



ERROS E OBSTÁCULOS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE INTEGRAIS DUPLAS

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2024.5016

Autores: SAMANTHA CARLA SOUZA SILVA, CELSO EDUARDO BRITO

Resumo: Durante o processo de aprendizagem em Matemática, é comum os alunos enfrentarem dificuldades ao se depararem com novos conceitos. Superar esses obstáculos é essencial para a construção do conhecimento, já que os erros permitem o crescimento acadêmico. As autoanálises de erros proporcionam aos alunos uma maneira de rever seus erros de forma crítica e investigativa bem como a identificar lacunas de conhecimento, determinando os fatores que levaram aos seus erros e evitando a frustração e a perpetuação dos obstáculos. Enfrentando seus obstáculos, os alunos conseguem superar resistências mentais e buscar melhorias para futuros êxitos. Essa ferramenta enriquece o processo de aprendizado e o ensino do professor, permitindo a melhoria das práticas pedagógicas e do processo avaliativo. O presente trabalho teve por objetivo investigar obstáculos e os erros enfrentados por alunos do componente curricular Cálculo Diferencial e Integral IV, com base em teorias de didática da Matemática. Essas pesquisas foram realizadas em Turmas do curso de Engenharia Civil do IFBA - Campus Eunápolis, para identificar e superar tais obstáculos em benefício dos alunos, enriquecendo o processo de ensino e aprendizado.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Obstáculos; Integrais Duplas

ERROS E OBSTÁCULOS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE INTEGRAIS DUPLAS

1 INTRODUÇÃO

Durante o processo de aprendizagem em Matemática, é comum os alunos encontrarem dificuldades ao se depararem com novos conceitos. Superar esses obstáculos é fundamental para a construção do conhecimento, pois são esses erros que permitem o crescimento acadêmico. Através da análise crítica e investigativa de seus erros, os estudantes podem identificar lacunas de conhecimento e buscar melhorias para alcançar o sucesso. Quando não ocorre a superação desses obstáculos ou o não reconhecimento destes e suas motivações, o discente acaba por se sentir frustrado e novos obstáculos surgem e permanecem, bem como os antigos, num ciclo que irá afetar o desenvolvimento do conhecimento.

Nesse contexto, as Autoanálises de Erros de Erros de erros oferecem aos estudantes a possibilidade de rever seus erros com um novo olhar, crítico e investigativo, buscando detalhar os fatores que culminaram nestes erros. Ao enfrentarem seus obstáculos, os discentes são capazes de derrubar a resistência de senso comum que tinham outrora, de identificar suas lacunas de conhecimento e buscar melhorias no campo necessário para futuros êxitos. Essa ferramenta enriquece o processo de aprendizado dos alunos e o ensino do professor. Através das Autoanálises de Erros de Erros, o professor compreende os elementos do saber presentes e como afetaram a aprendizagem em Matemática dos estudantes, buscando melhorar suas práticas pedagógicas, transposições e o processo avaliativo. Isso leva a futuros desdobramentos positivos no enfrentamento de obstáculos em novas turmas. É necessário investigar a presença e os contextos desses obstáculos, assim como as medidas para superá-los em benefício dos alunos.

Diante desses pontos, realizamos investigações, por meio de levantamentos bibliográficos acerca das teorias em didática da Matemática, relativos às Teorias Antropológica do Didático — TAD (CHEVALLARD, 1992), Teoria dos Registros de Representação Semiótica — TRRS (DUVAL, 1999) e Noções de Obstáculos — (BROUSSEAU, 1995). Isso ocorreu mediante uma pesquisa quanti-qualitativa efetuada nas atividades aplicadas em Turmas no componente curricular de Cálculo Diferencial e Integral IV do curso superior Bacharelado em Engenharia Civil do IFBA — Campus Eunápolis, nos anos letivos de 2022 e 2023. O foco dessa pesquisa se concentrou nos obstáculos presentes nas produções dos discentes para o objeto matemático Integrais Duplas, inclusive observados do ponto de vista deles, mediante suas Autoanálises de Erros de Erros (manuscrito desenvolvido mediante organização prévia estabelecida pelo docente), nos diversos momentos de presentes no componente citado, principalmente em relação suas avaliações formais, feitas com o uso de tecnologias digitais.

2 BIBLIOGRAFIA

2.1 Teoria Antropológica do Didático - TAD

Fundamentada por Yves Chevallard em 1999, essa teoria reconhece a influência do contexto social e cultural no processo de ensino e aprendizagem matemática, estudando o funcionamento dos sistemas didáticos conhecidos como as relações sujeito-instituição-saber. Henriques (2019, p.52) define uma Pessoa como formada pelas relações pessoais de um sujeito X com um objeto O em determinado momento, sendo estas relações pessoais determinadas pelas interações que o sujeito pode estabelecer com o objeto. Esse conjunto de relações pessoais é evolutivo conforme surge ou se perde o reconhecimento de objetos pelo sujeito X. A Instituição se constitui do conjunto de regras, normas, práticas e ambiente no qual se dá o processo de ensino e aprendizagem matemática, num contexto social e cultural específico.

