isso significa em um cálculo de integral cujo objetivo é encontrar uma área entre uma curva e o eixo x. Desta foram, todos os grupos conseguiram realizar dois cálculos de integrais, uma representando a parte superior da folha e a outra a parte inferior. Ambas as partes foram somadas para dar a área total da folha de couve.

Como última tarefa, foi solicitado que comprovassem o valor indicado pelo software e que usassem alguma estratégia para tal. Todos os grupos optaram por contar os quadradinhos, conforme respostas dadas por escrito por eles. Seguem as estratégias usadas pelos alunos, todas semelhantes, conforme pode ser visto a seguir: “A comprovação foi feita através da contagem dos quadradinhos” (G1); “contamos os quadradinhos de forma aproximada” (G2); “somamos os quadradinhos” (G4); “contamos os quadradinhos de cada setor” (G5); “Calculamos a área da figura com o número de quadrados dentro da mesma” (G6). No entanto, para realizar a contagem de forma mais rápida e eficiente, alguns grupos usaram estratégias diferentes. Segue a adota pelo Grupo 3 (Figura 7).

Figura 7 – Comprovação do Grupo 3 da área encontrada



Fonte: Dos autores, 2025, com base no Grupo 3

Aqui pode-se perceber que o grupo contou, por linha, a quantidade de quadradinhos encontrada. Por exemplo, na parte superior, este grupo encontrou pela integral, o valor de 61,1842 e contando os quadradinhos, 59. Já na parte inferior, o valor de integral foi de 70, 9338 e contando encontrou 70 quadradinhos. Isso denota uma boa aproximação do cálculo da integral e os valores calculados, a partir dos conhecimentos prévios que tinham.

Observando as estratégias de comprovação concorda-se com Hermann et al. (2009, p. 608) quando mencionam que

> um trabalho investigativo não precisa, necessariamente, partir de uma questão nova, nunca explorada antes, trata-se de um processo de descoberta para o aluno. Descobrir conceitos e reinventar a matemática dentro da sala de aula. Nesse processo os alunos podem constituir as suas próprias estratégias, a sua matemática, sentindo-se construtor de seu próprio conhecimento.

E o cálculo de áreas não era algo novo para os alunos, mas da maneira como foi proposta, acredita-se que foi uma descoberta para os alunos. Eles foram desafiados para relacionar um conceito novo (integrais) a algo já conhecido para eles. Desta forma, tiveram um primeiro contato e receberam noções do que poderia ser uma integral. Ademais, uma semana após a prática, mas antes de apresentar a definição formal de integrais, questionou-se o mesmo grupo de alunos sobre o que tinham entendido até o momento, haja vista não ter sido possível realizar este questionamento no primeiro encontro. Suas respostas foram: uma ferramenta matemática que serve para calcular a área sob uma curva em gráfico” (G1); “Um agrupamento de pontos, que aplicados em uma fórmula, nos dão a equação da **área** de tal objeto” (G2); “entendemos que integrais servem para calcular **áreas**, e é o oposto de uma derivada” (G3); “calcula a **área** da derivada” (G4); “é usada para somar **áreas**, volumes, entre outros” (G5); “é o cálculo de uma **área** irregular” (G6).

Analisando-se as respostas, pode-se inferir que a ideia de integral como uma área ficou evidenciada fortemente, possivelmente pela tarefa exploratório-investigativa que realizaram. Ademais, algumas respostas tangenciam uma resposta que poderia ser considerada em consonância com os distintos autores que escrevem as definições de derivadas. No entanto, concorda-se com Fonseca, Brunheira e Ponte, (1999, p. 6) quando estes autores afirmam que é necessário “valorizar os processos de resolução em relação às conjecturas estabelecidas por estes educandos, mesmo que estes não encontrem uma resposta final correta, mas participando ativamente do processo na sua totalidade”. E foi este o intento da tarefa, incentivar os alunos a formarem um conceito inicial do é uma integral e de que forma poderiam confrontar este novo conceito com algo que já sabiam.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após relatar os resultados encontrados a partir de uma prática pedagógica realizada com alunos de cinco distintos cursos de engenharia, retorna-se ao objetivo deste trabalho, qual seja, apresentar e descrever os resultados obtidos a partir de uma prática pedagógica fundamentada em tarefas de caráter exploratório-investigativo desenvolvida com 28 alunos em uma Universidade Comunitária no interior do Rio Grande do Sul. Estes, estavam matriculados na disciplina de Ferramentas Matemáticas e Aplicações (anteriormente denominada Cálculo I). O trabalho foi explorado em um turno de três horas, sendo finalizado na semana seguinte, quando algumas discussões foram retomadas, finalizando-se, assim, as três fases sugeridas por Ponte *et al*. (2013).

