



MODELOS PROBABILÍSTICOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO COM O APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2025.6054

Autores: MONICA KARRER, MANUELLA VALLES EGREJAS

Resumo: Este artigo apresenta parte de um experimento de ensino sobre distribuições de probabilidade, elaborado com base nas indicações presentes nas diretrizes curriculares das Engenharias, com relação ao desenvolvimento de diferentes formas de comunicação e ao uso de tecnologia. A pesquisa foi fundamentada na teoria dos registros de representações semióticas de Duval, que destaca a importância de articular diferentes registros, dentre eles o gráfico, o algébrico e a língua natural, no ensino de Matemática. O registro gráfico, pouco explorado neste conteúdo, foi integrado ao experimento, contando com o apoio do software dinâmico GeoGebra. Baseado na metodologia de Design Experiment, o experimento foi aplicado a uma amostra de estudantes de Engenharia, a fim de ajustar a proposta antes de implementá-la em larga escala. Os resultados mostraram avanços significativos na compreensão dos modelos probabilísticos, principalmente em situações de articulação de registros mediadas pelo GeoGebra.

Palavras-chave: Probabilidade, Registros de representações semióticas, Recursos computacionais

MODELOS PROBABILÍSTICOS: UMA PROPOSTA DE ENSINO COM O APOIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

1 INTRODUÇÃO E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste artigo, tem-se por objetivo apresentar um estudo qualitativo relacionado à aprendizagem de Modelos Probabilísticos, tanto discretos quanto contínuos, elaborado de forma a integrar um software dinâmico e a explorar diferentes representações semióticas. A abordagem procurou seguir as indicações das Diretrizes Curriculares dos cursos de Engenharia quanto à necessidade de desenvolver uma eficiente comunicação em diferentes formas e de integrar novos recursos tecnológicos (BRASIL, 2021).

O estudo teve por fundamentação uma teoria presente na área de Educação Matemática, denominada teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2015, 2018, 2020). Esse pesquisador destaca a especificidade da Matemática em relação às outras ciências. Dado o seu caráter abstrato, ele afirma não ser possível acessar os objetos matemáticos sem utilizar registros de representações semióticas, tais como os registros algébrico, gráfico, figural e da língua natural. Tal consideração leva a uma visão específica para o ensino de Matemática, o qual deve considerar a promoção de abordagens que diversifiquem os registros semióticos, proporcionando ao estudante um ambiente propício para o desenvolvimento da habilidade de coordenar diferentes registros e de selecionar aquele mais conveniente na situação proposta.

Segundo Duval (2020), o progresso do conhecimento é acompanhado pela criação e pelo desenvolvimento de novos sistemas semióticos específicos. Ele afirma que não há *noesis* sem *semiosis*, ou seja, não há aquisição conceitual de um objeto matemático sem a produção de uma representação semiótica, logo, as representações mentais e as representações semióticas estão intimamente relacionadas, de forma que, para garantir o primeiro passo na direção da *noesis*, é necessária a *semiósisis*.

Duval (2015) define registro semiótico como um sistema que permite três atividades cognitivas: a formação de uma representação, o tratamento e a conversão. As duas últimas referem-se a atividades de transformação entre representações. Enquanto o tratamento é a transformação entre duas representações de um mesmo registro, a conversão prevê mudança de registro. Um exemplo para este último tipo de transformação seria a construção de um gráfico de uma distribuição de probabilidade a partir de seu registro algébrico. Nesse caso, o indivíduo faria uma conversão de uma representação do registro algébrico para outra representação do registro gráfico.

O domínio da atividade de conversão é considerado vital para a aprendizagem matemática, uma vez que requer do indivíduo a capacidade de coordenar registros semióticos distintos, cada qual com suas regras e especificidades. Isso levanta a questão da importância de se propor abordagens de ensino que diversifiquem os registros, com vistas a permitir ao estudante uma visão mais ampla do conteúdo estudado.

Uma conversão pode ser congruente ou não congruente. A congruência ocorre se, na comparação entre a representação do registro de partida com o de chegada, a transformação ocorrer de maneira espontânea, próxima de uma situação de codificação. Caso contrário, teremos uma conversão não congruente. De acordo com a teoria de Duval (2018), a congruência na conversão ocorrerá se três condições forem satisfeitas: correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem, uma mesma ordem possível de apreensão das unidades das duas representações e conversão de uma unidade significativa

da representação de partida para uma unidade significativa correspondente no registro de chegada.

