



## Jun 7 2024 11:47AM Jun 7 2024 11:46AM ESTUDO DA LEI DE FARADAY ? LENZ NO CONTEXTO DO MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO

DOI: 10.37702/2175-957X.COBENGE.2024.4890

### **Autores:**

**Resumo:** Este artigo de prática baseada em evidências pretende analisar o desenvolvimento das competências de modelagem física e habilidades interpessoais de alunos do segundo ano dos cursos de Engenharia. O principal objetivo é aplicar a abordagem de Aprendizagem Baseada em Projetos (PBL) durante a aula de Física Experimental. O movimento harmônico forçado (MHF) é um tipo de movimento no qual um objeto é submetido a uma força externa que varia sinusoidalmente com o tempo. O movimento do objeto também é sinusoidal, mas com uma diferença de fase em relação à força de excitação. A Lei de Faraday pode ser aplicada ao MHF para descrever a FEM (Força Eletromotriz) induzida em uma bobina onde há um campo magnético variável. A FEM induzida será proporcional à amplitude do movimento e à frequência da força de excitação. Os alunos foram divididos em equipes de quatro componentes e desenvolveram e analisaram o estudo da Lei de Faraday-Lenz no contexto do movimento harmônico forçado. Os alunos devem ler e compreender o modelo físico proposto e o procedimento experimental. Em seguida, as equipes devem coletar dados, analisá-los e compará-los com a modelagem física do fenômeno e, por fim, elaborar um vídeo autoexplicativo de até 10 minutos onde as equipes estudantis explicam o fenômeno físico, a modelagem, o experimento realizado, análises e conclusões obtidas.

**Palavras-chave:** Aprendizagem Baseada em Projetos. Física. Ensino por competências. Movimento harmônico simples. Lei de Faraday.

# ESTUDO DA LEI DE FARADAY – LENZ NO CONTEXTO DO MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO

## 1 INTRODUÇÃO

A disciplina de Física é ministrada para alunos do segundo ano dos cursos de Engenharia no Centro Universitário \_\_\_\_\_. A disciplina conta de uma aula teórica e uma aula prática semanais, ambas com duração de 100 minutos.

No contexto da formação básica dos nossos estudantes, a disciplina de Física tem como objetivo desenvolver as seguintes competências:

- Elaborar modelos matemáticos que representem fenômenos físicos utilizando, entre outras ferramentas, técnicas estatísticas, computacionais e de simulação.
- Verificar e validar os modelos matemáticos por meio de técnicas apropriadas.
- Prever os resultados de sistemas por meio de modelos.

Esse trabalho, tem o objetivo de apresentar os resultados obtidos pelos estudantes no desenvolvimento de um projeto experimental como parte do programa da disciplina de Física, tendo como tema a Lei de Faraday – Lenz e o movimento harmônico forçado.

Com base em experiências acadêmicas anteriores (BARACAT, D.; WITKOWSKI, F.M.; CUTRI, R., 2012), (CUTRI, R.; et al, 2015), (CUTRI, R.; et al, 2016) e (CUTRI, R.; MARIM, L.R.; CARDOSO, J.R., 2019), na abordagem de aprendizagem ativa (DORI, Y. J.; BELCHER, J.; 2005), (DU.X; DE GRAAFF, E.; KOLMOS, A., 2008), (FRASER, J.M.; et al, 2014) e em técnicas de avaliação relacionadas à avaliação por competências (GEORGE MASON UNIVERSITY, 2019), (PURDUE UNIVERSITY, 2019), (PURZER, S.; et al., 2017), (WHITCOMB, C.; KHAN, R.; WHITE, C., 2014), (BALASCIO, C.; BRUMM, T.; MICKELSON, S., 2010), (AAES - AMERICAN ASSOCIATION OF ENGINEERING SOCIETIES, 2019), (DYM, C. L.; et al., 2006), (CHAN, CKY., 2015), (ARRIBAS, E. et al, 2019), (CRUZ, M.L.; et al, 2019), (CUTRI, R.; GIL, H. A. C. ; FREITAS, P. A. M., 2020) e (STEM, N., et al, 2022) o projeto tem como principal meta desenvolver competências de modelagem e ampliar a compreensão dos estudantes quanto ao estudo do fenômeno físico.

