PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DE GRADES HORÁRIAS EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR: ADAPTAÇÕES A RESTRIÇÕES SANITÁRIAS

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2024.5189

Autores: *GABRIEL DE ARAUJO CASAS*

Resumo: *A construção de grades horárias e alocação de salas representa um constante desafio às instituições de ensino. Também chamado de Timetable ou Timetabling, este tipo de problema costuma envolver grandequantidade de variáveis.Embora amplamente estudado na literatura, o Timetableganhou mais uma dimensão após 2020: a pandemia de Covid-19. A disseminação da doença trouxe consigo diversas restrições sanitárias às instituições, tais como limitação da capacidade de salas, protocolos severos de higienização de espaços e medidas que limitaram ou diminuíram o fluxo de pessoas em suas instalações.Diante deste novo contexto, torna-se necessário reconsiderar certos fatores naconstrução de um Timetable.Sendo assim, o presente artigo trazuma proposta de modelagem matemáticapara construção de grades horárias e alocação de salas,através de programação linear,em uma Instituição de Ensino Superior inserida num ambiente com restrições sanitárias, simulando diferentes cenários para o modelo proposto.*

Palavras-chave: *University Timetable Problem, Pesquisa Operacional, Programação Linear, Grades Horárias, Pandemia.*

PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DE GRADES HORÁRIAS EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR: ADAPTAÇÕES A RESTRIÇÕES SANITÁRIAS

1 INTRODUÇÃO

Problemas de Programação (*Scheduling*) e de Planejamento (*Planning*) são muito comuns nas áreas de engenharia e ciências. Dentre os diversos tipos de problemas de programação existentes, destaca-se o de programação de horários (*Timetable*), presente em inúmeras áreas, tais como indústrias, empresas, hospitais, eventos esportivos, escolas e universidades.

Essa diversidade de aplicações dos problemas de programação nos leva a considerar contextos específicos nos quais esses desafios assumem formas particulares, como é o caso das instituições de ensino. Neste âmbito, a programação de horários transforma-se em um complexo problema de *Timetable*. Para Burke, de Werra e Kingston (2003), este problema é composto por quatro parâmetros: T, um conjunto finito de intervalos de tempo; R, um conjunto finito de recursos; M, um conjunto finito de encontros; e C, um conjunto finito de restrições. Sendo assim, é possível dizer que a temática central de um *Timetable* consiste em atribuir intervalos de tempo e recursos aos encontros, de forma a cumprir as restrições propostas.

Devido à alta complexidade do tema, a utilização da pesquisa operacional para resolução desse tipo de problema mostrou-se extremamente útil, uma vez que os casos reais podem apresentar centenas ou milhares de variáveis. Essa grande quantidade de variáveis acaba por tornar a alocação "manual" extremamente difícil e com resultados nem sempre de boa qualidade.

Problemas deste tipo não são novidade na literatura. Eles vêm sendo observados e estudados desde a década de 60, a partir dos trabalhos de Gotlieb (1963). Contudo, o ano de 2020 trouxe um novo paradigma: a pandemia de Covid-19. O quadro pandêmico impôs diversas restrições às instituições de ensino. Nesse contexto, a programação de horários e alocação de salas tornaram-se ainda mais importantes, uma vez que o fluxo de movimentação dentro destas instituições passou a ser fator fundamental para o controle da doença.

Diante deste novo cenário, o presente artigo visa apresentar o desenvolvimento de uma modelagem matemática utilizada para resolução de um problema real de *Timetable* em um ambiente com restrições sanitárias de ocupação, através da programação linear.

2 O PROBLEMA DA CONSTRUÇÃO DE GRADES HORÁRIAS

Para a construção de um modelo matemático de grades horárias faz-se necessário observar diversas limitações do mundo real, tal como capacidade limitada de salas, professores, etc.; a essas limitações dá-se o nome de restrições. Segundo Burke (1997), as restrições podem ser divididas em restrições *hard* e *soft*.

Restrições *hard*, ou essenciais, são aquelas que devem ser obrigatoriamente satisfeitas para resolução do problema, sob pena de torná-lo inviável. Cada problema de alocação de horários apresenta seu próprio conjunto de restrições *hard*, embora todos possuam algumas premissas básicas. Segundo White (1988) os requisitos mínimos para a construção de um *Timetable* são:

- Nenhum estudante ou professor pode estar em locais distintos ao mesmo tempo;
- Todas as aulas devem estar alocadas;
- Todas as salas devem ser grandes o bastante para as aulas alocadas a elas

Já as restrições *soft*, ou não essenciais, indicam apenas preferências do construtor do modelo; elas não precisam ser obrigatoriamente satisfeitas, mas o desrespeito a elas implicará uma penalização da função objetivo, de forma que o modelo tentará obedecê-las quando possível.