Os dois sentidos de conversão em uma mesma questão, como por exemplo, o sentido do algébrico para o gráfico ou o sentido do gráfico para o algébrico, podem não ter o mesmo grau de dificuldade. Isto porque, a conversão pode sofrer o fenômeno da heterogeneidade nos dois sentidos, ou seja, ela pode ser congruente em um sentido e não congruente no sentido oposto. Duval (2020) revela que, se um estudante demonstra capacidade de estabelecer a conversão em um sentido, não é automático que ele consiga estabelecer a conversão no sentido contrário. Ele aponta, em seus estudos, resultados de diferentes desempenhos dos alunos em situações propostas nos dois sentidos de conversão e levanta a importância de o ensino de Matemática levar em consideração essa situação.

Duval (2020) ainda afirma que os estudantes podem apresentar dificuldades em estabelecer conversões devido ao desconhecimento das características específicas de cada registro e destaca que o ensino normalmente não considera essas questões, fato que pode trazer prejuízos à compreensão matemática. Por fim, ele estabelece uma classificação de registros considerando questões de funcionalidade e discursividade. Com relação à funcionalidade, um registro pode ser monofuncional quando permite tratar suas representações de forma algorítmica. Caso contrário, ele é considerado multifuncional. Se o registro permitir o discurso, ele é classificado como discursivo. Partindo disso, podemos classificar o registro algébrico como monofuncional discursivo, o gráfico como monofuncional não discursivo, o figural como multifuncional não discursivo e a língua natural como multifuncional discursivo.

Com relação à integração de tecnologia no ensino de matemática, destacam-se os trabalhos de Pontes (2022), Souza et al. (2022), Borba, Engelbrecht e LLinares (2021) e Sekulic et al. (2020). Esses pesquisadores defendem o uso de recursos computacionais de modo a gerar ganhos pedagógicos. Neste sentido, o experimento contou com o apoio do *software* GeoGebra, uma vez que seu dinamismo permite estabelecer explorações diferenciadas, tais como simulações, análises conceituais, análise em tempo real do impacto que uma alteração em um registro ocasiona em outro, dentre outros aspectos.

Na literatura, evidenciam-se trabalhos que trataram da análise dos registros de representações semióticas e do uso do GeoGebra especificamente no estudo de Probabilidade e de Modelos Probabilísticos. Por exemplo, Bortolossi (2016) e Prodromou (2013) defendem o uso do GeoGebra preferencialmente a outros softwares mais técnicos na introdução dos modelos probabilísticos, dada a possibilidade de obter construções dinâmicas que permitem aos alunos a manipulação de elementos e a observação de resultados em tempo real.

Partindo dessas evidências, o presente trabalho objetivou investigar o desempenho de estudantes de Engenharia em uma abordagem que tratou dos modelos probabilísticos, integrando o recurso computacional GeoGebra e envolvendo registros mono e multifuncionais, discursivos e não discursivos.

2 METODOLOGIA

A pesquisa teve caráter qualitativo e a construção e a condução do experimento foram baseados em aspectos da metodologia de Design Experiment de Cobb et al. (2003). Essa metodologia foi criada para guiar a construção de experimentos de ensino inovadores na área de Matemática, tendo por foco os sujeitos de pesquisa. Ela prevê a construção de um desenho inicial, o qual é remodelado em função das produções dos alunos durante o processo de aplicação. Desta forma, ela é dotada de flexibilidade, iteratividade e ciclicidade.

A metodologia de Design Experiment prevê diferentes formas de manifestação, dependendo do objetivo da pesquisa. Ela pode ser aplicada em pequena ou grande escala, para alunos ou professores. No presente estudo, dado que o objetivo consistiu em investigar, de forma minuciosa, as trajetórias dos sujeitos e as necessidades de reformulação no desenho inicial, com vistas a criar um produto educacional para futuramente ser aplicado em salas regulares, foi adotada a manifestação em pequena escala e aplicada a alunos de Engenharia. Assim, o estudo não teve a pretensão de generalizar os resultados, mas sim de obter elementos para a construção de uma nova abordagem de ensino sobre os modelos probabilísticos, gerando reflexões e orientando as práticas docentes no ensino dessa área.