## 2. MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO

Considere uma massa  $m$  fixada em uma mola de constante elástica  $k$ , submetida a ação de um amortecimento viscoso, cuja força é dada por  $F_A = -b v$ , onde  $b$  é interpretado como constante de amortecimento. O oscilador é forçado por uma força externa periódica, dada por Equação (1) (NUSSENZVEIG, H.M., 2014):

$$F_{ext} = F_0 \text{sen}(\omega_E t) \quad (1)$$

sendo  $F_0$  a amplitude da força e  $\omega_F$  a frequência angular. A teoria mostra que o movimento forçado está dividido em dois regimes, o primeiro denominado de transiente e um segundo estágio, denominado de permanente ou estacionário. Nesse regime, o oscilador comporta-se analogamente ao movimento harmônico simples, cuja função horária da posição dada por Equação (2):

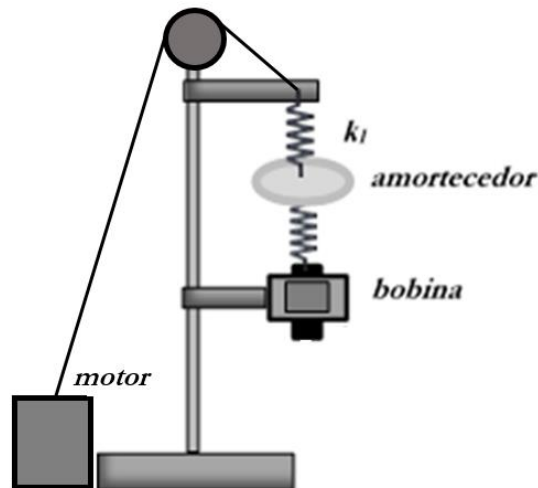
$$z(t) = A \text{sen}(\omega_E t) \quad (2)$$

sendo a frequência angular do movimento do oscilador igual ao valor da frequência angular do agente externo.

## 2. PROJETO: MOVIMENTO HARMÔNICO FORÇADO DO IMÃ NA REGIÃO DE UMA BOBINA

O projeto a ser desenvolvido e analisado pelos estudantes, considera um ímã oscilando harmonicamente na região de uma bobina de  $N$  enrolamentos. O problema é tratado como um movimento harmônico forçado, cuja frequência angular do agente externo será denominada de  $\omega_E$  (Figura 1).

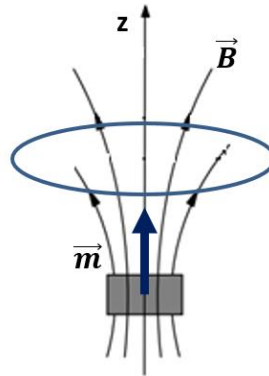
Figura 1 Esquema do aparato experimental. A mola  $k_1$  está associada a um motor externo com frequência angular  $\omega_E$ . Quando atingir o regime permanente, o movimento do ímã na região da bobina será equivalente a um movimento harmônico simples. Nesse estágio, será medida a tensão induzida (fem), a qual foi medida com sensores de tensão e corrente da PASCO PS-2115).



O campo magnético do ímã permanente pode ser simulado como o campo gerado por um dipolo magnético ideal  $\vec{m}$ , dado pela Equação (3) (CHAVES, A., 2007):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left( -\vec{m} + \frac{(3 \vec{m} \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^2} \right) \quad (3)$$

Figura 2 - momento de dipolo magnético



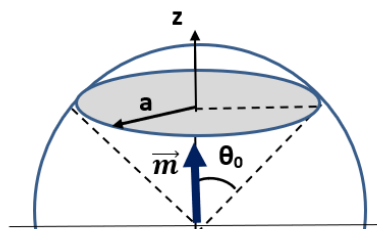
O momento de dipolo magnético é um vetor definido na direção normal a área limitada pelo circuito, como ilustra a figura 2. Em coordenadas esféricas e considerando que o momento de dipolo magnético esteja orientado na direção do eixo azimutal z, o vetor campo magnético passa a ser reescrito pela Equação (4):

