



## PROJETO DE MECANISMOS DE 4 BARRAS USANDO A SÍNTESE CINEMÁTICA PELO MÉTODO BLOCH

**Carlos Sergio Pivetta**<sup>1</sup> – carlos.pivetta@etep.edu.br

**Oswaldo Prado De Rezende**<sup>1</sup> – osvaldo.rezende@etep.edu.br

**Euler Gonçalves Barbosa**<sup>1</sup> – euler.barbosa@etep.edu.br

<sup>1</sup>CETEC Educacional AS, ETEP Faculdades, Engenharias  
Avenida Barão do Rio Branco, 882 – Jardim Esplanada  
CEP 12242-800 São José dos Campos - SP

**José Geraldo Trani Brandão**<sup>2</sup> – brandao@feg.unesp.br

**Marcelo Sampaio Martins**<sup>2</sup> – marcelo.sampaio@feg.unesp.br

<sup>2</sup>UNESP - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá  
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 Bairro Pedregulho  
CEP 12516-410 Guaratinguetá - SP

**Resumo:** *Este trabalho apresenta uma aplicação e discussão do Método de Bloch na síntese cinemática de mecanismos de 4 barras. A abordagem usa números complexos para a síntese de mecanismos à partir de velocidades e acelerações angulares das barras de entrada, intermediária e de saída. Equações vetoriais com números complexos como coeficientes são obtidas se resolvidas resultando as dimensões do mecanismo. A configuração do elo fixo é definida para qualquer posição angular em relação ao eixo horizontal "x". A partir da síntese obtida, uma análise cinemática é realizada usando-se um método analítico e iterativo para verificar o desempenho do mecanismo nas proximidades da posição especificada, o que pode permitir a otimização da solução cinemática. Os resultados obtidos na síntese pelo Método de Bloch são comparados com os valores cinemáticos do mecanismo gerado. A aplicação do método demonstra que a síntese pelo Método de Bloch torna-se muito interessante. O método permite a confirmação da análise cinemática para determinadas fases críticas de um mecanismo, tais como em posições nas proximidades das regiões de limites de funcionamento, quando os valores aparentemente tornam-se duvidosos vistos terem módulos muito grandes ou muito pequenos.*

**Palavras-chave:** *Síntese pelo método de Bloch, Síntese cinemática, Projeto de mecanismos articulados*

### 1. INTRODUÇÃO

A síntese cinemática de mecanismo de 4 barras é um procedimento de projeto de um sistema mecânico articulado para atender especificações iniciais desejadas. Síntese dimensional de um mecanismo é a determinação das proporções (dimensões) dos elos necessárias para se obter os movimentos desejados (NORTON, 2010). De acordo com Mabie

& Reinholtz (1987) os problemas de sínteses cinemáticas podem ser classificados em uma das três categorias: geração de funções, geração de trajetória e movimento de um corpo.

Norton (2010) apresentou um número de métodos de sínteses e os descreveu separando em três tipos denominados de precisão, equação e otimização. Em relação ao termo precisão, é o que visa encontrar uma solução que passe exatamente pelos pontos desejados, mas poderá desviar da trajetória desejada entre estes pontos. Para o termo equação refere-se aos métodos que resolvem, por exemplo, uma equação da curva acopladora que é tricircular, trinodal sêxtupla de 15 termos, para encontrar um mecanismo apropriado. A Otimização refere-se ao procedimento iterativo que permite a melhoria e convergência de resultados tal como exemplo o método dos mínimos quadrados ou outros métodos.

A Figura 1 ilustra um mecanismo desenvolvido para executar uma função desejada para requeridos valores de saída em relação a valores fornecidos de entrada (ERDMAN & SANDOR, 1984).

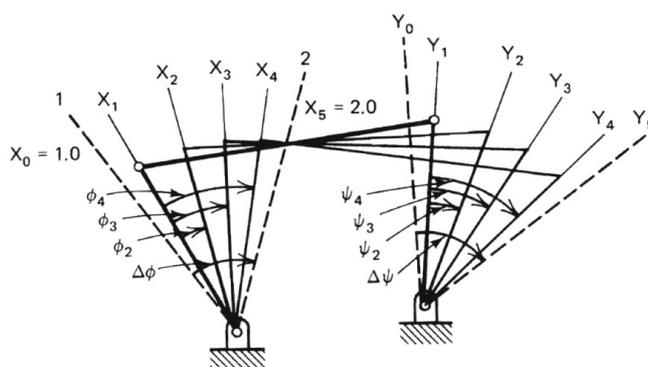


Figura 1 – Mecanismo para geração de função (ERDMAN & SANDOR, 1984).

