



## MODELAMENTO, SIMULAÇÃO E MONTAGEM DE UM PARAQUEDAS COMO ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA CURSOS DE FÍSICA E ENGENHARIA

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2024.5013

**Autores:** PAULO ROBERTO BRERO DE CAMPOS, MIGUEL ANTONIO SOVIERZOSKI, CARLOS ALEXANDRE BRERO DE CAMPOS

**Resumo:** *O aprendizado é facilitado com o uso de experimentos de laboratório. Mas além da falta de experimentos, que ocorre normalmente nas universidades, a pandemia levou este problema ao extremo, fazendo com que os alunos não tivessem acesso aos laboratórios de uso geral. Para minimizar este problema, foi proposto um experimento sobre paraquedas no qual os alunos pudessem fazer a modelagem, a simulação, a montagem e o teste prático, comparando os resultados teóricos e práticos. Este experimento foi utilizado e avaliado em seis turmas das disciplinas de Controle 1 e Controle 2, durante o período da pandemia de Covid-19 e os resultados são mostrados. Para efeito de comparação o experimento foi proposto para turmas no formato presencial.*

**Palavras-chave:** *Paraquedas didático, modelamento, experimento didático.*

# MODELAMENTO, SIMULAÇÃO E MONTAGEM DE UM PARAQUEDAS COMO ATIVIDADE EXPERIMENTAL PARA CURSOS DE FÍSICA E ENGENHARIA

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo Bencomo (2004), os estudantes desenvolvem habilidades executando experimentos e refletindo sobre eles, e não apenas olhando e ouvindo o que o professor acha que o aluno deve aprender.

Segundo Fischer *et al.* (2000), muitos alunos aprendem mais facilmente quando aplicam o que estão estudando. Assim, é importante que o professor se preocupe em propor experimentos práticos aos alunos.

Uma das grandes dificuldades nas disciplinas de sistemas dinâmicos, dos cursos de Física e de Engenharia, é a falta de experimentos em laboratório. Mesmo com essa limitação, dentro do laboratório de uso geral é possível propor montagens de baixo custo, que podem compor experimentos (Campos e Sovierzoski, 2015), (Lundberg *et al.*, 2004), (Leva, 2003), (Simas *et al.*, 1998), utilizando os equipamentos comuns existentes nos laboratórios como fontes de alimentação, osciloscópio, etc.

Mas durante a pandemia de Covid-19, com o ensino remoto, a situação ficou precária, pois os alunos não tiveram acesso à estrutura de laboratório da universidade e isto dificultou muito os estudos de modelos dinâmicos.

Uma alternativa foi buscar soluções mais simples de sistemas dinâmicos que pudessem ser montados pelos alunos a um custo muito baixo, para que executassem o experimento em casa e comparassem os resultados com a simulação.

Como experimento prático foi proposto aos alunos que montassem um paraquedas com materiais de baixo custo. Este experimento se mostrou útil na questão da modelagem e na simulação, além da medição dos parâmetros.

Este artigo refletiu os resultados do experimento realizado por alunos durante o período da pandemia de Covid-19 (março de 2020 a fevereiro de 2022).

O artigo foi estruturado na seguinte forma: na seção 2 é feita uma explicação inicial sobre o paraquedas e são mostradas as equações básicas do corpo livre. Na seção 3 é mostrada a obtenção da equação diferencial, o diagrama de simulação e as diversas etapas do salto à abertura do paraquedas. Na seção 4 são mostrados os passos para a estruturação do experimento. Na seção 5 são mostrados os resultados práticos. Na seção 6 são feitas considerações sobre a aplicação do experimento nas disciplinas de Controle 1 e Controle 2. E finalmente são apresentadas conclusões do trabalho.