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} (2 \cos(\theta) \hat{r} + \sin(\theta) \hat{\theta}) \quad (4)$$

O fluxo magnético é calculado em coordenadas esféricas, onde a área a ser integrada é a calota esférica representada na figura 3. Como o vetor unitário normal a área a ser integrada é  $\hat{r}$ , tem-se que o fluxo associado a componente  $B_\theta$  é nulo, pois os versores  $\hat{r}$  e  $\hat{\theta}$  são ortogonais. Assim, o fluxo magnético resume-se a componente radial, cuja integral é dada pela Equação 5:

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 N}{4\pi} \frac{m}{r^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} 2 \cos(\theta) r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi = \frac{\mu_0 N}{2} \frac{m}{r} \sin^2(\theta_0) \quad (5)$$

Figura 3 - calota esférica



sendo  $\sin \theta_0$  dado pela Equação 6:

$$\sin \theta_0 = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}} \quad (6)$$

A fem induzida tem seu valor dado pela Equação (7):

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dz} v_z(t) = +\frac{3\mu_0 N m a^2}{2} \frac{z(t)}{(a^2+z(t)^2)^{\frac{5}{2}}} v_z(t) \quad (7)$$

Substituindo as funções horárias, resulta na Equação 8:

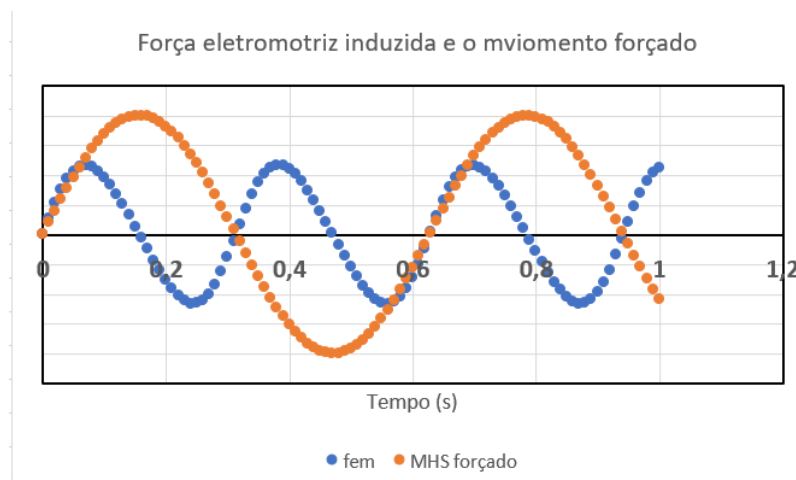
$$\varepsilon = +\frac{3\mu_0 N m a^2}{2} \frac{A^2 \omega_E}{(a^2+(A \operatorname{sen}(\omega_E t))^2)^{\frac{5}{2}}} \operatorname{sen}(\omega_E t) \cdot \operatorname{cos}(\omega_E t) \quad (8)$$

ou ainda, na Equação 9:

$$\varepsilon = \frac{3\mu_0 N m a^2}{4} \frac{A^2 \omega_E}{(a^2+(A \operatorname{sen}(\omega_E t))^2)^{\frac{5}{2}}} \operatorname{sen}(2\omega_E t) \quad (9)$$

O gráfico da tensão induzida e da posição do oscilador forçado são mostrados de forma esquemática na figura 4 abaixo. Durante o período de oscilação do movimento forçado, observa-se que a tensão induzida possui quatro picos, ou seja, dois referentes a posição de entrada na bobina e dois referentes a posição de saída da bobina.

Figura 4 - Comportamento qualitativo periódico da função força eletromotriz  $\varepsilon(t)$  (linha azul) e do movimento harmônico forçado (linha vermelha).