Neste trabalho é apresentada a síntese dimensional para o projeto de um mecanismo de 4 barras com o objetivo de se obter as dimensões e suas posições angulares. Há diversos procedimentos e técnicas disponíveis pra executar um projeto de mecanismos, as quais podem ser citadas tais como os métodos gráficos, analíticos algébricos, os vetoriais e os numéricos, alguns dos quais podem se tornar muito frustrantes (UICKER *et al.*, 2010).

Tao (1964) publicou diversos métodos gráficos para o projeto dimensional de mecanismos apresentando vários procedimentos para a obtenção de solução do mecanismo de 4 barras. Soni (1974) apresentou um método numérico e iterativo para o projeto de um mecanismo de 4 barras que descrevesse uma trajetória específica desejada, denominada de curva acopladora, a partir de determinados pontos de interesse especificados.

Na aplicação do método da síntese de Bloch para um mecanismo de 4 barras verificou-se que há um fator importante a ser considerado, e que neste trabalho é abordado e explorado: muitas vezes é possível projetar um mecanismo que deverá gerar um determinado movimento teoricamente, mas o idealizador deverá satisfazer às necessidades com uma determinada aproximação que é possível ser obtida (MABIE & REINHOLTZ, 1987).

Um método muito importante para a síntese de mecanismos de 4 barras é o que utiliza a equação de Freudenstein. Este método, em suas aplicações mais comuns, especifica três posições angulares da barra de entrada e 3 posições angulares da barra de saída e a partir de um sistema de equações simultâneas estruturado, gera a solução de um mecanismo que

atenda. A Equação (1) ilustra a forma básica da equação de Freudenstein, a qual é empregada em diversos métodos de sínteses analíticas disponíveis (UCKER *et al.*, 2010).

$$K_1 \cos \theta_2 + K_2 \cos \theta_4 + K_3 = \cos (\theta_2 - \theta_4) \quad (1)$$

A Equação (1) é usada basicamente para 3 posições desejadas do mecanismo expressas pelos ângulos de posição das barras de entrada  $\theta_2$  e de saída  $\theta_4$ , respectivamente, de uma fase do mecanismo, resultando em 3 equações lineares simultâneas. Os valores de  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são os coeficientes das equações lineares simultâneas para serem usados no cálculo dos comprimentos das barras.

O método de síntese de Bloch apresentado neste trabalho é uma alternativa de síntese de um mecanismo de 4 barras quando os parâmetros cinemáticos das barras são especificados. Os objetivos são os de determinar os comprimentos das barras que atendam a cinemática desejada, a partir dos dados de entrada, as velocidades e as acelerações angulares das barras, obtendo-se as posições angulares das barras que executam a cinemática desejada estabelecida.

O método de Bloch em conjunto com a equação de Freudenstein foi utilizado e aplicado por Yaman *et al.* (2002) na síntese cinemática de sistema de controle de elevação de aeronaves leves, em que três mecanismos de 4 barras foram usados. No estudo de Yaman *et al.* (2002) também foram usados espaçamentos de Chebychev para a determinação dos pontos de precisão e reduzir os erros estruturais.

A contribuição principal deste trabalho é que a síntese de mecanismos de 4 barras pelo método de Bloch é desenvolvida para aplicações generalizadas, sendo o elo fixo  $r_1$  (terra) de qualquer dimensão e em uma posição angular  $\theta_1$  qualquer. Nas literaturas são apresentados apenas o elo fixo na posição horizontal sendo  $\theta_1 = 0$  e seu comprimento  $r_1 = l$ . Outro fator importante é que este método viabiliza o seu emprego para validar a análise cinemática de mecanismos planos de 4 barras. Algumas vantagens deste método são as de ter uma alternativa para avaliar corretamente a análise cinemática de posições desejadas ou nas proximidades, quando tornam-se duvidosas, em função de valores obtidos, os quais de uma forma preliminar são considerados muito elevados ou demasiadamente pequenos.