Além das restrições, todo modelo deve apresentar um objetivo. Assim, se uma instituição define que o seu objetivo é minimizar períodos vagos para professores, o modelo perseguirá o menor número de intervalos vagos para docentes, obedecidas todas as restrições *hard* e, na medida do possível, o máximo de restrições *soft*.

3 A PANDEMIA E O CONTEXTO DE RESTRIÇÕES SANITÁRIAS

O ano de 2020 trouxe um novo desafio para o *Timetable*: o coronavírus (Covid-19). De forma resumida, pode-se dizer que um contexto de pandemia traz 3 grandes "problemas" consigo. O primeiro deles refere-se à limitação da capacidade de salas, a fim de aumentar o distanciamento entre discentes nos ambientes fechados. Contudo, há um questionamento relevante a ser feito: qual deve ser o distanciamento correto? Um estudo conduzido em Cambridge mostrou que indivíduos sem máscaras podem infectar outros a mais de 2 metros de distância, mesmo em ambientes abertos (TRIVEDI, 2021).

Além disso, a depender de diversos fatores, as restrições sanitárias podem passar por fases mais severas ou mais amenas. Esta alternância de restrições traz também um problema de ordem prática às instituições de ensino: conforme as autoridades impõem mudanças na capacidade máxima de lotação dos ambientes (de 100% para 50%, por exemplo), estas organizações precisam rapidamente adequar-se às novas medidas. Por esta razão, este artigo propõe a inclusão de um fator de ocupação no modelo matemático para alocação de salas. Este fator de ocupação indica a lotação máxima a ser utilizada, variando entre 0 e 1 - com 0 representando nenhuma ocupação das salas (0%) e 1 representado a ocupação integral das mesmas (100%). A inclusão deste elemento visa, especialmente, que a alocação possa ser refeita de forma ágil apenas com a alteração do parâmetro, sem maiores modificações no modelo proposto.

O segundo grande aspecto a ser considerado é a movimentação de estudantes e docentes. Em cenários pandêmicos, essa movimentação ganha contornos muito mais críticos, uma vez que deve ser absolutamente evitada. Sendo assim, manter turmas em uma mesma sala e minimizar o deslocamento de pessoal passa a ser uma restrição *hard* do problema ou mesmo seu objetivo.

Por fim, a higienização dos espaços representa uma terceira preocupação. Neste ponto, salienta-se a conveniência da manutenção de salas para uma mesma turma; afinal, a troca obrigaria a instituição a sanitizar mesas e cadeiras, algo usualmente inviável em razão do tempo disponível.

4 O PROBLEMA

A Instituição de Ensino Superior (IES) estudada neste artigo faz parte de uma Universidade Pública. As instalações desta IES ocupam um espaço com cerca de 4.500 m2, divididos em 3 pavimentos, contemplando 20 salas de aulas e diversos espaços para outros fins.

Essa estrutura atende 46 professores e cerca de 1.300 estudantes, distribuídos entre os seus 3 cursos de graduação. A construção da grade horária para cada semestre é feita de forma manual e consome, em média, 3 semanas de trabalho da equipe. Esse período contempla elaboração do cronograma inicial, realização de ajustes e a entrega de um cronograma final para o semestre seguinte. Além do grande dispêndio de tempo, é comum haver conflitos de alocação de salas após o início do período letivo, o que compromete todo o trabalho feito anteriormente.

4.1 Pressupostos

Para a modelagem matemática do problema foram adotados alguns pressupostos. O primeiro deles é a escolha por um modelo do tipo *Master Timetabling*. Um modelo deste tipo preocupa-se somente com o trinômio sala / professor / disciplina. Apenas depois de elaborada a grade é que os alunos poderão ser alocados às disciplinas, conforme sua disponibilidade de horários.

O segundo pressuposto é que as disciplinas já possuem professores a ela designados antes mesmo da sua alocação no quadro de horários. Deste modo, pode-se entender que já existe um par “professor-disciplina” para cada matéria a ser oferecida naquele semestre.

O terceiro pressuposto refere-se ao turno de aulas. Neste artigo, as disciplinas dos três cursos serão alocadas preferencialmente no turno da noite.