A Lei de Lenz prevê que as correntes induzidas devem alterar seus sentidos de acordo com a variação do fluxo magnético gerado pelo movimento oscilatório do ímã. Quando o ímã está na região de entrada da bobina, tem-se, por exemplo, que a variação do fluxo magnético é crescente, e a corrente induzida tem sentido anti-horário. Passando para a região de saída da bobina, a tendência de variação do fluxo magnético é decrescente, e segundo a lei de Lenz, a corrente induzida troca de sentido. Essas características são observadas no intervalo de tempo de meio período do movimento oscilatório do ímã, como ilustra a figura 4.

O projeto foi desenvolvido com os seguintes objetivos específicos:

- Verificar a oscilação harmônica forçada em regime estacionário de um ímã na região interna de uma bobina, comparando os valores das frequências angulares do movimento harmônico e da tensão induzida.
- Relacionar os resultados obtidos com a Lei de Faraday – Lenz e a Conservação da Energia.

Como ponto de partida dos estudantes (divididos em grupos de 04 alunos), usamos o trabalho desenvolvido por (DONOSO, G.; LADERA, C.L; MARTIN, P., 2010), adaptando o experimento à realidade do laboratório institucional. Assim, após coletar os dados, os estudantes devem desenvolver um vídeo explicativo (de até 10 minutos) o qual deve conter as seguintes informações:

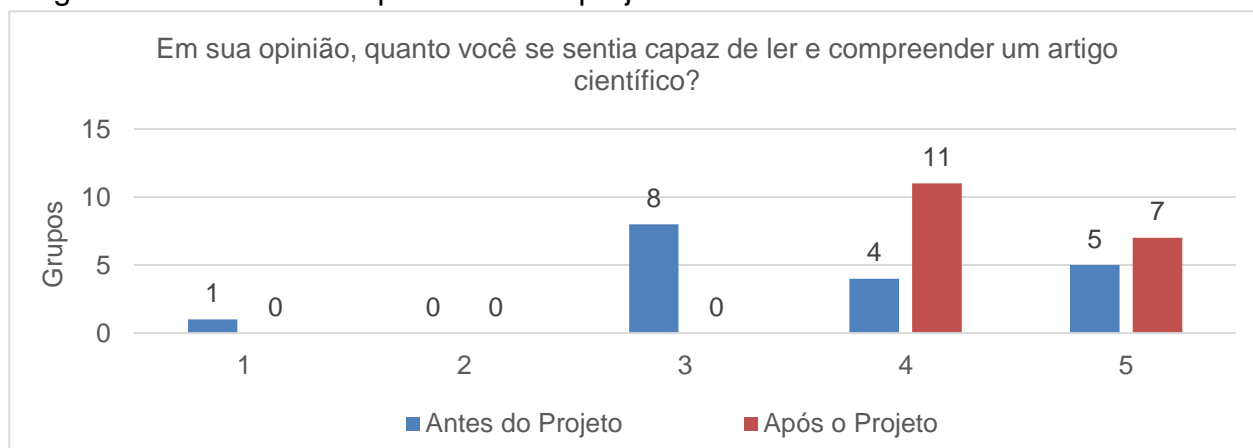
- o que se pretende alcançar com a pesquisa;
- qual o método experimental utilizado para chegar aos resultados;
- quais foram os dados obtidos e a interpretação dos mesmos;
- como comparar os resultados experimentais com o modelo teórico esperado e realizar uma análise crítica das diferenças observadas.

O vídeo desenvolvido pelos estudantes deve ser exibido em aula para toda a turma e avaliado pelos professores ao final. Após cada apresentação, os professores devem destacar para cada equipe os pontos positivos e os pontos que precisavam ser aprimorados.