O método utiliza sistema de equações vetoriais 3x3 tendo coeficientes complexos e fazendo-se a expansão para um sistema de equações simultâneas 6x6 obtém-se todos os coeficientes reais. Algumas vantagens são as de ter um método para avaliar corretamente a análise cinemática de posições desejadas ou nas proximidades, quando aparentemente tornam-se duvidosas, em função de valores obtidos, os quais de uma forma preliminar são considerados muito elevados ou demasiadamente pequenos.

## 2. DESENVOLVIMENTO

A síntese pelo método Bloch é um procedimento de projeto que utiliza cálculos vetoriais quando uma condição cinemática é desejada. A Figura 2 ilustra a identificação e a nomenclatura básica de um mecanismo de 4 barras. A Figura 2a) ilustra a representação das barras, de uma forma convencional, e a Figura 2b) ilustra a representação de vetores em substituição das barras.

O objetivo desta síntese é definir quais são os comprimentos das barras para executar a cinemática com as velocidades e as acelerações desejadas para elos móveis. O método de síntese, foco deste trabalho, foi desenvolvido por Bloch usando posições vetoriais que

representam os elos do mecanismo da Figura 2, cuja soma dos vetores é feita por meio da Equação (2).

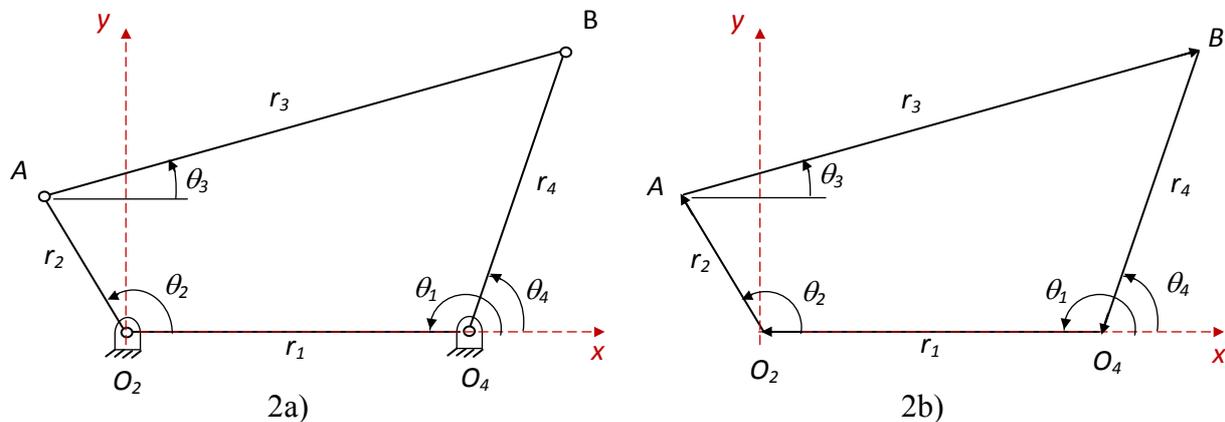


Figura 2 – Mecanismo de 4 barras. 2a)- Representação básica, 2b)- Representação dos vetores (Adaptado de UICKER *et al.*, 2010).

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 0 \quad (2)$$

Cada vetor da Equação (2) ao ser substituído por representação de números complexos na forma polar resulta a Equação (3), em que  $j = \sqrt{-1}$ , é a unidade imaginária.

$$r_1 e^{j\theta_1} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} + r_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (3)$$

Usando-se a Equação (3) e fazendo-se  $\theta_1 = 180^\circ$  e  $r_1 = 1$  e obtendo-se as equações da velocidade e da aceleração, que são a primeira e a segunda derivadas em relação ao tempo, podem-se obter a Equação (4) e a Equação (5) (RAO & DUKKIPATI, 2006).