Por fim, o quarto e último pressuposto é a não inclusão de algumas disciplinas. Essa exclusão se justifica em 2 diferentes casos: (a) quando a disciplina não for oferecida naquele semestre e (b) quando a disciplina for alocada arbitrariamente pelos gestores em um horário matutino ou vespertino (tais como Orientação de Trabalho de Conclusão de Curso).

4.2. Restrições

Cada problema de alocações de horários apresenta seu próprio conjunto de restrições. No caso estudado, um ponto relevante a ser considerado é a tradição da IES em alocar suas disciplinas em bloco. Desta forma, disciplinas com carga horária de 30 horas semestrais ocupam 2 horários consecutivos (2 horas) e disciplinas com carga horária de 60 horas semestrais ocupam 4 horários consecutivos (4 horas). Em virtude dessa escolha, é possível simplificar a representação da grade, compactando os horários conforme ilustrado no Quadro 1.

Quadro 1 – Representação Simplificada da Grade Horária

Horário / Dia	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
14:00 – 16:00	-	-	-	-	-
16:00 – 18:00	-	-	-	-	-
18:00 - 20:00	A	B	C	D	E
20:00 - 22:00	A	B	C	D	F

Fonte: Autoria Própria

Outra exigência da instituição é que aulas consecutivas de uma disciplina sejam ministradas na mesma sala, a fim de evitar o deslocamento de alunos e professores pelo prédio. Esta característica ganha ainda mais relevância no contexto atual de pandemia, pois não haveria tempo hábil para higienização das instalações.

Cabe ressaltar que a combinação destas 2 exigências forma um cenário interessante para o atendimento a restrições sanitárias: na maioria dos dias, alunos de diferentes turmas não possuem contato uns com os outros (exceto nos intervalos e ambientes externos).

Quadro 2 – Restrições do Modelo

Nome	Descrição
H1	Toda carga horária das disciplinas deve ser alocada
H2	Disciplinas somente podem ser alocadas somente em horários permitidos pela instituição
H3	Aulas de uma disciplina devem ser alocadas no mesmo dia
H4	Disciplinas obrigatórias de um semestre do mesmo curso não podem ter horários colidentes
H5	Professores somente podem ministrar aulas em horários que tenham à disposição
H6	Professores não podem ministrar mais de uma aula ao mesmo tempo
H7	O número de salas utilizadas por janela de tempo deve ser inferior ao total de salas disponíveis
H8	Toda disciplina deve estar associada a uma (e somente uma) sala
H9	Capacidade da sala deve ser maior que a demanda da disciplina
H10	Salas de aula podem receber somente uma disciplina ao mesmo tempo

Fonte: Autoria Própria

Inicialmente, foram adotadas dez restrições *hard* para a construção do modelo, conforme descritas no Quadro 2. Por sua vez, nenhuma restrição *soft* foi utilizada. Contudo, é importante observar o contexto especial do caso em análise: o que em outros problemas similares da literatura representam preferências dos gestores (como disciplinas em bloco ou diminuição de deslocamento), aqui são restrições essenciais por conta do ambiente de pandemia.

5 DESENVOLVIMENTO

No caso específico estudado, havia dois grandes objetivos na construção do *Timetable*; o primeiro deles referia-se à alocação dos professores nos seus dias de preferência. O segundo objetivo referia-se à utilização equilibrada das salas da Universidade.

Desta forma, foi proposto uma modelagem através de programação linear inteira mista, que tivesse por objetivo designar uma disciplina *d* e um professor *p* a uma sala *s*, em uma janela de tempo *j*. Para melhor organização, o problema foi divido em 2 modelos: (1) construção das grades horárias semanais, com o objetivo de maximizar a preferência dos docentes e (2) atribuição de salas às disciplinas, com o objetivo de uniformizar a ocupação das salas.

5.1. Construção do Modelo para Alocação de Disciplinas e Docentes

O primeiro modelo proposto cuida da construção das grades horárias semanais, com o objetivo de maximizar a preferência dos docentes. Para construção deste, foram utilizados os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

- C: Conjunto de Cursos disponíveis {1,..,*c*}
- L: Conjunto de Semestres Letivos disponíveis {1,..,*l*}
- W: Conjunto de Dias da Semana (“*week*”) disponíveis {1,..,*w*}
- J: Conjunto de Janelas de Tempo disponíveis {1,..,*j*}
- P: Conjunto de Professores disponíveis {1,..,*p*}