### 3. Resultados

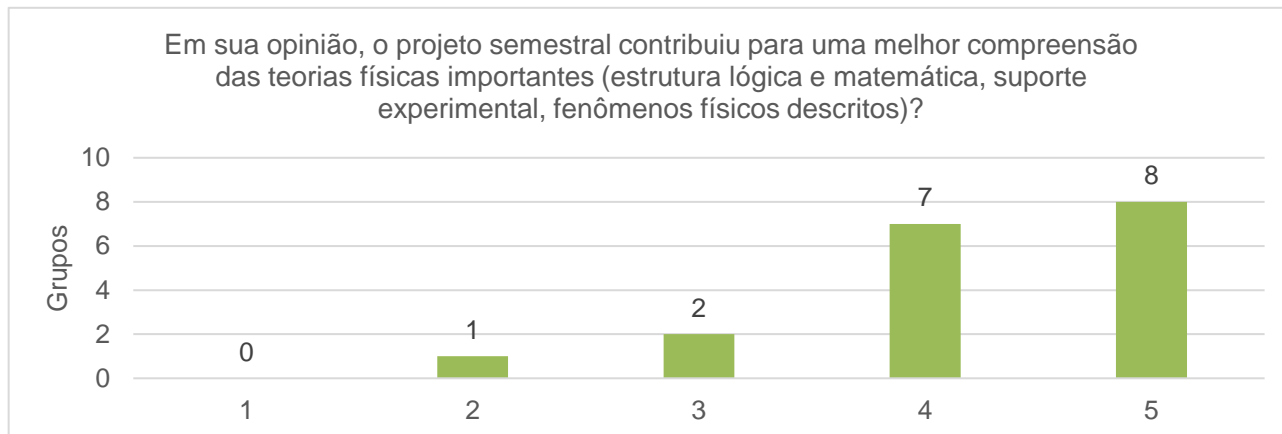
Em 2023, a proposta foi aplicada a 19 grupos (cerca de 90 estudantes). A avaliação obtida na Nota de Projeto (NP) de 0,0 a 10,0, de acordo com as estatísticas dos resultados, foi: 93% de trabalhos classificados como muito satisfatórios ( $NP > 8,0$ ) e 7% satisfatórios ( $6,0 < NP \leq 8,0$ ). Uma pesquisa qualitativa e quantitativa foi realizada utilizando um questionário do tipo Likert para identificar a percepção dos alunos. Todas as respostas foram resumidas e analisadas. O questionário do tipo Likert teve escala definida como 0 – nenhum e 5 – totalmente. O questionário foi respondido por todos os 19 grupos.

Pergunta 1: Na sua opinião, o quanto você se sentia capaz de ler e compreender um artigo científico. Antes e após realizar o projeto semestral?

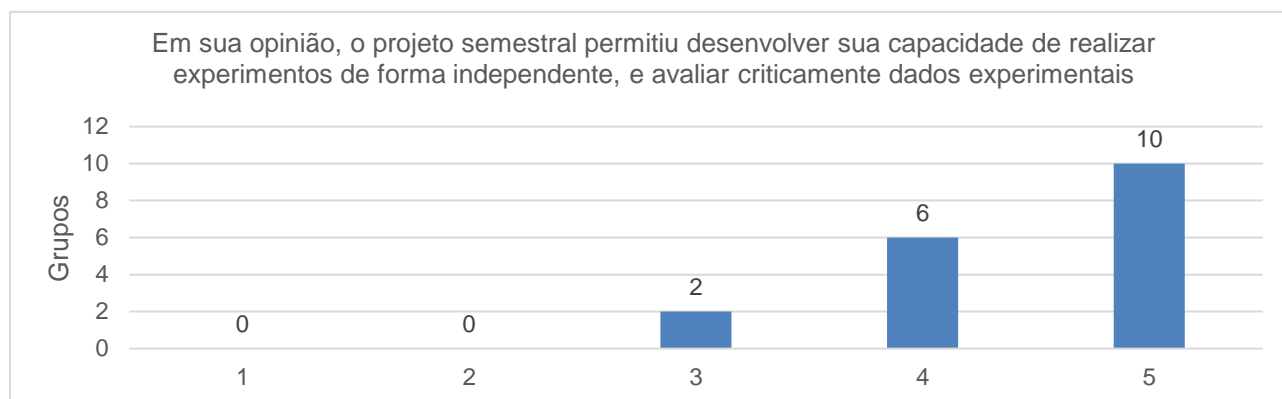


A percepção da capacidade dos alunos para ler e compreender totalmente um artigo científico aumentou significativamente (notas 4 e 5), de 9 (47%) para 18 (95%).