Na didática da matemática, um objeto é qualquer coisa tangível ou não que exista para pelo menos um indivíduo ou instituição; assim, constitui-se do conjunto de conceitos, propriedades e relações que são ensinados e aprendidos durante o processo educativo, sendo essencialmente abstrato. Chevallard considera que os objetos são de natureza ostensiva ou não ostensiva; o primeiro é aquele que possui uma certa materialidade e pode ser manipulado durante a realização da atividade matemática, enquanto o segundo é abstrato (como uma ideia ou um conceito) e precisa ser evocado ou invocado através da manipulação de um objeto ostensivo que lhe é associado.

Na TAD, a praxeologia se compõe das noções de Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria. A Tarefa constitui-se de um exercício, exemplo ou problema proposto por uma instituição, sendo a mesma sem ambiguidades e podendo conter em sua estrutura a presença de subtarefas. Para cada Tarefa, existe uma Técnica (ou um conjunto limitado destas) que permita realizar o objetivo proposto. O desenvolvimento dessas Técnicas, no âmbito institucional, está diretamente ligado à presença de uma problemática que constitua um desafio na execução da Tarefa. Tecnologia é uma ferramenta que permite explicar e justificar o uso de uma Técnica na execução de uma Tarefa. Por fim, a Teoria é um conjunto de regras sistemáticas que constituem um ramo de saberes organizados.

Dessa forma, a Teoria Antropológica do Didático pode ser utilizada a fim de compreender as estratégias utilizadas pelos sujeitos (estudantes) no processo de aprendizado dos objetos enquanto afetados por um contexto sociocultural específico da instituição na qual se inserem.

2.2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Desenvolvida por Raymond Duval em 1999, essa teoria tem como seu objetivo principal o estudo das representações dos objetos e suas manipulações nos diferentes registros semióticos. A representação semiótica trata da representação de um objeto qualquer através de signos. Almouloud (2007, p.71) define que “um objeto matemático não existe sem suas diferentes representações e pontos de vista”; existe a dificuldade de se enxergar um objeto matemático: este não existe fisicamente, apenas no campo mental. Assim, para o estudante, a sua visualização dependerá, portanto, das representações desse objeto e da capacidade deste em reconhecer o objeto nas suas mais diversas representações.

Um objeto do saber pode ser representado em diferentes registros, os quais são compostos de signos.

Um signo é um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico, tal como as regras linguísticas na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, figuras geométricas para o registro gráfico, número, operações aritméticas, para o registro numérico e, de um modo geral as regras de conformidade (Henriques, 2019, p.71).

Por natureza, a codificação consiste em relacionar um signo com uma mensagem já expressa de modo explícito em outro sistema semiótico. Assim, os signos atuam em nível não consciente, sendo responsáveis por transmitir ou categorizar dados, sem se referir diretamente a esse objeto. Os registros, por sua vez, atuam no cognitivo consciente, sendo diretamente relacionados aos objetos estudados: o que é observado é sempre determinado semanticamente e topologicamente. Os registros são não ostensivos (ideias, noções, conceitos), inertes; acomodam representações (ostensivos) de saberes de um determinado objeto, externando assim o não ostensivo através do extensivo.

Henriques (2007, p.73) menciona que um objeto pode ser manipulado sem que se altere seu registro mediante uma transformação interna a este, no processo denominado tratamento. Quando ocorre a alteração do registro de representação de um objeto para outro registro do mesmo, trata-se do processo de conversão.

No processo de ensino e aprendizagem matemática, a manipulação de um objeto através desses processos é imprescindível para o estudante compreender o objeto matemático estudado, sendo assim capaz de realizar a coordenação entre os diferentes registros de um mesmo objeto.

2.3 Obstáculos na Aprendizagem Matemática

Brousseau determina em sua Noção dos Obstáculos (1939) que estes são inerentes e imprescindíveis ao processo de ensino e aprendizagem em qualquer campo do conhecimento. O momento no qual decorre a inserção de novos conhecimentos produz desconforto nos discentes, uma vez que é necessário que estes adaptem os conhecimentos que já possuem à nova situação ou compreendam um novo objeto de saber e incrementem em seu campo de conhecimento. É neste contexto que surgem os obstáculos, crucial ao processo de aprendizado.