## 2 FÍSICA DO PARAQUEDAS

Teoricamente, um corpo em queda livre, sem a resistência do ar aumentaria a velocidade continuamente até atingir o solo. Depois de 100 segundos, este corpo estaria caindo a uma velocidade instantânea de 981 m/s (3531,6 km/h), considerando  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Na prática isto não acontece, pois depois de certo tempo é atingida uma velocidade onde a força de arrasto devido à resistência do ar (que está empurrando o paraquedas para cima) aumenta tanto que equilibra a força da gravidade (puxando o paraquedas para baixo).

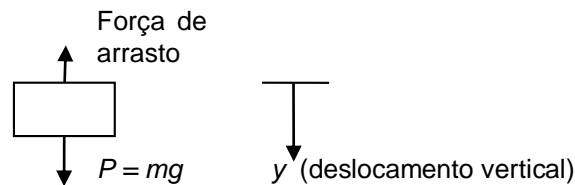
Neste ponto não há aceleração e a queda ocorre em velocidade constante, denominada velocidade terminal. A velocidade terminal de uma pessoa sem paraquedas com os braços estendidos na posição clássica de queda livre é em torno de  $55 \text{ m/s}$  ( $200 \text{ km/h}$ ) (Paraquedas, 2021).

Segundo o dicionário Houaiss: paraquedas são “*artefatos de lona, náilon, etc., em forma hemisférica e providos de cordéis, para amortecer a queda pelo ar*” (Houaiss, 2001). Paraquedas são projetados para reduzir a velocidade terminal em 90%, de forma que o paraquedista atinge o solo em torno de  $5,56 \text{ m/s}$  ( $20 \text{ km/h}$ ). O paraquedas aumenta a resistência do ar durante a queda (LabRatFlight Page, 2021).

A força que a resistência do ar exerce no corpo é denominada força de arrasto (*drag*). A força de arrasto ( $F_{arrasto}$ ) e o peso ( $P = mg$ ) atuam no corpo enquanto ele cai. Quando o paraquedas abre, ocorre aumento da força de arrasto, que se opõe à força da queda.

O diagrama de corpo livre é mostrado na Figura 1.

Figura 1 - Diagrama do corpo livre em equilíbrio, do paraquedas aberto.



Fonte: autoria própria.

Pela 2ª lei de Newton (Resnick e Halliday, 1976), obtém-se a Equação (1):

$$\sum F = ma \quad (1)$$

Considerando as forças envolvidas na Figura (1), a Equação (1) pode ser reescrita como mostrado na Equação (2):

$$a = \frac{P - F_{arrasto}}{m} \quad (2)$$

Se o corpo estiver em alta velocidade na abertura do paraquedas, o arrasto será maior que o peso. Isto significa que o corpo irá desacelerar.

Se o corpo estiver em baixa velocidade na abertura do paraquedas, o arrasto será menor que o peso. Isto significa que o corpo continuará a acelerar até que o sistema atinja o ponto de equilíbrio, quando  $F_{arrasto} = peso$ .

A Equação (3) define a força de arrasto (Nasa, 2021), sendo possível notar que a força de arrasto é proporcional ao quadrado da velocidade.

$$F_{\text{arrasto}} = \frac{v^2 \rho C_D A}{2} \quad (3)$$

Onde:

$\rho = 1,229 \text{ kg/m}^3$  (densidade do ar)

$C_D$  = coeficiente de arrasto

$A$  = área do objeto que cai

$v$  = velocidade do objeto

Se a força de arrasto for menor que o peso do corpo em queda livre, a aceleração será positiva, conforme pode ser visto na Equação (2), implicando que a velocidade do corpo em queda livre irá aumentar. Maior velocidade, significa maior arrasto. Assim, a força de arrasto irá aumentar até o ponto em que  $\text{peso} = F_{\text{arrasto}}$  e a aceleração seja zero.

Se a força de arrasto for maior que o peso do corpo em queda livre, a aceleração será negativa e o sistema ficará mais lento. Diminuindo a velocidade, implica em menor força de arrasto. Assim, a força de arrasto irá diminuir até o ponto em que  $\text{peso} = F_{\text{arrasto}}$  e a aceleração seja zero.