Participaram do experimento quatro estudantes voluntários, todos do sétimo semestre do curso de Engenharia de Robôs de uma instituição privada de ensino, identificados nesse artigo como Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3 e Aluno 4. Durante a aplicação do experimento, eles formaram duas duplas, sendo a Dupla 1 formada pelos alunos 1 e 2 e a Dupla 2 pelos alunos 3 e 4. Foram tratadas as distribuições discretas binomial e de Poisson e as distribuições contínuas uniforme, exponencial e normal. Esses sujeitos já haviam estudado esse conteúdo por uma abordagem tradicional, com foco nos registros algébrico e da língua natural. Como o experimento foi construído de forma a agregar novas relações com esses objetos matemáticos, teve-se a intenção de investigar quais contribuições a abordagem proposta poderia fornecer para a construção dos conceitos inerentes ao conteúdo de modelos probabilísticos.

O experimento foi aplicado em duas fases e em horário extraclasse. Na primeira fase, os estudantes fizeram uma breve revisão dos modelos probabilísticos. Na segunda fase, foram aplicadas situações elaboradas com base nas lacunas constatadas no ensino tradicional, em termos de registros semióticos e de uso de recurso computacional.

3 APRESENTAÇÃO DE PARTE DO EXPERIMENTO E DOS RESULTADOS

Inicialmente, foi realizado um levantamento dos registros e das conversões presentes nos exercícios propostos do livro didático utilizado na instituição, o qual representa uma obra tradicional da área de Probabilidade, constando na bibliografia dos cursos de Engenharia de diversas instituições de ensino superior. Esse levantamento apontou o predomínio dos registros algébrico e da língua natural, com foco nos tratamentos algébricos e na conversão no sentido da língua natural para o algébrico. Com isso, foi constatada uma lacuna na exploração de registros não discursivos, representados pelos gráficos e figuras e em alguns sentidos de conversão. Em conformidade com a fundamentação teórica adotada e, visando fornecer ao estudante uma abordagem que pudesse ampliar sua concepção a respeito das distribuições de probabilidade, foram elaboradas situações que procuraram explorar as conversões não tratadas, principalmente aquelas envolvendo o registro não discursivo gráfico.

Primeiramente, foi realizada uma breve revisão das distribuições de probabilidade Binomial, de Poisson, Uniforme, Exponencial e Normal, com foco no tipo de abordagem usual, ou seja, com explorações dos registros algébrico e da língua natural. Em seguida, foram propostos quatorze exercícios diferentes dos normalmente propostos nos livros didáticos, em termos de registros semióticos e do uso de recurso computacional dinâmico.

Para todos os modelos, foram propostas questões de simulação gráfica, de elaboração de problemas a partir de dados fornecidos nos registros algébrico ou gráfico, das condições para que se tenha uma dada distribuição de probabilidade e da discussão das especificidades das distribuições de variáveis discretas e de variáveis contínuas.

Para apresentação neste artigo, foram selecionados cinco exercícios, sendo um de cada modelo probabilístico trabalhado.

No modelo binomial, foram exploradas construções gráficas, questões de simulação fixando o intervalo de probabilidade e alterando a probabilidade de sucesso e a construção de problemas a partir de informações da binomial dada no registro algébrico.

Apresentaremos, neste artigo, uma questão que, partindo da tabela de uma distribuição Binomial, foi solicitada a construção do gráfico da distribuição no papel e em seguida no software, envolvendo, assim, uma conversão de uma representação no registro tabular para uma representação no registro gráfico, ou seja, de uma representação em um registro discursivo para uma representação em um registro não discursivo.

Quadro 1 – Questão de Distribuição Binomial

A tabela a seguir representa uma distribuição binomial com $n = 10$, $p = 0,6$ e $q = 0,4$.