A prática consistiu na descoberta da área de uma folha de couve, com formato irregular. As informações recebidas pelos alunos foram que deveriam representar a referida em uma folha de milimetrada, podendo consultar o livro indicado pelo professor, que já ilustrava, uma prática similar. Posteriormente, sugeriu-se que usassem uma planilha eletrônica para gerar o modelo matemático que representava o contorno da folha e que calculassem a área usando para isso o software *symbolab*. Por fim, deveriam verificar se os cálculos obtidos das integrais poderiam representar a área da folha de couve.

Os resultados obtidos com esta prática mostraram que: a) tarefas exploratório-investigativas são potentes para engajar alunos no planejamento, discussões e busca de resultados; b) o papel do professor de mediador que instiga, pergunta e questiona é fundamental para as reflexões dos alunos, em especial no que tange à escolha dos pontos no plano cartesiano e também às estratégias usadas para avaliação dos resultados; c) os softwares excel e *symbolab* auxiliaram na obtenção modelos matemáticos e cálculo de integrais, haja vista os alunos ainda não terem sido informados sobre as definições de integrais; d) a prática desenvolvida apresenta potencialidade para introduzir o conceito de integrais de forma intuitiva; e) a forma usada pelos alunos para validar as respostas foi pela contagem de quadradinhos. No entanto, foram pensadas estratégias interessantes como a contagem por linhas, para auxiliar no cômputo total, haja vista terem sido em um número maior.

Por fim, cabe mencionar que novos estudos podem ser realizados e adaptações na exploração da tarefa exploratório-investigativa podem ser realizadas com o intuito de adequar a prática para cada realidade, em particular.

REFERÊNCIAS

COMETTI, Márcio Antônio**. Discutindo o ensino de integrais múltiplas no cálculo de várias variáveis**: contribuições do GeoGebra 3D para a aprendizagem. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2018.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, P. João. **As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática.** Actas do Prof.Mat 99. Lisboa: APM, 1999.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos***.* Rio de Janeiro: Elsevier: Campus, 2000.

HERMANN, Wellington; BARRETO, Maria de Fátima de Lima; BELINE, Willian; CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. Da resolução de problemas para a investigação matemática: o problema dos líquens. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Guarapuava. **Anais** [...]. Guarapuava: [s.n.], 2009.

MESCOUTO, Juliana Batista; LUCENA, Isabel Cristina Rodrigues de; BARBOSA, Elsa. Tarefas exploratório-investigativas de ensino-aprendizagem-avaliação para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 1–22, 2021. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/3880. Acesso em: 25 maio 2025.

MOTA, Janine Freitas; ABAR, Celina A. A. P**.** A integral definida: dificuldades e possibilidades para seu ensino e sua aprendizagem. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática*,*** v. 1, n. 5, p. 1–18, 2019.

PONTE, João Pedro. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, João Pedro**.** Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Org.). **O professor e o desenvolvimento curricular*.*** Lisboa: APM, 2005. p. 11–34.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; QUARESMA, Marisa; AZEVEDO, Arminda. Investigações e explorações como parte do trabalho quotidiano na sala de aula. *Amazônia:* **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 9, n. 18, p. 5–22, 2013. Disponível em: https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2019. Acesso em: 25 maio 2025.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernando; LUCIO, María del Pilar Baptista. **Metodologia de pesquisa**. 5 ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp. **A aplicação de modelos matemáticos em situações-problema empresariais com o uso do software LINDO**. 2009. 299 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/17255. Acesso em: 25 maio 2025.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; GROSSI, Luciane. **A engenharia no cotidiano***:* ressignificando o ensino de ciências exatas [recurso eletrônico]. Lajeado: Editora Univates, 2023. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/publicacao/397. Acesso em: 25 maio 2025.

VAZ, Ieda do Carmo; LAUDARES, João Bosco**.** A abordagem dos conceitos de limite, derivada e integral por professores em cursos de engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA (COBENGE), 39., 2011, Blumenau. **Anais** [...]. Blumenau: ABENGE, 2011.

WICHNOSKI, Paulo**.** Investigação Matemática na Educação Matemática: pontos e contrapontos. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 14, n. 2, p. 41–57, 2023. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/253388. Acesso em: 21 maio 2025.