Aceleração do corpo em queda livre com valor zero significa que velocidade não se altera. Neste ponto o paraquedas atinge a velocidade terminal, isto é, ele desce ou cai a uma velocidade constante.

### 3 EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE UM PARAQUEDAS

Das Equações (2) e (3), é possível escrever a equação diferencial que define o comportamento do paraquedas, mostrada na Equação (4).

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{mg - 0,5 \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \rho C_D A}{m} \quad (4)$$

Onde:

$y$  = deslocamento vertical;

$v$  = velocidade do corpo;

$a$  = aceleração do corpo.

Fazendo uso da notação de Newton para a derivada, a Equação (4) pode ser reescrita como mostrado na Equação (5).

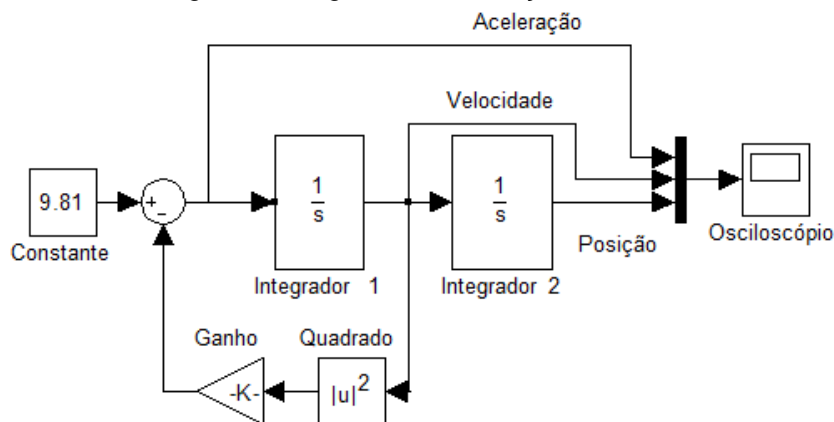
$$\ddot{y} = g - \frac{0,5(\dot{y})^2 \rho C_D A}{m} \quad (5)$$

A Equação (5) é uma equação diferencial não linear de segunda ordem, devido ao fato que a velocidade é elevada ao quadrado.

O diagrama de simulação, que é um diagrama no tempo, é mostrado na Figura 2. Este diagrama é obtido a partir da Equação (5).



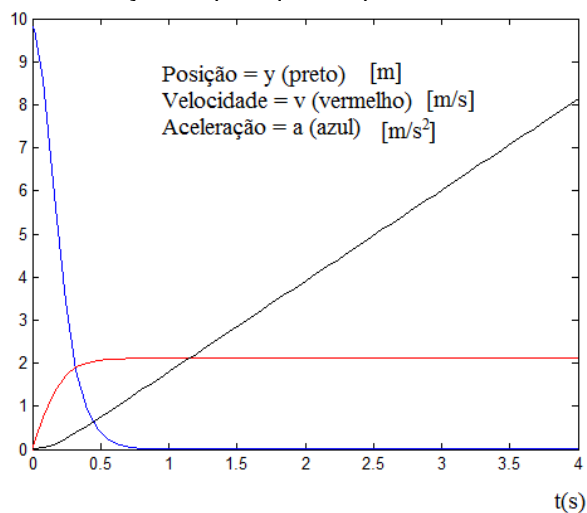
Figura 2 - Diagrama de simulação.



Fonte: autoria própria.

Na Figura 3 são mostradas as curvas de posição, velocidade e aceleração obtidas do diagrama de simulação da Figura 2, para dados arbitrários.

Figura 3 - Simulação do paraquedas para dados arbitrários.



Fonte: autoria própria.