$$A r_2 \omega_2 e^{j\theta_2} + r_3 \omega_3 e^{j\theta_3} + r_4 \omega_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (4)$$

$$r_2 (\dot{\omega}_2 + j\omega_2^2) e^{j\theta_2} + r_3 (\dot{\omega}_3 + j\omega_3^2) e^{j\theta_3} + r_4 (\dot{\omega}_4 + j\omega_4^2) e^{j\theta_4} = 0 \quad (5)$$

Utilizando-se as Equações (3), (4) e (5), retornando à notação vetorial, as mesmas resultam em um sistema de três equações simultâneas tendo números complexos como coeficientes, de acordo com a Equação (6), já apresentada, e as Equações (9) e (10) (RAO & DUKKIPATI, 2006).

$$\omega_2 r_2 + \omega_3 r_3 + \omega_4 r_4 = 0 \quad (6)$$

$$(\dot{\omega}_2 + j\omega_2^2) r_2 + (\dot{\omega}_3 + j\omega_3^2) r_3 + (\dot{\omega}_4 + j\omega_4^2) r_4 = 0 \quad (7)$$

Ao serem especificados valores desejados das velocidades e das acelerações angulares das barras  $r_2$ ,  $r_3$  e  $r_4$ , então, as Equações (3), (6) e (7) são resolvidas para a obtenção das dimensões das barras respectivas pela Equação (8).

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 \\ (\dot{\omega}_2 + j\omega_2^2) & (\dot{\omega}_3 + j\omega_3^2) & (\dot{\omega}_4 + j\omega_4^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

O citado sistema de três equações pode ser resolvido utilizando-se arbitrariamente um valor de  $r_1$  para se obter os outros valores de comprimentos das outras barras (Modif. de RAO & DUKKIPATI, 2006).

Resolvendo a Equação (8) pode-se obter a Equação (9) para calcular o valor do comprimento da barra de entrada (elo motor)  $r_2$  (Adaptado de UICKER *et al.*, 2010). O sistema de 3 equações simultâneas envolve 4 incógnitas, sendo que, pode-se escolher arbitrariamente o valor de  $r_1$ , transformando em um sistema de 3 incógnitas.

$$r_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & \omega_3 & \omega_4 \\ 0 & \dot{\omega}_3 + j\omega_3^2 & \dot{\omega}_4 + j\omega_4^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 \\ \dot{\omega}_2 + j\omega_2^2 & \dot{\omega}_3 + j\omega_3^2 & \dot{\omega}_4 + j\omega_4^2 \end{vmatrix}} \quad (9)$$

É necessário observar que se o denominador da Equação (9) resultar no valor zero será impossível obter o valor de  $r_2$  utilizando a Equação (8), restrição válida também para  $r_3$  e  $r_4$ . Ao se modelar por meio de outro recurso matemático, um que possa permitir a obtenção de equações similares levando a um determinante diferente de zero, conforme a Equação (10).

$$\Delta = r_3 r_4 \sin(\theta_4 - \theta_3) \neq 0 \quad (10)$$

O significado da Equação (10) é que, nos casos em que  $\theta_3 = \theta_4$ , o que caracteriza um alinhamento entre as barras  $r_3$  e  $r_4$ , isto resultará em um sistema mecânico articulado que torna-se impossível de girar. Condições similares podem ocorrer quando os valores destes dois ângulos,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  geram um ângulo de transmissão muito pequeno e então o determinante da Equação (9) tende à zero, produzindo um mecanismo de 4 barras ineficiente.

Outra consideração, é que ao se desenvolver as derivadas em relação ao tempo destas equações, principalmente para a análise de aceleração, pode se observar que para alguns resultados que são obtidos por cálculos os mesmos dependem de determinantes das matrizes envolvidas.

Uicker *et al.* (2010) discutiram sobre alguns exemplos muito interessantes em projetos mecânicos focados em mecanismos de barras. Se os valores numéricos dos determinantes da Equação (10) forem muito próximos de zero, resultará em um problema de configuração do sistema.