Os obstáculos podem ser classificados como epistemológicos quando ligados ao campo de conhecimento do estudante, seja em relação a conhecimentos já formados ou a inserção de novos conhecimentos. Os obstáculos psicológicos se relacionam à psique do estudante e seu contexto emocional durante o processo de aprendizado. Por sua vez, os obstáculos técnicos são referentes às dificuldades relacionadas a habilidades e técnicas específicas necessárias para a resolução de problemas matemáticos. Por fim, os obstáculos didáticos são aqueles que ocorrem devido à metodologia escolhida pelo docente ou do sistema educativo didático, influenciando diretamente no processo de aprendizado.

Existem fatores que contribuem na ocorrência desses obstáculos, dos quais se cita:

- a) Generalização abusiva: Refere-se à tendência dos estudantes em generalizar incorretamente uma propriedade ou regra matemática, extrapolando sua aplicação para situações nas quais ela é inválida;
- b) Regularização formal e abusiva: Consiste na aplicação mecânica de regras matemáticas sem compreender o significado e a lógica por trás dela.
- c) Fixação em uma contextualização: é quando se adota apenas um contexto quando é explicitado um objeto matemático;

- d) Aderência exclusiva a um único ponto de vista. Alguns estudantes têm dificuldade em compreender diferentes abordagens ou representações matemáticas. Eles podem se limitar a um único ponto de vista, o que dificulta a compreensão de outros métodos ou estratégias para resolver problemas;
- e) Amálgama de noções: Refere-se à tendência dos estudantes de misturar conceitos ou propriedades matemáticas, gerando confusão e dificuldade em aplicar corretamente os conhecimentos adquiridos.

Destaca-se que muitas vezes um tipo de obstáculo pode desencadear outro obstáculo durante o processo de aprendizado do estudante, como, por exemplo, um obstáculo didático gerar, ao longo do tempo, obstáculos epistemológicos ou psicológicos. É, portanto, importante que os discentes possuam meios de identificar seus obstáculos como uma forma evitarem a perpetuação de uma lacuna nos seus conhecimentos, porém sem evitar completamente a ocorrência desses uma vez que “devem-se buscar situações em que os erros, necessários a aprendizagem, revelem um saber em constituição” Almouloud (2007, p.130).

2.4 Outras produções

Cabe ressaltar que o presente estudo faz parte de uma pesquisa maior, intitulada “*Erros e Obstáculos relativos à Saberes Matemáticos: Uma Análise à Luz de Teorias em Didática da Matemática*”, iniciada em 2019 e aprovada no Comitê de Ética em Pesquisa — CEP/IFBA sob o número de protocolo 30270720.0.0000.5031. O procedimento metodológico apresentado a seguir já fora utilizado em outras produções realizadas na mesma instituição:

- Um artigo em 2017 intitulado “*Erros e Obstáculos no processo de aprendizagem de derivadas: Uma Análise na perspectiva docente/discente*”;
- Um artigo em 2021 intitulado “*Autoanálise de Erros: Sugestão Metodológica para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral*”;
- Um trabalho de conclusão de curso intitulado “*Contribuições da Autoanálise de Erros e Obstáculos nos processos do ensino e da aprendizagem de limites no curso de Engenharia Civil do IFBA/Eunápolis*”;

Sendo todas produções nas quais o coautor do presente estudo atuou como coautor/orientador, e possuindo relevância em suas contribuições para os estudos posteriores acerca do tema, na qual o presente estudo se classifica.

3 METODOLOGIA

Pela Teoria Antropológica do Didático, consideramos como objetos do saber as Integrais Duplas, a componente curricular Cálculo Diferencial e Integral IV como instituição e os estudantes das turmas dos anos letivos de 2022.2 e 2023.2 como sujeitos. Para tanto, utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para explicitar o processo de aprendizado individual dos estudantes em relação a esses objetos através da confecção de redações, intituladas Autoanálises de Erros de Erros de Erros pelo docente, cujo modelo é demonstrado na Figura 1.

Os estudantes recebiam orientação no início do semestre letivo acerca da confecção de suas Autoanálises de Erros de Erros, sendo incentivados a descreverem detalhadamente seu estado psicológico e físico durante realização das atividades avaliativas, bem como o raciocínio utilizado na realização das Tarefas propostas.

Figura 1: Modelo das Autoanálises de Erros de Erros de Erros.

AUTOANÁLISE DE ERROS

ESTUDANTE: *Nome do discente*

Segue abaixo a descrição analítica dos erros, em seus respectivos registros, encontrados na avaliação em dupla/grupo (Parcial# / Final#):

Introdução

Quadro 1 – Quantidade de Erros/Registros de Representação

QUANTIDADE DE ERROS			
Prévios	Atuais	Atenção	Outros
Língua Materna	Registro Algébrico	Registro Gráfico	Registro Numérico

Fonte: Sobrenome do discente, ano.

Autoanálise %

Fonte: Dados da Pesquisa,2024.