As etapas relativas ao salto de paraquedas (Física e Planeta, 2021), (Bitesize, 2021), podem ser resumidas da seguinte forma, sendo mostradas na Figura 4:

**a) Salto do avião**

Ao saltar do avião, como o paraquedista está em velocidade vertical nula, a força de arrasto pode ser desprezada, sendo a força peso o que mais afeta a queda;

**b) Movimento acelerado**

A velocidade de queda irá aumentar enquanto a força peso for maior que a força de arrasto da área do corpo do paraquedista;

**c) Movimento uniforme**

Quando a força de arrasto se iguala à força peso, a aceleração é zero, e a velocidade é constante (velocidade terminal 1). O corpo está em queda livre em velocidade terminal;

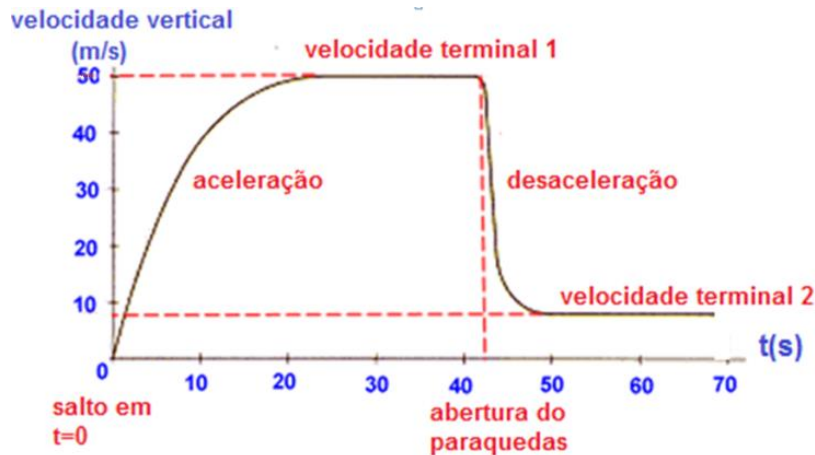
#### d) Abertura do paraquedas

Quando o paraquedas for aberto, ele irá fazer com que a área efetiva aumente, e a força de arrasto seja maior que o peso, resultando em desaceleração;

#### e) Movimento uniforme final

O paraquedas permite uma desaceleração até o ponto em que a força de arrasto (da área do paraquedas) se iguala à força peso, levando à velocidade de pouso (velocidade terminal 2).

Figura 4 - Velocidades do salto usando paraquedas.

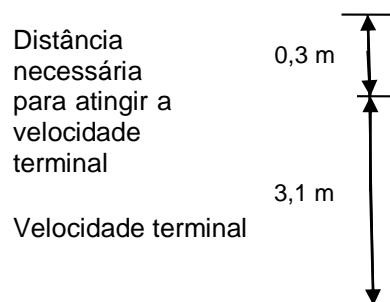


Fonte: adaptado de (Cyberphysics.co.uk, 2022).

## 4 ESTRUTURA DO EXPERIMENTO

Antes de ficar completamente aberto e atingir a velocidade final (velocidade terminal), o paraquedas apresenta um período transitório que deve ser levado em conta na escolha do intervalo de medição, como mostrado na Figura 5. Assim, é importante fazer a medição da velocidade depois que o paraquedas tiver caído  $0,3\text{ m}$ , devido ao transitório (TeachEngineering, 2021).

Figura 5 - Distâncias para medição da velocidade.



Fonte: autoria própria.

Nesta seção são descritos alguns itens importantes para a montagem e execução do experimento pelo aluno:

### a) Montagem do Paraquedas

A montagem do paraquedas será feita com material de baixo custo, sugerindo-se ao aluno pesquisar no site (TeachEngineering, *Design a Parachute*, 2021) para conseguir mais informações.

Para o experimento, foi sugerido utilizar uma sacola plástica de supermercado para o corpo do paraquedas. Para as cordas, podem ser utilizadas linhas de costura.

O aluno deverá colocar um peso no ponto em que as cordas se encontram, e medir a massa total (paraquedas mais peso) com uma balança de cozinha.

