



A INTEGRAÇÃO ENTRE ESTATÍSTICA E METROLOGIA

João Cirilo da Silva Neto jcirilo@araxa.cefetmg.br.

CEFET-MG-Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais-Campus IV, Araxá
Av. Ministro Olavo Drummond, 25, Bairro São Geraldo, CEP: 38.180.084-Araxá- MG.

RESUMO

O objetivo desse trabalho é apresentar uma ferramenta que analisa o diâmetro de um eixo, levando em consideração aspectos relacionados com a estatística e tolerâncias dimensionais (variação permitida da peça). Com esta ferramenta, foi possível mostrar que, em um intervalo de confiança pré-estabelecido, existem 95% de probabilidade de o diâmetro do eixo estar compreendido entre 13,020 mm e 13,028 mm. Para se chegar a esta conclusão, foi feita uma série de medições no eixo, utilizando um micrômetro de resolução 0,001 mm e feita uma análise estatística dos diâmetros medidos.

Palavras-Chave: Metrologia, Tolerância Dimensional, Estatística, NBR 6158:1995.

1. INTRODUÇÃO

Define-se metrologia como sendo a ciência das medidas e suas aplicações (Inmetro, 2009). Ela abrange todos os aspectos teóricos e práticos que asseguram a precisão exigida no processo produtivo, procurando garantir a qualidade de produtos e serviços através da calibração de instrumentos de medição, sejam eles analógicos ou eletrônicos (digitais), e da realização de ensaios, sendo a base fundamental para a competitividade das empresas.

A metrologia também diz respeito ao conhecimento dos pesos e medidas e dos sistemas de unidades de todos os povos, antigos e modernos. Por isso, esta atividade tem sido o ponto-chave para garantir o desenvolvimento do Brasil, principalmente quando de trata de exportar produtos brasileiros para o exterior.

Quando uma peça é fabricada, nem sempre é possível produzi-la com dimensões exatas ou sem nenhuma liberdade para mais ou para menos. Para que a peça funcione normalmente, durante o processo de fabricação, normalmente, é permitida uma diferença para cima ou para baixo nas suas dimensões (ABNT, 1995).

Na metrologia, normalmente, necessitamos, por meio das amostras, conhecer informações gerais da população de peças. A estatística indutiva é a ferramenta que vai nos auxiliar neste processo, ou seja, vai nos permitir tirar conclusões probabilísticas sobre aspectos das populações, com base na observação de amostras extraídas dessas populações. A estimação é o processo que consiste no uso de dados da amostra (dados amostrais) para estimar valores de parâmetros populacionais desconhecidos, tais como média, desvio padrão ou intervalo confiança.

O objetivo desse trabalho é mostrar a análise de tolerância dimensional, aplicando métodos estatísticos para analisar diâmetros de um eixo. Preocupou-se também em mostrar, didaticamente, a relação entre estatística e metrologia para se chegar aos procedimentos

Realização:



Organização:





experimentais para realização da análise estatística dos diâmetros de um eixo, considerando um intervalo de confiança de 95%.

2. FUNDAMENTOS DE ESTATÍSTICA APLICADOS NA METROLOGIA

Esta seção não pretende descrever todos os conceitos, princípios e aplicações da estatística, pois em função da abrangência dos conteúdos de estatística os mesmos não caberiam nesse trabalho. Portanto, nesse trabalho serão mostrados somente os fundamentos de estatística que são aplicados diretamente na metrologia. Quem desejar ampliar seus conhecimentos na área estatística deve procurar livros específicos sobre o tema. Mesmo assim, é interessante que o leitor entenda esses fundamentos para melhor compreender suas aplicações na metrologia. Os exemplos numéricos podem parecer, à primeira vista, simples e dispensáveis, mas não o são, pois remetem ao leitor informações importantes para o entendimento da relação entre estatística e metrologia.

De forma geral, pode-se dizer que a estatística é uma ciência que utiliza teorias probabilísticas para explicação de eventos, estudos e experimentos. Ela utiliza também métodos científicos para coletar e analisar dados. Tem por objetivo obter, organizar e analisar dados, determinar as correlações que apresentem, tirando delas suas conseqüências para descrição e explicação do que passou e previsão e organização do futuro.

A estatística também é uma ciência e prática de desenvolvimento de conhecimento humano através do uso de dados empíricos. Baseia-se na teoria estatística, um ramo da matemática aplicada. Na teoria estatística, a aleatoriedade e incerteza são modeladas pela teoria da probabilidade.