Considerando-se a Equação (9), o determinante do denominador será similar para  $r_3$  e para  $r_4$  e atribuindo-se a unidade para o determinante do denominador para se obter as dimensões das barras do mecanismo, a Equação (9) é desenvolvida com expressões similares para  $r_2, r_3$  e  $r_4$  com valores em números complexos e iguais os que resultam as Equações (11), (12) e (13) (Adaptado de UICKER *et al.*, 2010), podendo ser usado juntamente com a Equação (2).

$$r_2 = \omega_4(\dot{\omega}_3 + j\omega_3^2) - \omega_3(\dot{\omega}_4 + j\omega_4^2) \quad (11)$$

$$r_3 = \omega_2(\dot{\omega}_4 + j\omega_4^2) - \omega_4(\dot{\omega}_2 + j\omega_2^2) \quad (12)$$

$$r_4 = \omega_3(\dot{\omega}_2 + j\omega_2^2) - \omega_2(\dot{\omega}_3 + j\omega_3^2) \quad (13)$$

A Figura 3 ilustra o mecanismo da Figura 2 com ambos, o elo fixo na posição angular  $\theta_1$  diferente de  $0^\circ$  ou de  $180^\circ$  e para qualquer comprimento da barra fixa  $r_1$ . Quando um mecanismo de 4 barras tem uma posição angular da barra fixa  $r_1$  diferente de zero e de acordo com a representação da Figura 3, a síntese desta generalização poderá ser resolvida através de um sistema de equações lineares e para isto utiliza-se a Equação (14).

É importante notar que a Figura 3 ilustra uma configuração geral de um mecanismo de 4 barras. Este desenvolvimento não é apresentado e nem demonstrado nas literaturas.

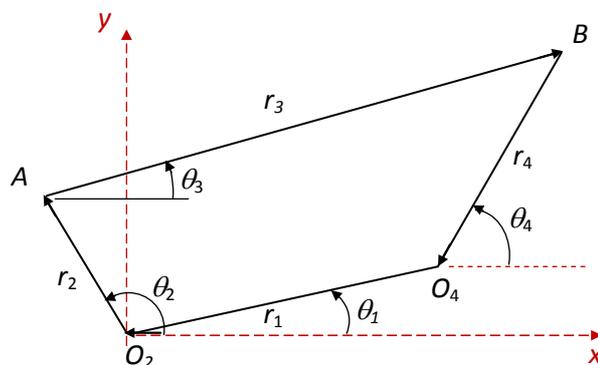


Figura 3. Mecanismo de 4 barras com generalizações para  $r_1$  e  $\theta_1$  (Adaptado de UICKER *et al.*, 2010).

Para descrever matematicamente a generalização do mecanismo ilustrado na Figura 4, a Equação (8) foi expandida usando-se uma posição angular qualquer  $\theta_1$  da barra fixa  $r_1$ . Anteriormente não foi considerado porque, com a generalização, o valor de  $\theta_1$  será diferente de  $0^\circ$  ou de  $180^\circ$ .

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_2 \cos \theta_2 \\ r_2 \sin \theta_2 \\ r_3 \cos \theta_3 \\ r_3 \sin \theta_3 \\ r_4 \cos \theta_4 \\ r_4 \sin \theta_4 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Para usar a generalização, foi necessário alterar o sistema de equações vetoriais tendo coeficientes complexos para um sistema de equações simultâneas com coeficientes reais. Este desenvolvimento poderá simplificar os cálculos.

A Equação (15) representa o sistema linear e poderá ser resolvido usando-se inversão de matrizes. A Equação (16) representa a solução da matriz X da Equação (15).