Para os alunos que não possuem balança em casa, foi sugerido que fossem a um supermercado e pedissem para usar a balança de alimentos do supermercado (setor de frutas e legumes).

### b) Escala

Criação de uma escala de distância na parede. Pode-se colocar algumas marcas na parede para ajudar a medir a altura. Medindo o tempo que o paraquedas demora para chegar ao solo e conhecendo a distância, é possível calcular a velocidade terminal. Se o aluno estiver trabalhando sozinho, ele pode filmar a queda com o aparelho celular e depois usando a escala de tempo do arquivo da filmagem calcular o tempo.

### c) Cálculos

Tendo medido a velocidade, pode-se obter o valor prático da constante de arrasto  $C_D$ . Isto é feito através da Equação (5), fazendo a aceleração igual a zero, resultando na Equação (6).

$$C_D = \frac{2gm}{(\dot{y})^2 \rho A} \quad (6)$$

### d) Simulação

A simulação deve ser feita considerando o valor de  $C_D$  calculado na Equação (6).

### e) Resultados

Os resultados da medida prática devem ser comparados com os resultados da simulação.

## 5 RESULTADOS PRÁTICOS

Foi montado um paraquedas usando saco plástico de supermercado, medindo 33,5 cm por 34,5 cm. Para os cabos do paraquedas foram utilizadas linhas de costura. Na Figura 6 é mostrado o paraquedas utilizado.

Figura 6 - Paraquedas usado para teste.



Fonte: autoria própria.

Foi utilizado um objeto com uma massa de  $0,0185 \text{ kg}$ . Considerando  $\rho = 1,229 \text{ kg/m}^3$  foi feita a medição prática da constante de arrasto  $C_D$ , ao soltar o paraquedas.

Na Tabela 1 são mostrados os dados medidos na prática.

Tabela 1 - Dados medidos da queda do paraquedas.

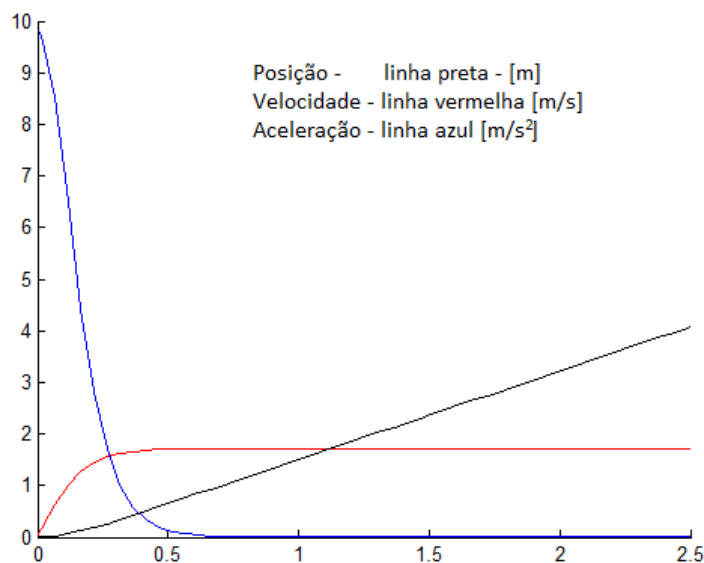
Altura da queda	3,49 m
Tempo da queda	2,04 s
Velocidade média ( $v = \Delta x / \Delta t$ )	1,71 m/s
Área do paraquedas	0,1156 m <sup>2</sup>
Massa do paraquedista e paraquedas	0,0185 kg

Fonte: autoria própria.

A partir da Equação (6) é possível calcular o coeficiente de arrasto obtido de forma experimental, resultando  $C_D = 0,87$ .

A simulação com os dados obtidos na prática é mostrada na Figura 7, sendo possível observar as curvas de posição, velocidade e aceleração do paraquedas.

Figura 7 - Simulação do paraquedas.



Fonte: autoria própria.

Comparando os dados da Figura 7 com os dados da Tabela 1 é possível ver que a simulação está de acordo com os dados experimentais.