Algumas práticas estatísticas incluem, por exemplo, o planejamento, a sumarização e a interpretação de observações. Porque o objetivo da estatística é a produção da "melhor" informação possível a partir dos dados disponíveis, alguns autores sugerem que a estatística é um ramo da teoria da decisão (Thinkfn, 2011)

Conforme mencionado, a estatística trabalha com dados, por isso é importante apresentar alguns conceitos que vão contribuir nesse sentido, como por exemplo, população e amostra. População é o conjunto de indivíduos sobre o qual se faz uma inferência, Toledo & Ovalle (1988). Portanto, a população congrega todas as observações ou medidas que sejam relevantes para um estudo. Já a amostra pode ser definida como sendo um subconjunto ou parte selecionada de uma população. Pode-se citar como população uma quantidade de peças numa caixa e amostra uma é quantidade pequena de peças retirada dessa caixa para análise.

2.1. Relação entre estatística e metrologia

Pode parecer estranho misturar estatística com metrologia, mas na verdade estas duas ciências estão fortemente relacionadas. Quando são feitas várias medidas de uma mesma peça com um mesmo instrumento, nem sempre é utilizado o valor mais baixo ou mais elevado. Uma medida comum muito utilizada nesse caso poderia ser, por exemplo, a média aritmética de todas as medições.

Em estatística, sabe-se que a média aritmética nem sempre oferece um resultado consistente porque só considera a soma dos valores coletados pela divisão da quantidade de valores (número de termos), por isso outras medidas serão estudadas.

A análise dos dados em uma pesquisa experimental, por exemplo, também calcula correlações entre variáveis, especificamente entre aquelas manipuladas e as que foram



afetadas pela manipulação. Entretanto, os dados experimentais podem demonstrar conclusivamente relações causais (causa e efeito) entre variáveis. Assim, o avanço da ciência sempre tem que envolver a descoberta de novas relações entre variáveis. Em pesquisas correlacionais, a medida destas relações é feita de forma bastante direta, bem como nas pesquisas experimentais.

A estatística também está relacionada com outras medidas, como as de tendência central e dispersão, inferências relativas à média e à variância, regressão e correlação, erros e incertezas de medição, calibração, rastreabilidade entre outras que são comuns na metrologia.

A média de uma série de medições pode ser a mesma, contudo não podemos afirmar que as performances foram iguais para os diferentes grupos de medidas. É necessário caracterizar o conjunto também usando medidas que avaliam a variabilidade dos dados no conjunto. As medidas de dispersão são os exemplos mais comuns nesse caso. Podem-se citar, por exemplo, a amplitude amostral, a variância amostral, o desvio padrão, coeficiente de variação amostral, entre outros.

2.2. Média Aritmética Simples ou Amostral (\bar{x})

A média aritmética simples é o quociente da soma de todos os valores medidos pelo número desses valores. Supondo que foi feita a medida de um eixo com um paquímetro e foram encontrados os seguintes resultados: 10,23 mm; 10,19 mm; 10,20 mm; 10,17mm; 10,21 mm; 10,23 mm; 10,17mm.

A fórmula para o cálculo da média aritmética simples (\bar{x}) é dada pela Eq. (1), em que x_i é o valor genérico de observações e n é o número de observações.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

Solução do exemplo acima aplicando a Equação 1 é:

$$\bar{x} = (10,23 \text{ mm} + 10,19 \text{ mm} + 10,20 \text{ mm} + 10,17 \text{ mm} + 10,21 \text{ mm} + 10,23 \text{ mm} + 10,17 \text{ mm}) / 7 = 10,20 \text{ mm.}$$

2.2.1. Média Aritmética Ponderada (\bar{x})

A média aritmética ponderada é o quociente entre o somatório do produto de cada dado classificado pela sua frequência absoluta e o número desses dados. Em outras palavras, dadas uma série de medidas e o peso de cada medida encontra-se sua média aritmética ponderada multiplicando cada medida pelo seu peso e somando os termos desses valores e dividindo pela soma dos respectivos pesos. O cálculo da média aritmética ponderada pode ser feito pela Eq. (2).

$$\bar{x} = (X_1 \cdot F_1 + X_2 \cdot F_2 + \dots + X_n \cdot F_n) / n \quad (2)$$

Exemplo: uma peça foi medida com três micrômetros de fabricantes diferentes. O micrômetro **A** tinha 99% de exatidão e encontrou-se 13,294 mm. O micrômetro **B** tinha 95%



de exatidão e encontrou-se 13,283 mm. O micrômetro C tinha 98% de exatidão e encontrou-se 13,179 mm. Qual é a média aritmética ponderada das medições?