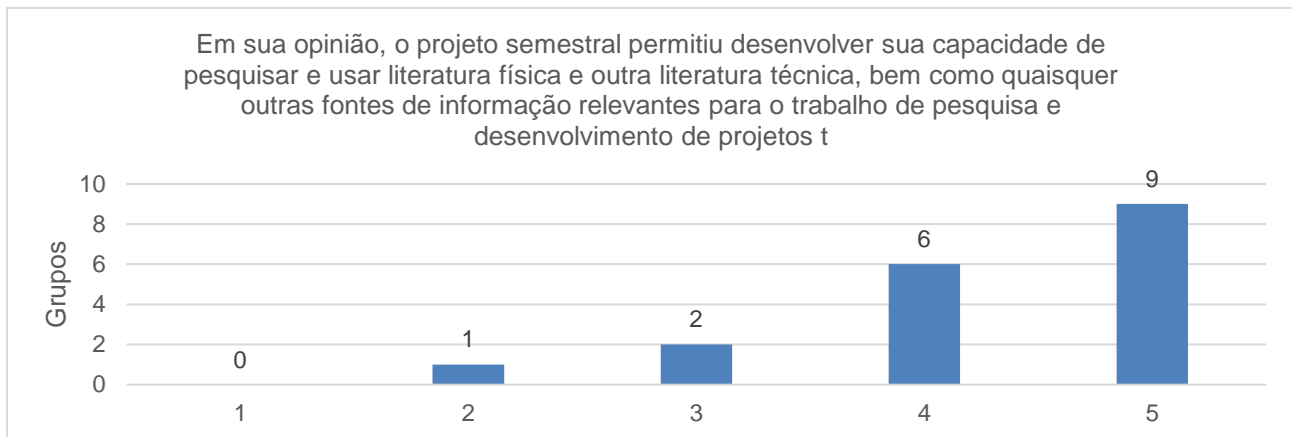
Pergunta 2: Na sua opinião, o projeto semestral contribuiu para uma melhor compreensão das teorias físicas importantes (estrutura lógica e matemática, suporte experimental, fenômenos físicos descritos)?



Pergunta 3: Na sua opinião, o projeto semestral permitiu que você desenvolvesse sua capacidade de realizar experimentos de forma independente e avaliar criticamente dados experimentais?



Pergunta 4: Na sua opinião, o projeto semestral permitiu que você desenvolvesse sua capacidade de pesquisar e usar literatura física e técnica, bem como quaisquer outras fontes de informação relevantes para trabalhos de pesquisa e desenvolvimento de projetos técnicos?



As respostas às perguntas 2, 3 e 4 indicam que o projeto contribuiu para uma melhor compreensão da teoria de Faraday-Lenz (78% no geral em notas 4 e 5), para o desenvolvimento da capacidade de realizar experimentos de forma independente e avaliar criticamente dados experimentais (84%) e para o desenvolvimento da capacidade de pesquisar e usar literatura técnica (79%).

### ***Dificuldades Enfrentadas pelos Alunos***

Os alunos também relatam algumas dificuldades durante o processo de desenvolvimento do projeto, como:

Curto prazo de entrega

Realizar a teoria

A parte experimental, foi difícil de conseguir alguns dados em certas tensões pré-definidas

Uma das dificuldades foi compreender o artigo científico

Entendimento da teoria por trás do experimento

Aprender a teoria corretamente

Captação dos dados, pois o experimento era mais complexo.

É possível observar que a maior dificuldade encontrada pelos alunos foi relacionada à complexidade teórica, atingindo a maior parte dos respondentes.

De modo geral, as percepções dos alunos foram:

“O projeto desenvolve como habilidade social para trabalhos fora da faculdade, como em estágios e trabalhos futuros.”

“Acho uma metodologia interessante e eficaz para fixação do conteúdo.”

“Acho que foi de extrema importância para compreensão do conteúdo.”

“Um ótimo trabalho para a compreensão das leis físicas”

“Gostamos muito do experimento e de sua relação com a realidade”

“Foi bom. Conseguimos desenvolver bem o projeto.”