No Modelo de Autoanálise de Erros visto na Figura 1, há a presença de uma tabela onde os estudantes deveriam inserir o quantitativo de Erros cometidos na atividade em questão, seguindo o sistema de signos para classificação desenvolvido pelo docente apresentado na Figura 2 e detalhado na Tabela 1. Esse sistema permite que, ao relacionarem seus erros com uma simbologia, o discente possa externar suas dificuldades em um formato visual que facilite a compreensão dos Erros em si. Além disso, cada Erro deve ser relacionado a um Registro (Língua Materna, Algébrico, Numérico, Gráfico) incentivando o estudante a praticar a coordenação entre os Registros do(s) objeto(s) matemático(s) estudado(s).

Figura 2 : Simbologia dos Erros.

CATEGORIA DO ERRO	SIMBOLOGIA
<i>Erros de Conhecimentos Prévios</i>	☺
<i>Erros de Conhecimentos Atuais</i>	☹
<i>Erros de Atenção</i>	⊕
<i>Outros Erros</i>	💣

Fonte: Dados da Pesquisa,2024.

Tabela 1 : Detalhamento para classificações dos Erros.

CATEGORIA DO ERRO	DETALHAMENTO
Conhecimentos Prévios	Erros relacionados a conceitos necessários para o desenvolvimento da questão que foram vistos desde a educação básica até o crédito anterior à aplicação dessa atividade.
Conhecimentos Atuais	Erros relacionados a não apropriação do conteúdo matemático, necessário para resolução dos problemas matemáticos da atividade.
Atenção	Esquecimento de sinais, contas simples, manipulações algébricas erradas por falta de atenção; Erros de manipulações de calculadoras ou outros instrumentos tecnológicos; Erros relacionados à leitura parcial ou equivocada de enunciados de questões; escritas incorretas de simbologia matemática por falta de atenção e não por não conhecimento.
Outros Erros	Falta de tempo para resolução de questões; Erros por dispersões contínuas, geradas pelo psico-cognitivo do indivíduo, entre outros fatores que dispersam; Erros por organização da resolução; Erros por esboços gráficos aparentemente corretos, mas faltando dados visuais que o invalidam parcialmente; Erros em grafia ou concordância na escrita das soluções; outros erros que não se classificam nas categorias acima.

Fonte: Dados da Pesquisa,2024.

Utilizando as Autoanálises de Erros dos discentes, realizamos um refinamento dos dados onde cada Autoanálise é avaliada individualmente, analisando os textos e resoluções, buscando-se identificar os Obstáculos ocorridos com base na Noção de Obstáculos de Brousseau. Essas Autoanálises de Erros contribuirão não apenas no processo de aprendizado dos estudantes, mas também no processo de ensino do docente ao passo que confere novas informações que influenciarão a metodologia didática escolhida.

Assim o educador não deve se portar como detentor do conhecimento e único responsável pela exposição dos objetos do saber, a partir de agora ele se porta como um curador e intermediador do processo de ensino-aprendizagem. As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Qual o tipo de aluno queremos ajudar a formar? (Queiroz e Brito,2022, p.17)

4 DISCUSSÃO E RESULTADOS

Inicialmente, trazemos à discussão os resultados obtidos para a turma do ano letivo 2022.2, formada por 12 estudantes em períodos diferentes do curso de Engenharia Civil: dentre estes, alguns haviam iniciado a graduação na modalidade de aulas virtuais uma vez que esta turma se inseria num contexto de retorno às aulas presenciais logo após o período de pandemia causado pelo COVID-19. A Parcial 2 aplicada continha três Tarefas a serem realizadas pelos discentes em duplas ou trios, demonstradas na Figura 3.

Figura 3: Tarefas propostas na Parcial 2, Turma 2022.2.

<p>QUESTÃO 1 (Valor: 7 pontos)</p> <p>Calcule o volume do sólido limitado pelo plano $z = x + 2$, pelos planos xy e $y = 3$ e por $y = x^2$.</p>
<p>QUESTÃO 2 (Valor: 7 pontos)</p> <p>Encontre o centro de massa de uma placa fina limitada por $x = y^2$ e $x = 2y - y^2$ e que possui uma densidade em qualquer ponto de $\rho(x, y) = y + 1$.</p>
<p>QUESTÃO 3 (Valor: 6 pontos)</p> <p>Calcule a área limitada entre as curvas $r = 1 + \cos \theta$ e $r = 3 - 3\cos \theta$.</p>

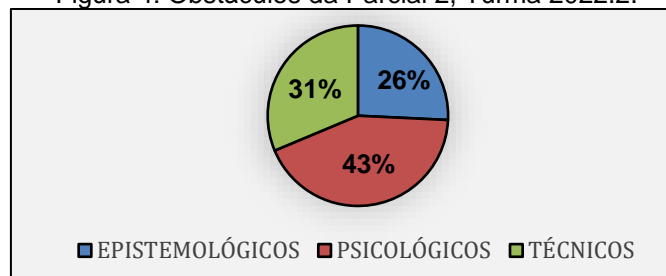
Fonte: Dados da Pesquisa,2024.