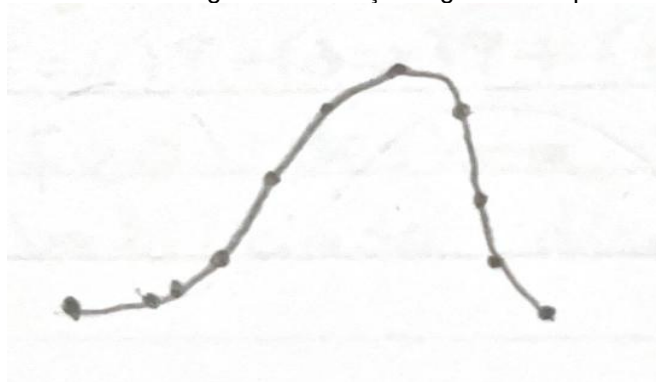
X	P(X)
0	0,001
1	0,0016
2	0,0106
3	0,0425
4	0,1115
5	0,2007
6	0,2508
7	0,215
8	0,1209
9	0,0403
10	0,006

Como seria a representação gráfica dessa distribuição?

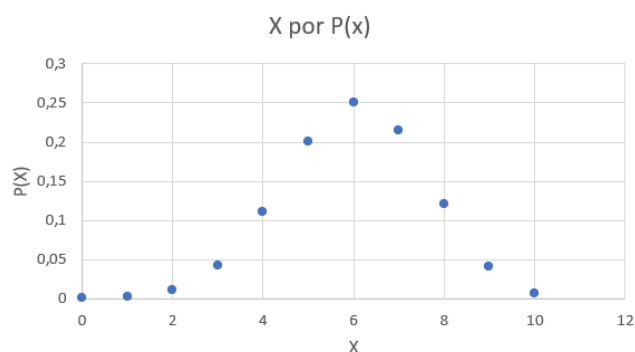
Fonte: Acervo pessoal

Inicialmente, as duas duplas construíram um gráfico conectando os pontos dados, evidenciando um problema no tratamento gráfico. A Dupla 1 observou rapidamente o equívoco. Já a Dupla 2 só refletiu sobre a situação ao contrastar a resposta dada no papel com a do software, concluindo que o gráfico era realmente formado apenas por pontos, tendo em vista o fato de o modelo Binomial ser discreto. Segue a resolução da Dupla 2 para essa questão e o gráfico fornecido pelo software.

Figura 1 - Esboço do gráfico e representação fornecida pelo software – Dupla 2



Fonte: Acervo pessoal



Após comparar as duas respostas e ser questionada pelo professor a respeito do gráfico ser formado apenas por pontos, a Dupla 2 forneceu a produção presente na Figura 2.

Figura 2 – Resolução do exercício de Binomial – Dupla 2

Porque o gráfico representa um modelo de distribuição discreta.

Fonte: Acervo pessoal

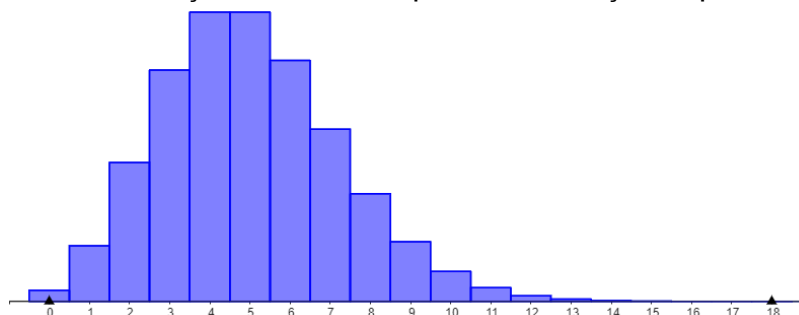
Na distribuição de Poisson, também foram trabalhados exercícios semelhantes de construção gráfica e questões de simulação mantendo o intervalo da probabilidade e mudando a média λ da distribuição. Para isso, foi utilizado o software GeoGebra, o qual apresentou o histograma da distribuição. O aluno pôde observar, por meio de tratamentos no registro gráfico, que o formato do histograma depende da taxa média λ . Ainda, foi realizada a investigação da influência de λ no resultado da probabilidade de um intervalo. Para isso, foram estabelecidas conversões entre representações nos registros gráfico, algébrico e da língua natural. Apresenta-se, a seguir, a questão desse modelo selecionada para apresentação neste artigo.