- D: Conjunto de Disciplinas disponíveis {1,..,*d*}
- PEN: Parâmetro que indica a penalidade por associar uma disciplina à tarde
- $PROF_d$: Parâmetro que indica o professor associado à disciplina *d*
- $CURSO_d$: Parâmetro que indica o curso associado à disciplina *d*
- $PERÍODO_d$: Parâmetro que indica o período associado à disciplina *d*
- CH_d : Parâmetro que indica a carga horária semanal da disciplina *d*
- NSALA: Parâmetro que indica o número total de salas disponíveis
- $DISP\_D_{d,w,j}$: Matriz de disponibilidade horárias das disciplinas onde,
    - 1, quando a disciplina *d* pode ser alocada no dia *w* e na janela de tempo *j*
    - 0, caso contrário
- $DISP\_P_{p,w,j}$: Matriz de disponibilidade horárias dos professores onde,
    - 1, quando o professor *p* pode ser alocado no dia *w* e na janela de tempo *j*
    - 0, caso contrário
- $PREF_{p,w,j}$: Matriz de preferência dos professores onde,
    - 10, quando o professor *p* prefere ter aulas no dia *w* e na janela de tempo *j*
    - 5, quando o professor *p* é indiferente a ter aulas no dia *w* e na janela de tempo *j*
    - 1, quando o professor *p* não deseja ter aulas no dia *w* e na janela de tempo *j*
- $x_{d,w,j}$: Variável de decisão binária que assume os valores
    - 1, se a disciplina *d* é alocada no dia *w* e na janela de tempo *j*
    - 0, caso contrário

A função objetivo e as restrições do modelo para alocação de disciplinas e docentes são apresentadas a seguir.

$$\text{(F.O. 1)} \quad Max \sum_{d\in D}\sum_{w\in W}\sum_{j\in J}\sum_{\substack{p\in P\\ /\, PROF_d=p}} PREF_{p,w,j} \times x_{d,w,j} - PEN \times \sum_{d\in D}\sum_{w\in W}\sum_{\substack{j\in J\\ /\, J\leq 2}} x_{d,w,j}$$

$$(1) \quad \sum_{w\in W}\sum_{j\in J} x_{d,w,j} = CH_d \qquad \forall\, d \in D$$

$$(2) \quad x_{d,w,j} \leq DISP_{D\,d,w,j} \qquad \forall\, d \in D, \forall\, w \in \mathrm{W}, \forall\, j \in J$$

$$(3) \quad x_{d,w_1,j_1} + x_{d,w_2,j_2} \leq 1 \qquad \forall\, d \in D, \; \forall\, w_1, w_2 \in W \,/\, w_1 \neq w_2$$

$$(4) \quad x_{d_1,w,j} + x_{d_2,w,j} \leq 1 \qquad \forall\, c \in C, \forall\, l \in L, \forall\, w \in \mathrm{W}, \forall\, j \in J, \; \forall\, d_1 \in D \,|\, CURSO_{d_1} = c \text{ e } PERÍODO_{d_1} = l, \; \forall\, d_2 \in D \,/\, CURSO_{d_2} = c \text{ e } PERÍODO_{d_2} = l$$

$$(5) \quad x_{d,w,j} \leq DISP\_P_{p,w,j} \qquad \forall\, p \in P, \forall\, w \in W, \forall\, j \in J, \; \forall\, d \in D \,/\, PROF_d = p$$

$$(6) \quad \sum_{\substack{d\in D\\ /\, PROF_d=p}} x_{d,w,j} \leq 1 \qquad \forall\, p \in P, \forall\, w \in W, \forall\, j \in J$$

$$(7) \quad \sum_{d\in D} x_{d,w,j} \leq \mathrm{NSALA} \qquad \forall\, w \in W, \forall\, j \in J$$

$$(8) \quad x_{d,w,j} \in \{0,1\} \qquad \forall\, d \in D, \forall\, w \in W, \forall\, j \in J$$

O objetivo do primeiro modelo (F.O. 1) é maximizar a preferência dos docentes em relação aos dias nos quais lecionam, tentando evitar alocações das disciplinas no turno da tarde. A restrição (1) garante que toda a carga horária das disciplinas deve ser alocada, enquanto a restrição (2) determina que as disciplinas somente podem ser alocadas em horários permitidos pela instituição. Conforme preferência dos gestores, a restrição (3) assegura que as aulas de uma mesma disciplina devem ser alocadas todas no mesmo dia. Além disso, a IES considera importante que os estudantes regulares (sem reprovações) possam se inscrever em todas as disciplinas de um período. Sendo assim, a restrição (4) determina que disciplinas obrigatórias de um semestre do mesmo curso não podem ter horários colidentes. A restrição (5) assegura que os professores sejam alocados somente em horários que tenham à disposição. A restrição (6) garante, por uma questão lógica, que professores não possam ministrar mais de uma aula ao mesmo tempo. Por sua vez, a restrição (7) garante que a alocação de disciplinas às janelas de tempo não exceda o número de salas disponíveis. Cabe ressaltar que essa restrição não se preocupa ainda com a alocação específica das salas: ela apenas cuida para que o modelo 2 seja exequível. Por fim, a restrição de domínio (8) assegura que a variável de decisão x seja binária, ou seja, assuma apenas valores 0 ou 1.