$$A \cdot X = B \quad (15)$$

$$X = A^{-1} \cdot B \quad (16)$$

O sistema de equações lineares da Equação (15), depois de desenvolvido para a solução generalizada, agora considerando a inclinação da barra fixa na posição angular  $\theta_1$  e qualquer valor da barra fixa  $r_1$  pode ser descrito pela Equação (17).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -\omega_2 & 0 & -\omega_3 & 0 & \omega_4 \\ \omega_2 & 0 & \omega_3 & 0 & -\omega_4 & 0 \\ \dot{\omega}_2 & -\omega_2^2 & \dot{\omega}_3 & -\omega_3^2 & -\dot{\omega}_4 & \omega_4^2 \\ -\omega_2^2 & -\dot{\omega}_2 & -\omega_3^2 & -\dot{\omega}_3 & \omega_4^2 & \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cos \theta_1 \\ r_1 \sin \theta_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Aplicando-se o conceito da Equação (16) e usando-se um comprimento desejado para  $r_1$ , que normalmente depende dos espaços disponíveis no projeto, obtém-se a Equação (18). O sistema linear da Equação (17) poderá ser resolvido pela Equação (18), usando-se o comprimento desejado  $r_1$  na Equação (16), que normalmente define as dimensões básicas do mecanismo.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -\omega_2 & 0 & -\omega_3 & 0 & \omega_4 \\ \omega_2 & 0 & \omega_3 & 0 & -\omega_4 & 0 \\ \dot{\omega}_2 & -\omega_2^2 & \dot{\omega}_3 & -\omega_3^2 & -\dot{\omega}_4 & \omega_4^2 \\ -\omega_2^2 & -\dot{\omega}_2 & -\omega_3^2 & -\dot{\omega}_3 & \omega_4^2 & \dot{\omega}_4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \cos \theta_1 \\ r_1 \sin \theta_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

É necessário observar que se o determinante da matriz A da Equação (17) resultar em zero, de acordo com a Equação (10) já citada, é impossível se obter o valor de  $r_2$  e qualquer outro valor. Da Equação (18) pode-se obter a solução para os comprimentos das barras  $r_2$ ,  $r_3$  e  $r_4$  e as posições angulares  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  por meio da Equação (19).

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x_1^2 + x_2^2)^{0,5} \\ (x_3^2 + x_4^2)^{0,5} \\ (x_5^2 + x_6^2)^{0,5} \\ \text{tg}^{-1}(x_2/x_1) \\ \text{tg}^{-1}(x_4/x_3) \\ \text{tg}^{-1}(x_6/x_5) \end{pmatrix} \quad (19)$$

### 3. APLICAÇÃO DO MÉTODO

Uicker *et al.* (2010) apresentaram a resolução da síntese pelo método de Bloch para obter um mecanismo de 4 barras considerando-se uma cinemática desejada em que foi solucionado por técnicas vetoriais. Os dados de entrada utilizados para o projeto do mecanismo na aplicação da síntese pelo método de Bloch são:  $\omega_2 = 200 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_3 = 85 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_4 = 130 \text{ rad/s}$ ,  $\alpha_2 = 0 \text{ rad/s}^2$ ,  $\alpha_3 = -1000 \text{ rad/s}^2$  e  $\alpha_4 = -16000 \text{ rad/s}^2$ .

As Equações (14), (15) e (16) foram utilizadas para se obter os comprimentos das barras  $r_2$ ,  $r_3$  e  $r_4$ . A Equação (5) foi utilizada para se obter o comprimento da barra  $r_1$ , a partir das demais, sendo posicionada na horizontal na direção  $x$ . Os resultados obtidos foram  $r_1 = 45,974 \text{ mm}$  (1,81 in),  $r_2 = 33,782 \text{ mm}$  (1,33 in),  $r_3 = 93,726 \text{ mm}$  (3,69 in) e  $r_4 = 49,911 \text{ mm}$  (1,965 in) e o ângulo de posição da barra  $r_2$ , de entrada, resultou em  $\theta_2 = 146,4^\circ$ . A fase do mecanismo obtida pela síntese, após uma necessária rotação de planos no sentido anti-horário, é ilustrada na Figura 4.

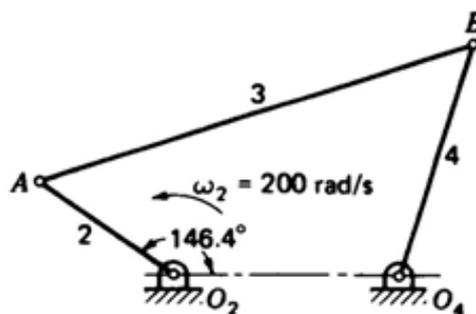


Figura 4. Representação do mecanismo de 4 barras sintetizado (UICKER *et al.*, 2010).

Ao se utilizar o procedimento de síntese de Bloch generalizado para os dados de entrada de Uicker *et al.* (2010), desenvolvido neste trabalho, iniciando-se pela Equação (18), substituindo-se as variáveis e usando-se  $r_1 = 45,974 \text{ mm}$ , tem-se os resultados da matriz de dos valores de “ $x$ ” conforme a Equação (20). Resolvendo-se a Equação (19) podem se obter os resultados da Equação (21).