“Desenvolvimento muito bom”

“Muito bom”



#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem PBL permite que os estudantes tenham uma melhor compreensão das teorias físicas importantes, sejam capazes de realizar experimentos de forma independente, bem como descrever, analisar e avaliar criticamente dados experimentais e se familiarizar com métodos experimentais importantes.

Verifica-se que a proposta executada com os estudantes amplia a compreensão sobre a Lei de Faraday-Lenz e permite ao estudante analisar a conversão de energia presente no experimento, melhorando sua compreensão física do mundo que o cerca.

#### 5. REFERÊNCIAS

AAES - AMERICAN ASSOCIATION OF ENGINEERING SOCIETIES - **Engineering Competency Model** - Disponível: <http://www.aaes.org/model> [Acesso Nov. 29, 2019].

ARRIBAS, E. et al "Development of a laboratory practice for physics introductory courses using a rubric for evaluation by competences", 2019 **J. Phys.:** Conf. Ser. 1287 012025

BALASCIO, C.; BRUMM, T.; MICKELSON, S. (2010, June), Competency Based Assessment Of Engineering Technology Program Outcomes **Anais**. 2010 Annual Conference & Exposition, Louisville, Kentucky. <https://peer.asee.org/16100>

BARACAT, D.; WITKOWSKI, F. M.; CUTRI, R. "Problem Based Learning in Multivariable Differential and Integral Calculus for engineering course". **Anais**. 11th Active Learning In Engineering Workshop. Copenhagen, Denmark. June 20-22 2012

CHAN, CKY. "Rubrics for Engineering Education", **Anais**. Engineering Education Enhancement and Research Asia (E3R Asia), 2015. - Available: <https://hke3r.cetl.hku.hk/pdf/Rubrics-for-Engineering-Education.pdf> [Acesso Dez. 2, 2022].

CHAVES, A. **Física Básica - Eletromagnetismo** LTC; 1ª edição, 2007

CRUZ, M. L.; SAUNDERS-SMITS, G. N.; GROEN, P. (2019): Evaluation of competency methods in engineering education: a systematic review, European - **Journal of Engineering Education**, DOI: 10.1080/03043797.2019.1671810

CUTRI, R.; BARACAT, D. E. ; MARIM, L. R. ; F. M. WITKOWSKI . Active-learning for Physics (Electromagnetism) teachers in an Engineering Course. **Anais**. ASEE Annual Conference and Exposition, 2015, Seattle, Washington. 122 ASEE Annual Conference and Exposition, 2015.

CUTRI, R.; et al. Ten Ways to Improve Learning Physics as Part of an Engineering Course. **Anais**. ASEE Annual Conference & Exposition, 2016, New Orleans. Anais. Louisiana, 2016.

CUTRI, R.; GIL, H. A. C. ; FREITAS, P. A. M. . Avaliação por competências ? Uma proposta de aplicação em disciplinas de engenharia. **Anais**: XLVII Congresso Brasileiro de Educação

em Engenharia (COBENGE), 2020. XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), 2020.

CUTRI, R.; MARIM, L.R.; CARDOSO, J.R. Using project-based learning to teach electromagnetic and wave concepts. **International journal of electrical engineering education**, v. 1, p. 002072091982899, 2019

DONOSO, G.; LADERA, C.L; MARTIN, P., Magnetically coupled magnet-spring oscillators **Eur. J. Phys.** 31 (2010) 433–452 doi:10.1088/0143-0807/31/3/002

DORI, Y. J.; BELCHER, J.; Learning Electromagnetism with Visualizations and Active Learning. Visualization in Science Education. **Models and Modeling in Science Education**. Volume 1, 2005, pp 187-216

DU.X; DE GRAAFF, E.; KOLMOS, A. **Research on PBL Practice in Engineering Education**. Sense Publishers. 2008

DYM, C. L.; et al. Engineering design thinking, teaching, and learning. **IEEE Engineering Management Review**, 34(1), 65-92, 2006.

FRASER, J.M.; TIMAN, L.A.; MILLER, K. ; DOWD, J.E.; TUCKER, L.; MAZUR, E. IOP Publishing – **Reports on Progress in Physics** – Doi 10.1088/0034-4885/77/3/032401 , 2014.