5.2. Construção do Modelo para Alocação de Salas

Enquanto o primeiro modelo trata da alocação de professores / disciplinas, o segundo modelo tem como objetivo a atribuição de salas de aula às disciplinas, de maneira que a utilização daquelas seja o mais equilibrada possível. Para tanto, foram utilizados os seguintes parâmetros e variáveis de decisão:

- W: Conjunto de Dias da Semana ("*week*") disponíveis {1,..,*w*}
- J: Conjunto de Janelas de Tempo disponíveis {1,..,*j*}
- D: Conjunto de Disciplinas disponíveis {1,..,*d*}
- S: Conjunto de Salas de Aula disponíveis {1,..,*s*}
- CAP_s : Parâmetro que indica a capacidade de alunos na sala s
- $VAGAS_d$: Parâmetro que indica a quantidade de vagas disponibilizadas para a disciplina *d*
- OCUP: Parâmetro que indica o percentual de ocupação máximo permitido para as salas em virtude de restrições sanitárias
- $X_{d,w,j}$: Matriz de grades horárias das turmas, calculadas no subproblema 1 na variável de decisão $x_{d,w,j}$, onde,
  - 1, se a disciplina *d* foi alocada no dia *w* e na janela de tempo *j*
  - 0, caso contrário
- $y_{d,s}$: Variável de decisão binária que assume os valores
  - 1, se a sala de aula *s* recebe a disciplina *d*
  - 0, caso contrário
- max_uso: Variável de decisão linear que representa o máximo de janelas de tempo no qual uma sala recebe alocações de disciplinas
- min_uso: Variável de decisão linear que representa o mínimo de janelas de tempo no qual uma sala recebe alocações de disciplinas

A função objetivo e as restrições do modelo para alocação de salas são apresentadas a seguir.

$$(\text{F.O. } 2) \quad Min \ \max\_uso - \min\_uso$$

$$(9) \quad max\_uso \geq \sum_{d \in D} y_{d,s} \qquad \forall\, s \in S$$

$$(10) \quad min\_uso \leq \sum_{d \in D} y_{d,s} \qquad \forall\, s \in S$$

$$(11) \quad \sum_{s \in S} y_{d,s} = 1 \qquad \forall\, d \in D$$

$$(12) \quad OCUP \times CAP_s \geq VAGAS_d . y_{d,s} \qquad \forall\, d \in D, \forall\, s \in S$$

$$(13) \quad \sum_{d \in D} X_{d,w,j} \times y_{d,s} \leq 1 \qquad \forall\, w \in W, \forall\, j \in J, \forall\, s \in S$$

$$(14) \quad y_{d,s} \in \{0,1\} \qquad \forall\, d \in D, \forall\, s \in S$$

O objetivo deste modelo (F.O. 2) é equilibrar a utilização das salas disponíveis, evitando que uma sala receba muito mais disciplinas que outra. A restrição (9) calcula o valor da variável max_uso, que representa o máximo de janelas de tempo no qual uma sala recebe alocações de disciplinas. Por sua vez, a restrição (10) calcular o valor da variável min_uso, que representa o mínimo de janelas de tempo no qual uma sala recebe alocações de disciplinas. A restrição (11) garante que toda disciplina deve estar associada a uma (e somente) uma sala de aula. A seguir, a restrição (12) assegura que as disciplinas sejam alocadas em salas de capacidade compatível com as vagas disponibilizadas, considerando o fator de ocupação limitante por restrições sanitárias. A restrição (13) determina, por questões lógicas, que duas disciplinas não podem ser alocadas em uma mesma sala no mesmo horário. Por fim, a restrição de domínio (14) assegura que a variável de decisão y seja binária, ou seja, assuma apenas valores 0 ou 1.

5.3. Implementação

Os dados utilizados como entradas (*inputs*) foram armazenados em uma planilha de *Microsoft® Excel* 365. Além desta planilha, que recebe os *inputs*, foi utilizada uma segunda planilha, que recebe as saídas (*outputs*) dos modelos e exibe o resultado na forma de um quadro de horários facilmente compreensível.