Aplicando a Eq. (2), a média aritmética ponderada é:

$$\bar{x} = (13,294 \cdot 0,99 + 13,283 \cdot 0,95 + 13,179 \cdot 0,98) / (0,99 + 0,95 + 0,98) = 13,251 \text{ mm.}$$

Se não fossem considerados os pesos relativos à exatidão dos instrumentos teríamos a média aritmética simples de 13,252 mm. A diferença de 0,001 mm pode parecer insignificante, mas não é, pois em metrologia esse valor, muitas vezes, pode significar muito. Além disso, essa diferença foi decorrente da estimativa de exatidão dos instrumentos.

2.3. Medidas de Dispersão

Medidas de dispersão são conjuntos de medidas (amplitude, variância e desvio padrão) utilizadas no estudo da variabilidade de uma determinada distribuição, permitindo obter uma informação mais completa acerca da forma da mesma, Silva et al (2011).

Em muitos casos é possível obter distribuições que tenham a mesma média, por exemplo, porém quando é feito um estudo da variabilidade das mesmas, observa-se que essas distribuições possuem comportamento totalmente diferente. Duas medidas de dispersão serão mostradas, resumidamente, a seguir. Para estudos mais aprofundados devem-se consultar livros específicos de estatística.

a) Variância

A variância (s^2) é a medida que permite avaliar o grau de dispersão dos valores da variável em relação à média aritmética. Diferentemente do desvio médio que despreza o fato de alguns desvios serem negativos e outros positivos, na variância estes sinais são levados em conta, pois são tomados os quadrados da diferença dos valores em relação à média.

Fórmula para o cálculo da variância amostral é dada pela Eq. (3):

$$s^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (3)$$

Exemplo: Calcular a variância para a seqüência abaixo que representa o diâmetro, em milímetros, de um eixo que foi torneado:

X= 23,45 mm; 23,29 mm; 23,15 mm; 23,39 mm; 23,40 mm, 23,30 mm; 23,31 mm.

Para calcular a variância é necessário calcular a média que nesse caso é: 23,33 mm. A variância calculada pela Eq. (3) é: 0,0096. Arredondando: **S²=0,01 mm**

b) Desvio padrão amostral

O desvio padrão (Eq. (4)) também permite avaliar o grau de dispersão dos valores da variável em relação à média aritmética e representa a raiz quadrada da variância.



$$s = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (4)$$

Exemplo: Calcular o desvio padrão para a sequência abaixo que representa o diâmetro, em milímetros, de um eixo que foi torneado:

X= 23,45 mm; 23,29 mm; 23,15 mm; 23,39 mm; 23,40 mm, 23,30 mm; 23,31 mm.

Para calcular o desvio padrão é necessário calcular a média que nesse caso é: 23,33 mm. O desvio padrão calculado pela Eq. (4) é: 0,098, arredondando: s=0,1 mm. A representação do diâmetro do eixo é: **23,33 mm ± 0,1 mm.**

Estatisticamente, se o desvio padrão for igual a zero, não existe variação em relação aos dados analisados. Conseqüentemente, as medidas são iguais. Por outro lado, se for feita uma comparação entre duas séries de medidas em condições de repetitividade, aquela possuir menor desvio padrão terá menor dispersão. Conclui-se que quanto maior for o desvio padrão, maior será a dispersão entre os dados analisados. Portanto, o desvio padrão pode ser considerado com sendo um indicador quantitativo da precisão de uma medição.

2.4. Intervalo de Confiança

Em estatística, um intervalo de confiança (IC) é um intervalo estimado de um parâmetro estatístico. Em vez de estimar o parâmetro por um único valor, é dado um intervalo de estimativas prováveis. Quão prováveis são estas estimativas é determinado pelo coeficiente de confiança. Quanto maior for a probabilidade do intervalo conter o parâmetro, maior será o intervalo. Intervalos de confiança são usados para indicar a confiabilidade de uma estimativa. Por exemplo, um (IC) pode ser usado para descrever quão confiáveis são os resultados de uma pesquisa. Sendo todas as outras coisas iguais, uma pesquisa que resulte num IC pequeno é mais confiável do que uma que resulte num (IC) maior (Pires, 2000).

Na prática moderna aplicada, a maioria dos intervalos de confiança está no nível de 95%, ABNT (2010).

De acordo com Ferreira (2007), seja uma distribuição amostral de média \bar{x} e desvio padrão s, esta distribuição é dita normal quando o gráfico apresentar a forma semelhante à indicada na Fig. (1).