Quadro 2 – Questão da distribuição de Poisson

Para o gráfico dado abaixo com $\lambda = 5$ e $0 \leq X \leq 18$ e sendo um exemplo de distribuição de Poisson, pede-se:

- Qual será a probabilidade $P(2 \leq X \leq 4)$?
- Se mudarmos para $\lambda = 9$, como ficaria a probabilidade $P(2 \leq X \leq 4)$? Justifique.
- E para $\lambda = 3$, como ficaria a probabilidade $P(2 \leq X \leq 4)$? Justifique.

Histograma da distribuição de Poisson para as condições apresentadas



Fonte: Acervo pessoal

As duas duplas não apresentaram dificuldades na resolução desse exercício. Calcularam com o software a probabilidade $P(2 \leq X \leq 4)$, notando que ela correspondia à soma das áreas dos retângulos associados a esse intervalo.

Para os itens “b” e “c”, era necessário que os alunos realizassem tratamentos no registro gráfico para os novos valores de λ e, em seguida, conversões para o registro algébrico e para a língua natural, possibilitando, assim, a análise de suas interpretações a respeito do comportamento do gráfico. Neste aspecto, o software teve um papel fundamental, pois, com o seu caráter dinâmico, foi possível analisar a alteração no gráfico e consequente alteração na probabilidade.

Segue, a título de ilustração, a conclusão da Dupla 2 a respeito do item c da questão 2, relativo à análise para $\lambda=3$.

Figura 3 - Resolução do item c da distribuição de Poisson – Dupla 2

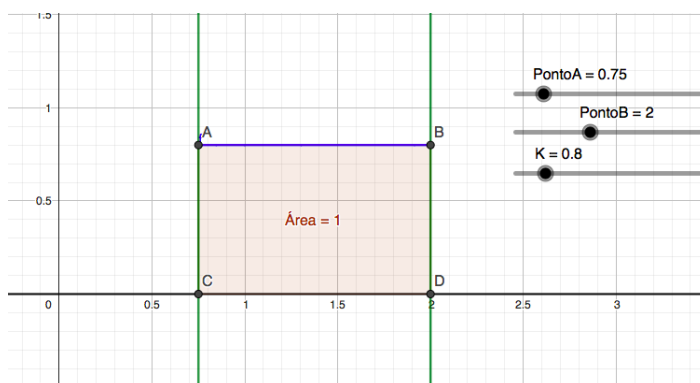
A probabilidade aumenta. Pois, ao diminuir o lambda diminui-se, por consequência a média de ocorrências de eventos

Fonte: Acervo pessoal

Com relação à distribuição uniforme, foram desenvolvidas atividades que exploraram as condições da distribuição, a construção de diferentes funções de distribuição uniforme, a determinação da função da distribuição uniforme a partir de seu gráfico e a elaboração de problemas partindo do registro gráfico da distribuição. Para esse artigo, foi selecionado um exercício que explorou as condições para que uma função represente essa distribuição.

Quadro 3 – Exercício sobre distribuição uniforme

Ao adotarmos os intervalos x_{PontoA} e x_{PontoB} como 0,75 e 2, respectivamente, e K como 0,8, temos um exemplo de modelo uniforme. O gráfico dessa função é apresentado a seguir.



A função densidade desse exemplo é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0,8, & \text{se } 0,75 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{se } x < 0,75 \text{ ou } x > 2 \end{cases}$$

Ao fixarmos a abscissa do *PontoA* em 0,75, determine dois exemplos de possíveis valores para a abscissa do *PontoB* e para o valor de K para obter um modelo uniforme. Determine a função densidade de probabilidade de cada caso.

Fonte: Acervo pessoal

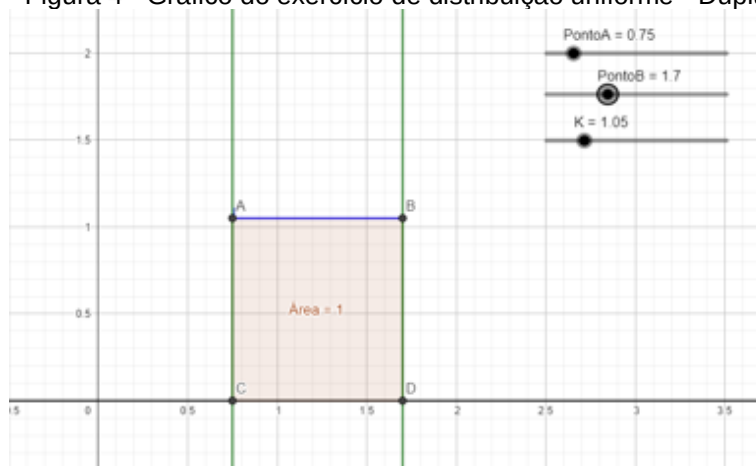
Em uma situação anterior, os alunos observaram que a função uniforme tinha a forma