Os dados inseridos na planilha de entrada servem como *inputs* para o modelo de alocação de disciplinas e docentes, fornecendo como saída a variável x, a qual representa a alocação de professores e disciplinas às janelas de tempo disponíveis. Por sua vez, a variável x serve como *input* para o modelo de alocação de salas, que também utiliza alguns dados da planilha de entrada para gerar a variável y. Esta variável representa a alocação dos pares professores/disciplinas às salas disponíveis, dentro das janelas de tempo possíveis.

Ambos os modelos utilizam o *Software Lingo* 20.0 como *solver*. A escolha do *software* foi motivada pelo prévio conhecimento do autor a respeito, embora existam outras opções viáveis no mercado.

5.4. Testes e Resultados

Após a elaboração dos modelos, foram testadas 4 instâncias de dados para comparação de resultados: (1) sem restrições sanitárias, com o número de salas e disciplinas idêntico ao cenário real; (2) sem restrições sanitárias, mas com apenas metade das salas disponíveis; (3) com restrições sanitárias médias; (4) com restrições sanitárias severas.

Cabe ressaltar que inicialmente não foi possível obter uma resposta factível para o segundo modelo em nenhuma das instâncias. Tal inviabilidade se deu pelo fato do primeiro modelo não possuir nenhuma restrição referente às salas. Por conta disso foi inserida a restrição *hard* 7 (apresentada anteriormente) no modelo 1, garantindo que a alocação de disciplinas às janelas de tempo não excedesse o número de salas disponíveis. Os resultados são apresentados a seguir.

Instância 1

A primeira instância de dados testada foi a alocação de 55 disciplinas em 20 salas, com fator de ocupação de 100% (ou seja, sem restrições sanitárias). Este primeiro cenário representa o contexto mais próximo da realidade atual da instituição. Para este caso, tanto o modelo 1 quanto o modelo 2 encontraram soluções ótimas em tempos computacionais relativamente pequenos (1,25s e 0,46s, respectivamente).

O Quadro 3 apresenta uma visão geral da ocupação das salas para esta instância. Esta resposta demonstra que não houve a necessidade de utilização do turno da tarde para alocação de disciplinas. Além disso, mantidas as quantidades atuais de disciplinas e inexistindo restrições sanitárias, algumas salas poderiam ser disponibilizadas para outros fins (como laboratórios, por exemplo), sem riscos de indisponibilidade para a instituição.

Quadro 3 – Ocupação de Salas para Instância 1

Total de Salas Utilizadas					
	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**
14h - 16h	0	0	0	0	0
16h - 18h	0	0	0	0	0
18h - 20h	11	13	8	10	10
20h - 22h	11	12	8	10	11
Salas Disponibilizadas			20		
Ocupação de Salas - Tarde			0,00%		
Ocupação de Salas - Noite			52,00%		

Fonte: Autoria Própria

Instância 2

A segunda instância de dados testada foi a alocação de 55 disciplinas em 10 salas, com fator de ocupação de 100%. Este segundo cenário representa uma grande redução do número de salas disponíveis (50%), com a manutenção do mesmo número de disciplinas que IES oferece usualmente por semestre, mas ainda sem restrições sanitárias.

Para esta instância também foram encontradas soluções ótimas no modelo 1 e 2 (em 2,25s e 0,63s, respectivamente). Contudo, a alocação proposta neste cenário ocupou todas as salas à noite, segundo apresentado no Quadro 4. Em última análise, é possível afirmar que uma redução tão drástica no número de salas obrigaria a IES a utilizar o turno vespertino para disponibilizar as disciplinas desejadas. Além disto, no turno da noite não haveria nenhuma disponibilidade de sala para outros fins.

Quadro 4 – Ocupação de Salas para Instância 2

Total de Salas Utilizadas					
	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**
14h - 16h	0	0	1	0	1
16h - 18h	1	0	0	0	1
18h - 20h	10	10	10	10	10
20h - 22h	10	10	10	10	10
Salas Disponibilizadas			10		
Ocupação de Salas - Tarde			4,00%		
Ocupação de Salas - Noite			100,00%		

Fonte: Autoria Própria

Instância 3

A terceira instância de dados testada foi a alocação de 65 disciplinas em 20 salas, com fator de ocupação de 50%. Este terceiro cenário simula um contexto de pandemia com restrições sanitárias e demanda uma explicação um pouco mais detalhada dos pressupostos utilizados.