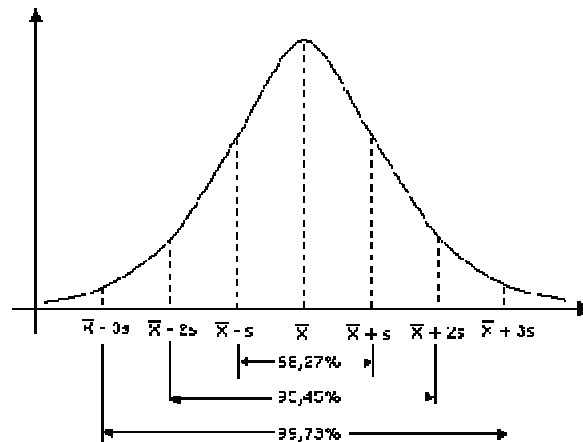


Figura 1. Distribuição normal



Numa distribuição amostral aproximadamente normal é de se esperar que 68,27% das medidas da amostra estejam no intervalo $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$, 95,45% estejam no intervalo $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s]$ e 99,73% estejam no intervalo $[\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s]$.

Estes intervalos são denominados *intervalos de confiança* de 68,27%, 95,45% e 99,73%, respectivamente. Os extremos dos intervalos são chamados de *limites de confiança* de 68,27%, 95,45% e 99,73%.

Quando o tamanho da amostra é menor que 30, costuma-se usar o coeficiente “t” de *confiança de Student*. O coeficiente “t” depende do grau de liberdade da amostra. Para uma distribuição aproximadamente normal, com amostras de tamanho maior ou igual a trinta, os valores de “z” e de “t” levam praticamente aos mesmos resultados.

Considera-se o *grau de liberdade* de uma amostra de tamanho “n” como sendo “n – 1”. Ao usar a tabela de Student deve ser observado que a primeira coluna corresponde ao tamanho da amostra menos 1.

É comum representar o intervalo de confiança (\bar{x}_p) , com percentual P%, conforme a Eq. (5).

$$\bar{x}_p = \bar{x}(\pm)t \cdot \frac{s}{n^{1/2}}, \quad (5)$$

em que **n** é o tamanho da amostra e **(t)** é o coeficiente de Student para 95% de confiança.

A Tabela 1 mostra os valores para coeficientes de confiança (Student) para 95% de confiança.

Tabela 1. Coeficiente de Student (t) para 95% de confiança (Adaptada da ABNT/INMETRO, 2003).

Graus de liberdade	1	2	3	4	5	20	25	30..	...	100	∞
Coeficiente de Student (t)	12,25	4,30	3,18	2,78	2,57		2,09	2,06	2,04		1,98	1,96

3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Como o objetivo do trabalho é mostrar a análise de tolerância dimensional, aplicando métodos estatísticos para interpretar diâmetros de um eixo, foi necessário realizar procedimentos experimentais para levantamentos dos dados. Para isso, foi utilizado um micrômetro externo (esquema da Figura 3) com resolução de 0,001 mm e que não foi calibrado para realizar 30 medições aleatórias no diâmetro de um eixo que foi torneado com diâmetro nominal de 13 mm e comprimento de 200 mm. Após a realização das 30 medições, foram encontrados os diâmetros mostrados na Tab. (2).

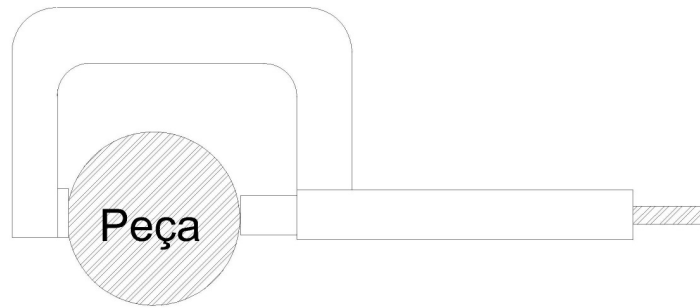


Figura 3. Aparato para medição do diâmetro de um eixo.

Tabela 2. Diâmetros medidos no eixo (mm)

13,020	13,025	13,040	13,00	13,025	13,030	13,028	13,021	13,041	13,044
13,031	13,010	13,022	13,013	13,034	13,010	13,015	13,035	13,020	13,025
13,027	13,015	13,032	13,020	13,018	13,022	13,030	13,036	13,017	13,010

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise estatística consiste encontrar um intervalo de confiança de 95% para o verdadeiro do diâmetro médio do eixo, tendo como base os valores obtidos na Tabela 2.

Para realização dessa análise é necessário calcular a média e o desvio padrão.