$$f(x) = \begin{cases} K, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{se } x < a \text{ ou } x > b \end{cases} \quad (1)$$

porém, ao se depararem com essa questão, apresentaram dificuldade em determinar exemplos de distribuição uniforme, uma vez que não lembravam que a área sob a curva da

função e acima do eixo x deveria ser igual a um. Tal fato gerou uma discussão a respeito da condição de existência de uma função densidade de probabilidade. Após essa discussão, as duplas conseguiram resolver a questão proposta, efetuando conversões entre representações nos registros gráfico e algébrico. Cada dupla forneceu duas respostas para a questão. A título de ilustração, segue um exemplo de resposta dada pela Dupla 1.

Figura 4 - Gráfico do exercício de distribuição uniforme - Dupla 1



$$f(x) = \begin{cases} 1,05, & \text{se } 0,75 \leq x \leq 1,7 \\ 0, & \text{se } x < 0,75 \text{ ou } x > 1,7 \end{cases}$$

Fonte: Acervo pessoal

O uso do GeoGebra foi fundamental para a resolução dessa questão, pois facilitou a obtenção das respostas de maneira rápida e eficiente, permitindo focar na análise conceitual da condição para uma função ser classificada como uma distribuição uniforme de probabilidade.

No modelo exponencial, foram desenvolvidas atividades de análise das condições da distribuição, de simulação para análise da relação entre a representação gráfica e o valor de lambda, a determinação da representação algébrica a partir do gráfico e a construção de um problema a partir do registro gráfico da distribuição. Para este artigo, foi selecionada a atividade sobre análise da condição para que uma função seja uma distribuição exponencial de probabilidade. Inicialmente, foi apresentada a função

$$g(x) = \begin{cases} \lambda_1 e^{-\lambda_2 x}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

para que o aluno analisasse no software as condições para λ_1 e λ_2 , visando obter uma distribuição exponencial de probabilidade. A seguir, foi apresentada a seguinte questão.

Quadro 4: Apresentação da questão de distribuição exponencial

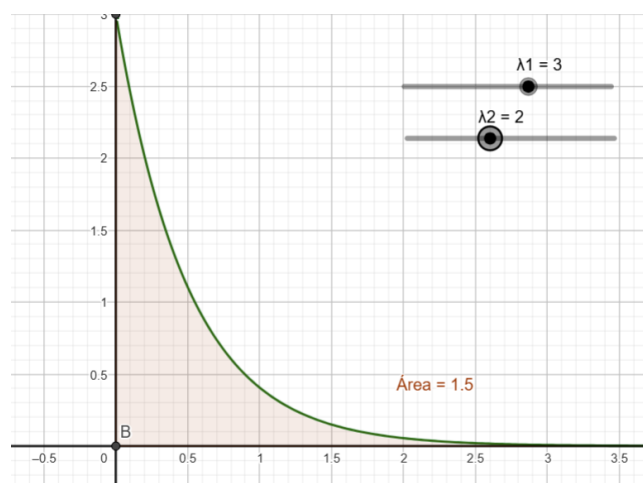
A função a seguir é um exemplo de distribuição exponencial de probabilidade? Justifique. Apresente possíveis alternativas para que seja uma distribuição exponencial de probabilidade.

$$g(x) = \begin{cases} 3e^{-2x}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Fonte: Acervo pessoal

As duplas construíram a função no software, efetuando uma conversão de uma representação no registro algébrico para outra no gráfico, e procuraram explorar valores no GeoGebra. Dado que foi discutida anteriormente a necessidade de a área ser igual a um para uma função ser classificada como função densidade de probabilidade, as duplas utilizaram essa condição para justificar a questão. Segue resolução da Dupla 2 para essa questão.