## 6 APLICAÇÃO DO EXPERIMENTO EM UMA DISCIPLINA

Este experimento foi proposto aos alunos das disciplinas de Controle 1 e Controle 2 do curso de Engenharia Eletrônica da UTFPR que participaram de aulas remotas, durante a pandemia de Covid-19 (março de 2020 a fevereiro de 2022).

O aluno poderia fazer apenas a simulação recebendo metade da nota. Para receber a nota integral, ele teria que montar o paraquedas, executar o experimento determinando experimentalmente o valor de  $C_D$  e fazer a simulação analisando os resultados práticos e teóricos.



Nem todos os alunos fizeram o experimento de forma integral. Na Tabela 2 são mostrados, em porcentagem, apenas os alunos que fizeram a montagem e teste do paraquedas.

Tabela 2 - Porcentagem dos alunos que montaram e testaram o paraquedas.

Período	2º sem 2020	1º sem 2021	2º sem 2021	1º sem 2022
Controle 1	42,8%	50%	20%	60%
Controle 2	8,3%	54,5%	11%	30%

Fonte: autoria própria.

Para efeito de comparação, foi proposto a montagem do paraquedas para os alunos das disciplinas presenciais, no primeiro semestre de 2022, também mostrado na Tabela 2.

Na Tabela 3 são mostrados, em porcentagem, os alunos que apenas fizeram a simulação, sem fazer a montagem e medição do paraquedas. Os dados do primeiro semestre de 2022 referem-se às turmas presenciais.

Tabela 3 - Porcentagem dos alunos que apenas simularam o paraquedas, mas não montaram o experimento.

Período	2º sem 2020	1º sem 2021	2º sem 2021	1º sem 2022
Controle 1	0%	20%	80%	0
Controle 2	91,7%	45,5%	88,9%	15%

Fonte: autoria própria.

Na Tabela 4 estão indicados quantos alunos entregaram o relatório, em termos de porcentagem. Os dados do primeiro semestre de 2022 referem-se às turmas presenciais.

Tabela 4 - Porcentagem dos alunos que entregaram o relatório sobre o paraquedas (soma das Tabelas 2 e 3).

Período	2º sem 2020	1º sem 2021	2º sem 2021	1º sem 2022
Controle 1	42,8%	70%	100%	60%
Controle 2	100%	100%	100%	45%

Fonte: autoria própria.

Este experimento continua sendo aplicado nas disciplinas de Controle 1 e Controle 2, e atualmente os alunos utilizam o paraquedas fornecido pelo professor. Eles medem a constante de arrasto do paraquedas, fazem a simulação e a análise dos resultados.

## 7 CONCLUSÕES

Neste artigo foi mostrado o modelamento, a montagem, o teste prático, a identificação dos parâmetros e o modelamento de um paraquedas de baixo custo.

Este experimento foi aplicado em seis turmas remotas de Controle 1 e Controle 2, durante os anos de 2020 e 2021, no período da pandemia de Covid-19. E também foi aplicado em turmas presenciais no ano 2022, a título de comparação. E continua sendo aplicado nas turmas das disciplinas de Controle 1 e Controle 2.

Os alunos demonstraram inicialmente um pouco de dificuldade em montar o diagrama de simulação usando o Simulink. Mas com a ajuda do professor eles acabavam conseguindo fazer a montagem, a simulação e obter os gráficos de posição, velocidade e aceleração.

Alguns alunos fizeram a simulação, mas não fizeram a montagem prática do paraquedas.

Dos alunos que montaram o paraquedas, alguns filmaram a queda com o aparelho celular, e conhecendo a altura, pelo tempo de filmagem puderam calcular a velocidade média.

A participação das turmas presenciais foi menor do que a das turmas remotas, pois os alunos das turmas presenciais tinham outros experimentos para a composição da nota.