O primeiro deles é que o número de vagas para a maioria das disciplinas também foi reduzido pela metade. Isso ocorre porque seria simplesmente inviável que todas as disciplinas com N vagas demandassem salas com o dobro de assentos.

Por outro lado, esta redução de vagas poderia levar a um grande número de alunos ociosos, uma vez estes não conseguiriam se inscrever em algumas disciplinas. Devido a isso, foram inseridas mais 10 disciplinas "extras", simulando turmas adicionais. Por exemplo: uma disciplina "A", usualmente com 100 vagas, poderia ser dividida em "A1" com 50 vagas e "A2" também com 50 vagas. Neste caso, ambas deveriam ser alocadas numa sala com 100 assentos, a fim de respeitar a restrição de ocupação desse cenário (50%).

Quadro 5 – Ocupação de Salas para Instância 3

Total de Salas Utilizadas					
	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**
14h - 16h	1	1	2	1	0
16h - 18h	1	0	2	1	1
18h - 20h	11	12	11	10	12
20h - 22h	10	14	11	10	13
Salas Disponibilizadas			20		
Ocupação de Salas - Tarde			5,00%		
Ocupação de Salas - Noite			57,00%		

Fonte: Autoria Própria

Para este cenário também foram encontradas soluções ótimas para o modelo 1 e 2, em tempos computacionais relativamente pequenos (2,24s e 0,53s, respectivamente). No Quadro 5 é possível observar a ocupação de salas para esta instância. Um importante ponto a se observar é que algumas disciplinas foram alocadas em horários da tarde, mesmo sem ocupação completa do turno da noite. Isso ocorre devido à inserção de novas disciplinas obrigatórias dos períodos: sendo assim, para impedir alocações conflitantes com as disciplinas já existentes, o modelo “empurra” uma disciplina para o turno da tarde.

Em última análise, é possível inferir que mesmo com o retorno do quadro pandêmico, IES poderia alocar todos as matérias desejadas com as devidas adaptações

Instância 4

A quarta e última instância de dados testada foi a alocação de 75 disciplinas em 20 salas, com fator de ocupação de 30%. Este quarto cenário simula um contexto drástico de pandemia com restrições sanitárias severas e, utilizado pressupostos similares ao cenário anterior.

O primeiro deles é que o número de vagas para a maioria das disciplinas também foi reduzido para 30% do valor original. Isso ocorre porque seria inviável que todas as disciplinas com N vagas demandassem salas com o triplo de assentos; caso contrário, disciplinas com 100 vagas exigiriam verdadeiros “auditórios” com mais de 300 lugares!

Por outro lado, da mesma forma que o cenário anterior, a redução de vagas poderia levar a um grande número de alunos ociosos. Tendo em vista esse fator, o segundo pressuposto foi a inserção de 20 disciplinas “extras”, a fim de simular turmas adicionais. Neste caso, uma disciplina “A”, usualmente com 100 vagas, poderia ser dividida em três disciplinas: “A1”, “A2” e “A3”, cada uma com 30 vagas. Neste caso, todas as 3 deveriam ser alocadas numa sala com 100 assentos, a fim de respeitar a restrição de ocupação desse cenário (30%).

Mesmo neste cenário mais radical, foram encontradas soluções ótimas para o modelo 1 e 2 (em 4,51s e 0,61s, respectivamente). No Quadro 6 é possível observar a ocupação de salas para esta instância. Da mesma forma que a instância anterior, houve alocação de disciplinas em horários da tarde, mesmo sem ocupação completa do turno da noite. Isso ocorre devido à inserção de novas disciplinas obrigatórias dos períodos.

Quadro 6 – Ocupação de Salas para a Instância 4

Total de Salas Utilizadas					
	Segunda	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**
14h - 16h	4	2	3	0	3
16h - 18h	5	3	3	0	3
18h - 20h	12	11	14	11	11
20h - 22h	13	11	12	11	12
Salas Disponibilizadas			20		
Ocupação de Salas - Tarde			13,00%		
Ocupação de Salas - Noite			59,00%		

Fonte: Autoria Própria

Em última análise, é possível inferir que mesmo com o retorno de um quadro pandêmico severo, a IES poderia alocar todos as matérias desejadas, contanto que reduzisse o número de vagas em disciplinas com menores demandas de vagas e desmembrasse algumas disciplinas com maiores demandas de vagas, oferecendo turmas extras.