GEORGE MASON UNIVERSITY **Assessment of Student Learning Template** – Disponível em: <https://www.schev.edu/docs/default-source/about-section/committees-and-groups/virginia-assessment-group/4year/assessgmu.pdf> [Acesso Nov. 29, 2019].

NUSSENZVEIG, H.M. **Curso de Física Básica: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor** (Volume 2) Blucher; 5ª edição, 2014

PURDUE UNIVERSITY - **Engineering Education Graduate Competencies** - Disponível : <https://engineering.purdue.edu/ENE/Academics/Graduate/Competencies> [Acesso Nov. 29, 2019].

PURZER, S.; et al., "An Assessment Framework for First-Year Introduction to Engineering Courses" **School of Engineering Education Faculty Publications**. Paper 16. 2017.

STEM, N., MATTASOGLIO NETO, O., C. HECTOR, A., CUTRI, R. Avaliação por competências - uma proposta de aplicação nos laboratórios das disciplinas de ciências básicas da engenharia. **Anais: XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), 2022. L Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), 2022. DOI:10.37702/COBENGE.2022.3767**

WHITCOMB, C.; KHAN, R.; WHITE, C. **Development of a System Engineering Competency Career Development Model: an analytical approach using Bloom's Taxonomy** - 2014 – Disponível: [calhoun.nps.edu](http://calhoun.nps.edu) [Acesso Nov. 29, 2019].

## STUDY OF FARADAY'S LAW - LENZ IN THE CONTEXT OF FORCED HARMONIC MOTION

### **Abstract:**

*This evidence-based practice paper intends to analyze the development of physics modeling competences and soft-skills of second year students in Engineering courses. The main purpose is to apply the Project Based Learning - PBL approach during the Experimental Physics class. Forced harmonic motion (FHM) is a type of motion in which an object is subjected to an external force that varies sinusoidally with time. The motion of the object is then also sinusoidal, but with a phase difference relative to the forcing force. Faraday's law can be applied to FHM to describe the induced EMF in a coil where there are a variable magnetic field. The induced EMF will be proportional to the amplitude of the motion and the frequency of the forcing force. The students were divided in teams of four components and developed and analyze study of Faraday's law - Lenz in the context of forced harmonic motion. The students must read and understand the proposed physical model and experiment procedure. Next, the teams must collect data, analyze and compare it with the physical modeling of the phenomenon and finally, they must elaborate a self-explained video with up to 10 minutes where student's teams explaining the physical phenomenon, the modeling, the experiment carried out, analyzes and conclusions obtained.*

**Keywords:** Engineering Education, Physics

### **Resumo:**

*Este artigo de prática baseada em evidências pretende analisar o desenvolvimento das competências de modelagem física e habilidades interpessoais de alunos do segundo ano dos cursos de Engenharia. O principal objetivo é aplicar a abordagem de Aprendizagem Baseada em Projetos (PBL) durante a aula de Física Experimental. O movimento harmônico forçado (MHF) é um tipo de movimento no qual um objeto é submetido a uma força externa que varia sinusoidalmente com o tempo. O movimento do objeto também é sinusoidal, mas com uma diferença de fase em relação à força de excitação. A Lei de Faraday pode ser aplicada ao MHF para descrever a FEM (Força Eletromotriz) induzida em uma bobina onde há um campo magnético variável. A FEM induzida será proporcional à amplitude do movimento e à frequência da força de excitação. Os alunos foram divididos em equipes de quatro componentes e desenvolveram e analisaram o estudo da Lei de Faraday-Lenz no contexto do movimento harmônico forçado. Os alunos devem ler e compreender o modelo físico proposto e o procedimento experimental. Em seguida, as equipes devem coletar dados, analisá-los e compará-los com a modelagem física do fenômeno e, por fim, elaborar um vídeo autoexplicativo de até 10 minutos onde as equipes estudantis explicam o fenômeno físico, a modelagem, o experimento realizado, análises e conclusões obtidas.*