Mesmo com todas as dificuldades e problemas, os resultados foram considerados satisfatórios, porque os alunos puderam, durante a pandemia, fazer o modelamento, a análise e o teste de um sistema dinâmico real.

É importante que os alunos se envolvam em atividades práticas, pois elas são importantes para complementar o aprendizado, e também para a formação da mentalidade de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

BENCOMO, S. D. **Control learning: present and future**. *Annual Reviews in Control*, v. 28, n. 1, p. 115-136, 2004.

BITESIZE. **Terminal velocity - Higher**. Disponível em: <<https://www.bbc.co.uk/bitesize/guides/zxxxdxs/revision/6>>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

CAMPOS, Paulo R. Brero e SOVIERZOSKI, Miguel A. **Modelamento e análise de sistema de vazão de fluido aplicado a uma planta didática de baixo custo**. Cobenge, 2015.

CYBERPHYSICS.CO.UK. **Terminal Velocity2**. Disponível em: <[https://www.cyberphysics.co.uk/topics/forces/terminal\\_velocity.htm](https://www.cyberphysics.co.uk/topics/forces/terminal_velocity.htm)>. Acesso em: 25 de julho de 2022.

FISHER, P. D., FAIRWEATHE, J. S. and HASTON, L. A. (2000). **Establishing learning objectives and assessing outcomes in engineering service courses**, 30th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference.

FÍSICA E PLANETA: blog dedicado ao Ensino de Física Aplicada. **Paraquedismo e a Física**. <http://fisicaeplaneta.blogspot.com/2012/09/paraquedismo-e-fisica.html>>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

HOUAISS, Antônio. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro, Ed. Objetiva, 2001.

LABRAT FLIGHT PAGE. **Parachutes**. Disponível em: <[http://labratscientific.com/Flight\\_Page.html](http://labratscientific.com/Flight_Page.html)>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

LEVA, Alberto. **A Hands-On Experimental Laboratory for Undergraduate Courses in Automatic Control**. IEEE Transactions on Education, vol. 46, no. 2, may 2003, pp 263-272.

LUNDBERG, Kent H.; LILIENKAMP, Katie A. and MARSDEN, Guy. **Low-Cost Magnetic Levitation Project Kits**. IEEE Control Systems Magazine, October 2004, pp 65-69.

NASA (National Aeronautics and Space Administration). **Forces on a falling object.** Disponível em: <<https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/falling.html>>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

PARAQUEDAS. **Com que velocidade cai um paraquedas?** Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/com-que-velocidade-cai-um-paraquedas.htm>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

RESNICK, Robert e HALLIDAY, David. **Física. Vol 1.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos Editora S.A. 1976.

SIMAS, Henrique; BRUCIAPAGLIA, Augusto H.; COELHO, Antonio A. R. **Digital Control Using Low-Cost Laboratory Models.** International Conference on Engineering Education 1998. Rio de Janeiro. < <https://www.ineer.org/Events/Icee1998/Icee/Papers/403.pdf> >.

TEACHENGINEERING Stem Curriculum for k-12. **Design a Parachute.** Disponível em: <[https://www.teachengineering.org/activities/view/design\\_a\\_parachute](https://www.teachengineering.org/activities/view/design_a_parachute)>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

## MODELING, SIMULATION AND ASSEMBLY OF A PARACHUTE AS AN EXPERIMENTAL ACTIVITY FOR PHYSICS AND ENGINEERING COURSE

**Abstract:** *Laboratory experiments help students to learn easily. The lack of laboratory experiments is frequent in Engineering Courses, but the Covid-19 pandemy worse this problem, because students lost the acess to the laboratories. To overcome this problem, in this paper is propose a parachute experiment, where students will build a cheap parachute, make the modelling, simulate it, and compare theoretical and practical outcomes. This experiment was proposed for six classes of Control 1 and Control 2, during the Covid-19 pandemy and the outcomes are shown. The experiment was too proposed for in-person classes.*

**Keywords:** *didactic parachute, modeling, didatic experiment.*