6 ANÁLISE E CONCLUSÕES

Ao fim dos testes, foi possível constatar que os modelos desenvolvidos são capazes de gerar uma grade horária que respeite as restrições impostas pela Instituição, observadas as disponibilidades e preferências dos docentes, ao mesmo tempo que distribui as aulas de maneiras mais equilibrada às salas disponíveis.

Um importante ponto a se destacar foi a redução do período para elaboração destes quadros horários. O processo, que antes durava em torno de 3 semanas, agora pode ser executado em menos de 1 dia, com o preenchimento das informações na planilha de entrada e a execução do programa, com tempos de processamento entre 1 e 5 segundos para cada modelo.

Além disso, foram observadas certas características específicas da IES que auxiliaram na construção do modelo e podem ser reproduzidas por gestores que enfrentem desafios de cenários pandêmicos. São elas:

- Compactação de disciplinas em horários consecutivos
- Manutenção de uma mesma sala para aulas consecutivas de uma mesma disciplina
- Carga horária “padronizada” das disciplinas (no caso da IES, há apenas 2 opções, 30 horas semestrais ou 60 horas semestrais)

Em relação à contribuição para a literatura de problemas de *Timetable*, este artigo buscou contribuir em 2 pontos: primeiramente, apresentando uma modelagem de um caso real, com uma solução prática a ser implementada. Em segundo lugar, apresentando um parâmetro limitador de ocupação de salas, em casos similares onde haja restrições de capacidade.

Para cada instância testada foi possível obter um quadro de horários otimizado, embora os cenários pandêmicos tenham demandado a utilização de ajustes. Para gestores que encaminhem desafios similares, alguns ajustes propostos incluem:

- Disponibilização de novos horários não usuais
- Redução do número de vagas em disciplinas com menor demanda
- Desmembramento em turmas extras para disciplinas com grande demanda

Por fim, como sugestões de pesquisas futuras, sugere-se a utilização de métodos heurísticos para a resolução do modelo sem subdivisões ou dos atuais modelos caso a Instituição apresente instâncias com volumes de dados muito superiores aos apresentados neste artigo.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos especiais a todos os docentes do curso de Mestrado Profissional em Engenharia de Produção e Sistemas Computacionais da UFF Rio das Ostras pelas orientações imprescindíveis à conclusão deste trabalho.

Agradecimentos também a toda a equipe da Instituição de Ensino estudada, sem os quais não seria possível concluir esta pesquisa.

REFERÊNCIAS

BURKE, E.; JACKSON, K.; KINGSTON, J. H.; WEARE, R. **Automated University Timetabling : The State of the Art**. Computer journal, 40, n. 9, p. 565-571, 1997.

BURKE, E.; WERRA, D.; KINGSTON, J. **Applications to Timetabling.** In J. L. Gross & J. Yellen. Graph Theory (chap. 5, pp. 445-474). Boca Raton: CRC Press, 2003.

CARTER, M.W.; LAPORTE, G. **Recent Developments in Practical Course Timetabling**. In E. Burke & M. Carter. Practice and theory of automated timetabling (Vol. 1408, pp. 3-19). Toronto: Springer-Verlag Berlin, 1998.

GOTLIEB, C.C. **The Construction of Class-Teacher Timetables**. In C. M. Popplewell, IFIP congress, 1963.

TRIVEDI, S. et al. **Estimates of the Stochasticity of Droplet Dispersion by a Cough. Physics of Fluids**. DOI: 10.1063/5.007052, 2021.

WHITE, G. M.; WONG, S. K. S. **Interactive Timetabling in Universities**. Computers and education, 12, n. 4, p. 521-529, 1988.

MATHEMATICAL MODELING PROPOSAL FOR TIMETABLE CONSTRUCTION IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS: ADAPTATIONS TO HEALTH RESTRICTIONS

Abstract: The development of schedules and the allocation of classrooms represent a constant challenge to educational institutions. Also called Timetable or Timetabling, this kind of problem usually includes many variables.

Although widely studied in the literature, this problem gained another dimension after 2020: the Covid-19 pandemic imposed several health restrictions on institutions, such as limiting room capacity, strict protocols for sanitizing spaces, and measures that limited or reduced the flow of people in their facilities.

Given this new context, it is necessary to reconsider certain factors when modeling a Timetable. Thus, this paper presents the construction of a linear programming model to build time slots and allocate rooms in a Higher Education Institution inserted in an environment with sanitary restrictions, simulating different scenarios for the proposed model.

***Keywords*:** University Timetable Problem, Operational Research, Linear Programming, Timetable, Pandemic.