Os discentes poderiam utilizar o *software GeoGebra* como auxílio em todas as Tarefas a fim de facilitar a visualização e compreensão das regiões e volumes no Registro Gráfico. Na Tarefa 1, 56% dos estudantes obtiveram êxito, enquanto nas Tarefas 2 e 3 o percentual de erros foi de 89%. O percentual de erros da Tarefa 2 se deu pela presença majoritária de obstáculos psicológicos que culminaram na ocorrência de erros de atenção no registro algébrico e gráfico: muitos discentes relataram um erro na leitura dos limitantes da integral ao visualizarem a região gráfica determinada no *software*.

Contudo, já no cálculo da massa apresentei um erro de atenção no registro algébrico, de modo que coloquei como limitantes da integral definida em função de y os valores de 0 e 1, quando eu deveria ter utilizado as equações $x = y^2$ e $x = 2y - y^2$. Tal equívoco ocorreu pois, após observar a região no GeoGebra, percebi que a região, no eixo das abcissas ia de 0 à 1 e, por isso, troquei os limites da integral, não somente no cálculo da massa, como também nas integrais correspondentes ao momento de inércia em y e em x . Assim, por meio deste erro na interpretação gráfica, meus resultados não bateram com o gabarito do professor (Recorte adaptado da Autoanálise da Estudante K, Parcial 2, Turma 2022.2).

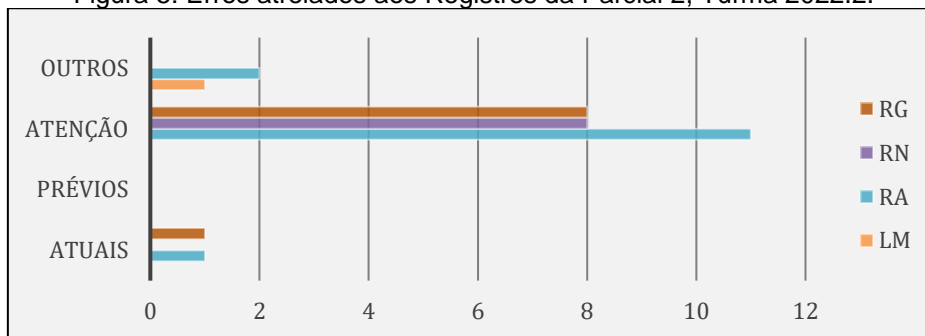
As Figuras 4 e 5 trazem, respectivamente, os gráficos referentes aos tipos de Obstáculos ocorridos nesta parcial e os Erros atrelados ao Registro da Língua Materna (LM), Registro Numérico (RN), Registro Algébrico (RA) e Registro Gráfico (RG). É possível observar a presença majoritária do Obstáculo Psicológico e dos Erros de Atenção nos Registros Algébrico, Numérico e Gráfico. No entanto, cabe destacar que todos os discentes foram capazes de identificar plenamente seus Obstáculos nesta Tarefa e descrever o momento exato de seus cálculos que estava incorreto, atendendo ao propósito da Autoanálise de aprofundar os conhecimentos destes.

Figura 4: Obstáculos da Parcial 2, Turma 2022.2.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Figura 5: Erros atrelados aos Registros da Parcial 2, Turma 2022.2.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Agora, trazemos à discussão os resultados obtidos para a turma do ano letivo 2023.2, formada por 10 estudantes. Embora esta turma possuísse novamente estudantes em períodos diferentes do curso de Engenharia Civil, apenas um advinha do período de graduação iniciado em modalidade remota; todos os outros eram estudantes de períodos mais avançados no curso, tendo realizado as disciplinas de pré-requisito à Cálculo Diferencial e Integral IV de forma presencial, vários semestres antes. A Final 1 aplicada continha três Tarefas a serem realizadas pelos discentes, das quais apenas 2 contemplam o objeto matemático discutido, sendo demonstradas na Figura 6.

Figura 6: Tarefas propostas na Final 1, Turma 2023.2.

QUESTÃO 2 (Valor: 16 pontos)

Utilizando integrais duplas apenas, determinar o que se pede sobre a região R do plano limitada por $y = \ln x$, $y = 2 \ln x$ e $x = e$.

- Calcular a área de R ;
- Encontrar o ponto que equivale ao centro de massa (C_M) dessa região, considerando sua massa medida em kg e a densidade de área constante e igual a k ;
- Determinar a representação gráfica da região contendo C_M e totalmente pintada (com preenchimento de cor).

QUESTÃO 3 (Valor: 8 pontos)

Encontrar o volume de um prisma cuja base é o triângulo no plano xy limitado pelo eixo x e pelas retas $y = x$ e $x = 1$ e cujo topo está no plano $f(x, y) = 3 - x - y$. Fazer a representação no espaço apenas do sólido, com todas as devidas limitações estipuladas para adequação da figura.

Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Novamente, os discentes poderiam utilizar o *software GeoGebra* como auxílio em todas as Tarefas a fim de facilitar a visualização e compreensão das regiões e volumes no Registro Gráfico. A Tabela 2 abaixo reúne o percentual de acertos e erros para as duas Tarefas. Embora a Tarefa 2 possua, em média, um menor percentual de erros, é também a que possui um maior percentual de desistência no processo de resolução por parte dos discentes devidos à não compreensão ou pela falta de tempo.

Tabela 2: Acertos e Erros por Tarefa da Final 1, Turma 2023.2.

Tarefa	Acertos	Erros	Incompleta
2 item a	40%	40%	20%
2 item b	20%	50%	30%
2 item c	30%	30%	40%
3	30%	50%	20%

Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Os obstáculos presentes na Tarefa 2 foram em sua maior parte (45%) de origem epistemológica: alguns discentes relataram não ter compreendido corretamente os limitantes de integração mesmo com o uso do *software* para auxiliá-los, como pode ser visto no relato da estudante A.

Na questão 2, que havia questões acerca do assunto que eu realmente, ainda que pouco, havia estudado, foi onde de fato comecei a resolver a avaliação. Na alternativa A, pedia para que fosse calculada a área da região dada no enunciado limitada por $y = \ln x, y = 2 \ln x$ e $x = e$. Na alternativa em questão cometi o erro de conhecimentos atuais no registro algébrico, por não compreender a região correta em y , que estava limitada, como diz no enunciado entre $\ln x$ e $2 \ln x$, e achei que seria entre 0 e 2 por olhar como estava representado no GeoGebra. Devido a essa confusão, coloquei os limites errados na integral, levando ao resultado final incorreto (Recorte adaptado da Autoanálise da Estudante A, Final 1, Turma 2023.2.).

O estudante B cometeu um erro similar ao anterior, porém com obstáculo não de origem epistemológica, mas psicológica: embora tenha colocado em sua resolução, vista na Figura 7, os limitantes corretos para a integral, o seu cálculo mental foi realizado considerando outros valores, como descrito em seu relato abaixo. O estudante considerou ainda que este fosse um erro de conhecimento atual no registro algébrico, quando é possível perceber pelo seu relato e resolução que se tratava de um erro de atenção no registro numérico.

Entendi a questão, sabia os passos que deveria seguir para resolver, mas como se tratava de uma integral igual da questão anterior, ficou na minha cabeça que o limite de integração inferior era 0 e não 1. Daí me perdi nas integrais realizadas com o GeoGebra e só fui perceber o erro quando o centro de massa deu um ponto $C_m(\infty, \infty)$ e já era tarde demais, cometi 3 erros de conhecimento prévio no registro algébrico (Recorte adaptado da Autoanálise do Estudante B, Final 1, Turma 2023.2).

Figura 7: Resolução do Estudante B, Final 1, Turma 2023.2.

$$b) M = \int_1^e \int_{\ln x}^{2\ln x} K dy dx = \int_1^e K y \Big|_{\ln x}^{2\ln x} dx = \int_1^e K \ln x dx = \int_1^e K (\ln(x) - x) \Big|_1^e =$$

$$= K(e \ln e - e) \quad \text{☹ RA}$$

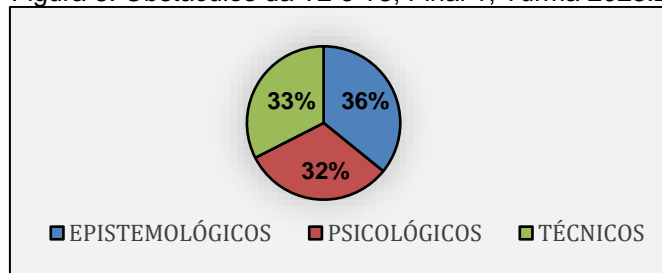
$$M_x = \int_1^e \int_{\ln x}^{2\ln x} y K dy dx = \int_1^e \frac{K y^2}{2} \Big|_{\ln x}^{2\ln x} dx = \int_1^e 3K \frac{(\ln(x))^2}{2} dx =$$

$$= \frac{3}{2} K (-2e \ln e + e (\ln e)^2 + 2e - 2) \quad \text{☹ RA}$$

Fonte: Resolução do Estudante B, 2023.