Figura 5 – Gráfico e resolução do exercício de distribuição exponencial - Dupla 2



Não, pois a área abaixo da função é diferente de 1. Para que seja uma distribuição exponencial o " λ_1 " deve ser igual ao " λ_2 " ($\lambda_1 = \lambda_2$)

ALTERNATIVA 1:
 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1,65$:

ALTERNATIVA 2:
 $\lambda_1 = \lambda_2 = 3,35$:

Fonte: Acervo pessoal

Observou-se que ambas as duplas compreenderam que a área abaixo da curva e acima do eixo x deveria ser igual a um e que necessariamente os valores de lambda 1 e lambda 2 deveriam ser iguais para que a função fosse considerada uma distribuição exponencial.

Após a conclusão do exercício, as duplas foram solicitadas a justificar, sem o auxílio do GeoGebra, a conclusão obtida. Os alunos prontamente calcularam a integral da função no intervalo de $-\infty$ a $+\infty$ e observaram que o resultado era diferente de um. Desta forma, os alunos efetuaram conversões entre representações nos registros gráfico, algébrico e da língua natural.

Da distribuição normal, foi selecionada uma questão em que eram dadas informações no registro algébrico para que o aluno elaborasse um problema na língua natural. Este tipo de conversão foi proposto em todos os modelos e foi aquele em que os alunos apresentaram maior dificuldade durante a aplicação do experimento. Segue o enunciado do exercício dessa distribuição.

Quadro 5: Apresentação da questão de distribuição normal

Para os dados apresentados e sabendo que é um exemplo de distribuição da Normal, crie um problema.

$$Z = \frac{82 - 70}{8} = 1,5$$

$$P(X > 82) = 0,0668$$

Fonte: Acervo pessoal

Apesar de a elaboração de problemas com base em informações da distribuição ter sido a questão de maior dificuldade nos modelos anteriores, os alunos não apresentaram dificuldade no modelo normal, provavelmente por já terem realizado essa conversão anteriormente nos demais modelos. Segue, a título de ilustração, a resolução da Dupla 2 para essa questão. Ela identificou a média e o desvio padrão na representação algébrica e elaborou um problema vinculado à probabilidade sugerida.

Figura 6 - Resolução do exercício de distribuição normal – Dupla 2

A pontuação em uma prova segue uma distribuição normal com média de 70 e desvio padrão de 8. Qual a probabilidade de um estudante obter mais de 82 pontos?

Fonte: Acervo pessoal

4 CONCLUSÃO

Este estudo, de caráter qualitativo, teve como principal objetivo desenvolver, aplicar e analisar um experimento de ensino sobre os modelos probabilísticos Binomial, de Poisson, Uniforme, Exponencial e Normal, elaborado de forma a integrar diferentes registros de representações semióticas e a contar com o apoio do software dinâmico GeoGebra. O registro gráfico teve grande presença no experimento e questões de simulação envolvendo esse registro foram bastante exploradas.

O estudo foi fundamentado na teoria dos registros de representações semióticas e nas indicações presentes na literatura sobre as vantagens do uso de ferramentas dinâmicas no ensino de matemática. O experimento de ensino foi aplicado a quatro estudantes do curso de Engenharia de Robôs que já haviam tido contato com esses modelos probabilísticos anteriormente, porém, por uma abordagem que integrou principalmente os registros algébrico e da língua natural e que não utilizou qualquer recurso computacional.

Teve-se a intenção de verificar se uma proposta com conversões envolvendo um registro não discursivo e com apoio de um software dinâmico poderia trazer contribuições na compreensão dos conteúdos trabalhados. Para apresentação nesse artigo, foram selecionadas cinco atividades, uma de cada modelo.

Os resultados apontaram que os estudantes ampliaram a compreensão dos modelos ao tratá-los estabelecendo relações com outros registros semióticos além dos usualmente explorados. Exercícios de simulação permitiram visualizar os impactos que uma alteração em um parâmetro da distribuição gerava nos registros gráfico e algébrico e analisar as condições

necessárias para obter uma função densidade de probabilidade. Exercícios de construção de problemas a partir de dados gráficos ou algébricos levaram os alunos a refletirem sobre as especificidades de cada modelo e foi neste tipo de conversão, tendo a língua natural como registro de chegada, que os alunos demonstraram maior dificuldade.