A média, calculada pela Eq. (1) é $\bar{x}=13,024 \text{ mm}$. O desvio padrão, calculado pela Eq. (4) é: $s=0,0103 \text{ mm}$

Para calcular o intervalo de confiança (\bar{x}_p) em relação à média é utilizada a Eq. (5).

$$\bar{x}_p = \bar{x}(\pm)t \cdot \frac{s}{n^{1/2}}, \quad (5)$$

Para calcular t , considerando o grau de liberdade $(n-1)=29$, na Tabela1. encontra-se $t=2,045$, substituindo t na Eq. (5) tem-se:

$$\bar{x}_p = 13,024 (\pm) 2,045 \cdot 0,0103/30^{1/2} = 13,024 \text{ mm} \pm 0,004 \text{ mm}.$$

Assim, o intervalo de confiança da média de todos os diâmetros medidos pelo micrômetro é $(13,024 \pm 0,004) \text{ mm}$, ou seja, existe uma probabilidade de 95% de a média dos diâmetros estar entre 13,020 mm e 13,028 mm.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho mostrou que existe uma integração muito forte entre a metrologia e a estatística. Por isso, o valor numérico do resultado da comparação entre uma grandeza a ser avaliada e uma grandeza de referência pode ser analisado com o apoio de outras ciências.

Em relação à estatística, foi possível mostrar que ela pode ser aplicada no cálculo de médias, desvio padrão e análise de intervalos de confiança para verificar o comportamento do diâmetro de um eixo, através de uma série de medições. Como a metrologia abrange todos os



aspectos teóricos e práticos relativos às medições, devem ser consideradas todas as possibilidades que possam contribuir para desenvolvimento da ciência ou da tecnologia.

A tolerância dimensional é um exemplo de aplicação da metrologia na estatística porque, normalmente, são utilizadas tabelas para estudo de intercambiabilidade de peças e equipamentos com base em normas técnicas que possibilite o perfeito funcionamento de sistemas acoplados.

No caso da análise do comportamento do diâmetro do eixo, em um intervalo de confiança de pré-estabelecido, foi possível verificar que após uma série de medições, existem 95% de probabilidade de o diâmetro do eixo estar compreendido entre 13,020 mm e 13,028 mm. Portanto, valores fora deste intervalo devem ser considerados como não conformidade.

6. AGRADECIMENTOS

O autor agradece à Diretoria do CEFET-MG pelo apoio na elaboração e na apresentação desse trabalho no COBENGE 2012.

7. REFERÊNCIAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. 2010, NBR ISO 3534-1:2010. “Estatística- Vocabulário e símbolos Parte 1: Termos estatísticos gerais e termos usados em probabilidade”, Rio de Janeiro, 69 p.

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Guia para a Expressão da Incerteza de Medição, terceira edição brasileira em língua portuguesa- Rio de Janeiro, INMETRO, 2003, 120 p.

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. “NBR 6158- Sistema de tolerâncias e ajustes”, Rio de Janeiro, 1995, 79 p.

Ferreira, C. J. Estatística. 2007, Disponível em: www.cesariof.xpg.com.br/estat/estatistica.doc. Acesso em: 20 fev. 2012.

Inmetro - Instituto Nacional de Metrologia Normalização e Qualidade Industrial. Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos Fundamentais e Gerais e Termos Associados (VIM 2008). 2009, 1ª Edição Brasileira. Rio de Janeiro: Inmetro, 78 p.

Pires, A. Capítulo 7 - Estimação por intervalos, 2000. Disponível em: <http://www.math.ist.utl.pt/~apires/MaterialPE/AulaTCap7C.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2012.

Silva, C. S. L.; Costa, H. I. C.; Matias, M. P. A. Estatística. 2011. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm24/quemsomos.htm#quem>. Acesso em: 15 dez. 2011.

THINKFN. Estatística. Disponível em: <http://www.thinkfn.com/wikibolsa/Estat%C3%ADstica>. Acesso em: 15 dez. 2011

Toledo, G. Luciano & Ovalle, I. I. 1988. Estatística básica. São Paulo: Atlas.



INTEGRATION BETWEEN STATISTICS AND METROLOGY

Abstract

The aim of this paper is to present a tool that analyzes the diameter of a shaft, taking into account aspects related to statistical and dimensional tolerances. With this tool, it was found that, in a confidence interval pre-established, there is 95% probability of the shaft diameter being between 13,020 mm and 13,028 mm. To reach this conclusion, was made a series of measurements on the axis, using a micrometer resolution 0,001 mm and made a statistical analysis of diameters.

Keywords: Metrology, Dimensional Tolerance, Statistics, NBR 6158:1995.