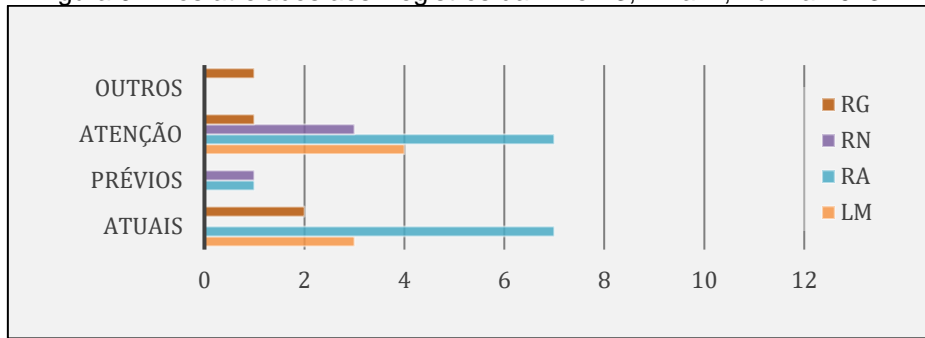
As Figuras 8 e 9 trazem, respectivamente, os gráficos (ambos para as Tarefas 2 e 3) referentes aos tipos de Obstáculos ocorridos nesta parcial e os Erros atrelados ao Registro da Língua Materna (LM), Registro Numérico (RN), Registro Algébrico (RA) e Registro Gráfico (RG). Pode-se notar que esta turma possuiu um maior percentual de obstáculos epistemológicos em comparação à turma do ano letivo anterior, além dos relatos mais frequentes, em suas Autoanálises de Erros de Erros, de dificuldades na interpretação das informações fornecidas no uso do *software GeoGebra*.

Figura 8: Obstáculos da T2 e T3, Final 1, Turma 2023.2.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Figura 9: Erros atrelados aos Registros da T2 e T3, Final 1, Turma 2023.2.



Fonte: Dados da Pesquisa, 2024.

Por fim, podemos discutir a relevância das Autoanálises de Erros no processo de ensino do docente a partir das informações reveladas por estas. Um exemplo é como os relatos de autoavaliação dos alunos de outras disciplinas da área matemática antes do presente estudo mostraram os benefícios do uso frequente do *software GeoGebra* no processo de aprendizado. Incentivado por esta constatação, o docente incorporou o *software* pela primeira vez no currículo da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral IV no período letivo de 2022.2.

Ainda, a constatação da ocorrência de Erros de Atenção atrelados aos diversos registros devido à presença do *software GeoGebra* na turma de 2022.2 incentivou o docente a utilizar mais oficinas tecnológicas na metodologia didática tanto da turma posterior 2022.2 quanto da turma 2023.2; estas oficinas consistiam em vários momentos durante os créditos onde o docente orientava acerca do uso do *software* e produzia tarefas a serem executadas plenamente nele, buscando uma maior compreensão dos estudantes em relação a este.

Graças a isso, os relatos de Erros de Atenção particularmente relacionados ao *GeoGebra* na turma 2023.2 foram consideravelmente menores, embora então tenham surgido relatos de obstáculos epistemológicos. Mas, uma vez que o docente compreende através das Autoanálises de Erros que o foco da ocorrência de obstáculos epistemológicos se dava pelo déficit de conhecimento dos próprios estudantes em relação aos objetos estudados, outras metodologias didáticas podem ser aplicadas em turmas futuras para auxiliar o estudante, e uma nova abordagem didática pode ser implementada durante o processo de ensino dos objetos a fim de apresentar os mesmos em outras perspectivas.

Assim, as informações geradas pelas Autoanálises de Erros beneficiam não apenas as turmas das quais estas provêm, mas também as turmas futuras uma vez que o docente as tem utilizado continuamente para implementar sua metodologia didática ao longo dos anos na disciplina que é foco do presente estudo, mas também em outras da área matemática nas quais o docente atua.

5 CONCLUSÕES

Durante o estudo das Autoanálises de Erros, foi possível compreender como os obstáculos se manifestavam de formas diferentes para grupos de estudantes em períodos diferentes para o mesmo componente curricular e mesmo objeto matemático. Observou-se que obstáculos de caráter psicológicos eram muito mais frequentes na Turma do ano letivo 2022.2. Por outro lado, a turma do ano letivo de 2023.2 apresentava obstáculos epistemológicos com maior frequência que a anterior, embora estes culminassem em um quantitativo de Erros menor em comparação à Turma de 2022.

Analisando o contexto de ambas as turmas, pode-se relacionar que o percentual de obstáculos epistemológicos, mas com menor ocorrência de erros se deve a maior presença de estudantes de semestres mais avançados do curso; o obstáculo epistemológico aqui surge das dificuldades que estes enfrentam ao deixar a disciplina para ser cursada após o 4º semestre, uma vez que há um período maior desde a realização das disciplinas de pré-requisito.

No entanto, esses estudantes não sofrem o mesmo que aqueles que estão em semestre regular: devido à presença da disciplina num semestre em que se inicia a inserção das disciplinas do núcleo específico (que costumam ter maior percentual de reprovação) muitos estudantes acabam por abandonar ou não priorizar a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral IV, como relatado na Autoanálise de Erro dos estudantes da Turma 2022.2.