O aspecto dinâmico do *software*, da mesma forma como apontado na revisão de literatura, auxiliou na análise, em tempo real, das relações entre representações de diferentes registros, favorecendo o estabelecimento de conversões. A ferramenta criou um ambiente de experimentação, trazendo mais autonomia para o estudante, incentivando-o a testar hipóteses, a explorar diferentes situações antes de estabelecer conclusões, a interpretar as relações entre as representações gráfica e algébrica e a analisar aspectos conceituais.

Diante dos resultados obtidos, sugere-se que novas pesquisas relacionadas ao ensino de Matemática sejam realizadas tendo a preocupação de integrar diferentes registros semióticos e ferramentas computacionais que permitam realizar explorações diferenciadas daquelas usualmente tratadas no ensino usual.

REFERÊNCIAS

BORBA, M.; ENGELBRECHT, J.; LLINARES, S. Using digital technology and blending to change the mathematics classroom and mathematics teacher education. **Research in Mathematics Education**, 2021.

BORTOLOSSI, Humberto José. O uso do software gratuito GeoGebra no ensino e na aprendizagem de Estatística e Probabilidade. **Vidya**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 429-440, jul./dez. 2016. ISSN 2176-4603. Disponível em:

<https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1804>. Acesso em: 25 de set. de 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Resolução CNE/CES nº 1, de 26 de março de 2021**. Altera a Resolução CNE/CES nº 2, de 24 de abril de 2019, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do curso de graduação em Engenharia. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, n. 60, p. 31, 30 mar. 2021. Disponível em: <https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/resolucao-cne/ces-n-1-de-26-de-marco-de-2021-310143249>. Acesso: 15 de mar. de 2020

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in education research. **Educational Researcher**, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.

DUVAL, R. et al. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: introduzir a álgebra no ensino: qual é o objetivo e como fazer isso? 1. ed., v. II. São Paulo: PROEM, 2015.

DUVAL, R. Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática? [Trad. Mérciles Thadeu Moretti]. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – Revemat**, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

DUVAL, R. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. In: MORETTI, Mérciles T.; BRANDT, Celia F. (Org.). Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. Florianópolis: **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, REVMAT/UFSC, 2020.

PONTES, E. A. S. (2022). A prática docente do professor de Matemática na Educação Profissional e Tecnológica por intermédio das novas tecnologias da Educação Matemática. RECIMA21 - **Revista Científica Multidisciplinar** - ISSN 2675-6218, 3(10), e3102039.

PRODROMOU, Theodosia. GeoGebra in Teaching and Learning Introductory Statistics. **Proceedings of the 11th International Conference on Technology in Mathematics Teaching**, p. 233-240, 2013. Disponível em: https://atcm.mathandtech.org/EP2013/regular_papers/3612013_20285.pdf. Acesso em: 25 de set. de 2024.

SEKULIC, T.; TAKACI, D.; STRBOJA, M.; KOSTIC, V. (2020). Influence of mathematical modeling in GeoGebra environment on learning derivative. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, 27, 61-81

SOUZA MAFRA, J. R.; LOPES CAVALCANTE, M. D.; PEDROSO DOS SANTOS, G. O ensino de matemática por meio das tecnologias educacionais na educação matemática: The teaching of mathematics through educational technologies in mathematics education. **Revista Cocar**, [S. l.], n. 14, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5503>. Acesso em: 6 dez. 2023

PROBABILISTIC MODELS: A TEACHING PROPOSOL SUPPORTED BY GEOGEBRA SOFTWARE

Abstract: *This article presents part of a teaching experiment on probability distributions, developed based on the guidelines outlined in the Engineering curricular directives, particularly regarding the development of various forms of communication and the use of technology. The research was grounded in Duval's theory of semiotic representation registers, which emphasizes the importance of coordinating different registers—such as graphical, algebraic, and natural language—in mathematics education. The graphical register, often underexplored in this context, was integrated into the experiment with the support of the dynamic software GeoGebra. Based on the Design Experiment methodology, the study was applied to a sample of engineering students in order to refine the approach before large-scale implementation. The results indicated significant improvements in the understanding of probabilistic models, especially in situations involving the articulation of multiple registers facilitated by GeoGebra.*

Keywords: *probability, registers of semiotic representations, computational resources.*