Além disso, resolvemos priorizar as disciplinas que tinham maior peso no curso pois no campus se você perder em alguma disciplina que seja pré-requisito de outra, normalmente a mesma é somente ofertada após um ano de espera e isto é bastante frustrante para os alunos, e também é um ponto no qual o campus tem que estudar melhor para tentar solucionar este grande problema, pois a taxa de evasão no curso acaba crescendo a cada semestre que se passa.[...] Ademais, confesso que temos a nossa parcela de culpa e que devemos melhorar a nossa organização em relação as disciplinas pois é frustrante ter que escolher qual disciplina vai passar direto e qual ficaremos de final. Entretanto, espero que o professor realmente entenda o que tivemos que fazer e que não ache que estamos menosprezando a disciplina ou até mesmo o seu trabalho, peço desculpas, mas o campus também possui a sua parcela de culpa e força os alunos do curso a tomarem decisões difíceis (Recorte adaptado da Autoanálise do Estudante S, Parcial 3, Turma 2023.2).

Essa desistência ou falta de prioridade se torna prejudicial ao estudante, uma vez que no contexto da Instituição as disciplinas não são ofertadas semestralmente, ocasionando “atrasos” no período de formação daqueles que porventura reprovem ou desistam. Isso acaba por gerar um ciclo na instituição que afeta o processo de aprendizado dos estudantes neste componente curricular, tornando-se explícito em suas Autoanálises de Erros a preocupação com a necessidade de se priorizar determinadas disciplinas. Dessa forma, as Autoanálises de Erros podem servir como voz dos alunos, um meio para exprimirem suas angústias em relação à sua jornada acadêmica, mas também como um aviso e motivação para que a Instituição e docente busquem métodos, que lhe sejam alcançáveis, de diminuir os fatores que geram prejuízos ao processo de aprendizado.

AGRADECIMENTOS

Os autores prestam seus agradecimentos à FAPESB, a qual financia o projeto de pesquisa principal que gerou o presente trabalho, bem como ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – *Campus Eunápolis*, da qual os estudantes serviram para compor a base de dados.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag, **Fundamentos da Didática da Matemática**, Curitiba: Editora UFPR, 2010 2.

ALMEIDA, Lucas; BRITO, Celso. **Autoanálise de Erros**: Sugestão Metodológica para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. *In*: CASTRO, Paula Almeida de *et al.* Escola em tempos de conexões vol. 1. Campina Grande: Realize editora, 2022. p 1844–1859.

CHEVALLARD, Y. **A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática.** Livro: A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos. Org. Almouloud, S. A; Farias, L. M. S; Henriques, A. Ed. CRV, Curitiba, Brasil, 2018;
D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática.** Editora Livraria da Física, 2007.

HENRIQUES, A; Almouloud, S. Ag. **Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple.** Revista Ciência & Educação da UNES, Bauru (SP), 2016.

HENRIQUES, Afonso. **Saberes Universitários e as suas relações na Educação Básica.** 1. ed. Ilhéus, BA; Via Litterarum Editora, 2019.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. **A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática.** In: FRANCHI, Anna *et al.* Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 155-196.

NUNES, Tamires Rigoti; BRITO, Celso Eduardo. **Erros e Obstáculos no processo de aprendizagem de Derivadas:** Uma análise na perspectiva docente/discente. In: Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 22, n. 56, p. 277-288, out./dez. 2017.

QUEIROZ, Melina Serena Cruz. **Contribuições da autoanálise de erros e obstáculos nos processos do ensino e da aprendizagem de limites no curso de Engenharia Civil do IFBA/Eunápolis.** 62 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) -Instituto Federal da Bahia, 2022.

ERRORS AND OBSTACLES IN TEACHING AND LEARNING DOUBLE INTEGRALS

Abstract: During the learning process in mathematics, it is common for students to face difficulties when encountering new concepts. Overcoming these obstacles is essential for the construction of knowledge since mistakes enable academic growth. Self-analysis of errors provides students with a way of critically and investigatively reviewing their mistakes and identifying knowledge gaps, determining the factors that led to their errors and avoiding frustration and the perpetuation of obstacles. By facing their obstacles, students are able to overcome mental resistance and seek improvements for future success. This tool enriches the learning process and the teacher's approach, making it possible to improve pedagogical practices and the assessment process. The aim of this study was to investigate the obstacles and errors faced by students in the Differential and Integral Calculus IV curricular component, based on theories of mathematics didactics. This research was carried out in Civil Engineering classes at IFBA - Campus Eunápolis, in order to identify and overcome these obstacles for the benefit of the students, enriching the teaching and learning process.

Keywords: Differential Calculus, Obstacles, Double integrals.