Para resolver os ângulos de posição  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  e  $\theta_4$  da Equação (21) foi utilizada a função ATAN2 do Excel e transformando os valores angulares de radianos para graus, permitindo determinar os ângulos diretamente, evitando-se assim uma análise adicional.

Os resultados obtidos pela síntese, pelo procedimento apresentado neste trabalho são os mesmos publicados por Uicker *et al.* (2010). Ao se avaliar o mecanismo resultante da síntese fazendo-se a análise da condição de Grashof pode-se concluir que o mecanismo é do

tipo balancim duplo (alavancas duplas), sendo que não poderá executar uma rotação completa da barra de entrada  $r_2$  em torno de  $O_2$ .

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28,1266 \\ 18,6720 \\ 89,0613 \\ 29,0453 \\ 14,9607 \\ 47,7173 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33,760 \\ 93,678 \\ 50,008 \\ 146,42 \\ 18,06 \\ 72,59 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Aplicando o método para um novo exemplo em que a barra de entrada está posicionada a um ângulo  $\theta_1$  diferente de  $0^\circ$  ou de  $180^\circ$ , conforme o mecanismo ilustrado na Figura 5, sendo a barra de entrada girando em velocidade angular constante  $\omega_2 = -40 \text{ rad/s}$  e  $\alpha_2 = 0 \text{ rad/s}^2$ .

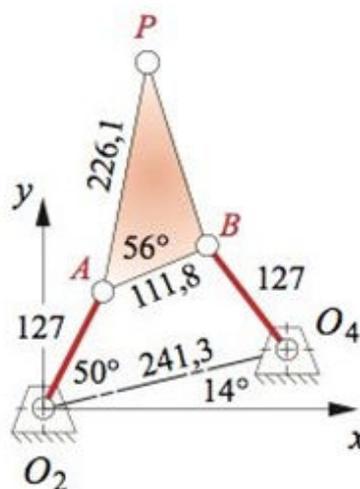


Figura 5. Mecanismo com a barra fixa  $r_1$  inclinada em  $\theta_1 = 14^\circ$  (NORTON, 2010).

Ao se fazer a análise cinemática do mecanismo da Figura 5 de Norton (2010) de acordo com procedimentos numéricos desenvolvidos por Pivetta *et al.* (2009) para a posição ilustrada, sendo o ângulo de posição da barra de entrada  $\theta_2 = 50^\circ$  e  $\omega_2 = -40 \text{ rad/s}$  constante, portanto no sentido horário, podem ser obtidas as velocidades e as acelerações, as quais são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores da cinemática do mecanismo para  $\theta_2 = 50^\circ$ .

Parâmetro	Nomenclatura	Valores
Velocidade do ponto B	$v_B$ [m/s]	3,336
Velocidade do ponto P	$v_P$ [m/s]	4,726
Aceleração do ponto B	$a_B$ [m/s <sup>2</sup> ]	387,70
Aceleração do ponto P	$a_P$ [m/s <sup>2</sup> ]	585,41
Velocidade angular da barra 3	$\omega_3$ [rad/s]	41,52
Velocidade angular da barra 4	$\omega_4$ [rad/s]	-26,27
Aceleração angular da barra 3	$\alpha_3$ [rad/s <sup>2</sup> ]	-350,28
Aceleração angular da barra 4	$\alpha_4$ [rad/s <sup>2</sup> ]	2973,8

Utilizando-se os resultados obtidos da Tabela 2 e ao se substituir os valores das velocidades e das acelerações angulares nas Equações (20), (21) e (22), referentes às equações generalizadas desenvolvidas para realizar a síntese cinemática de Bloch, e utilizando-se o comprimento da barra fixa com  $r_1 = 241,30$  mm, sendo a sua posição angular  $\theta_1 = 14^\circ$ , os valores obtidos das demais barras e suas respectivas posições são apresentados na Tabela 3.

A Figura 6 ilustra as duas posições limites do mecanismo da Figura 5, sendo as posições angulares das barras para os ângulos  $\theta_{2\max} = 87,61^\circ$  e  $\theta_{2\min} = -59,54^\circ$ .

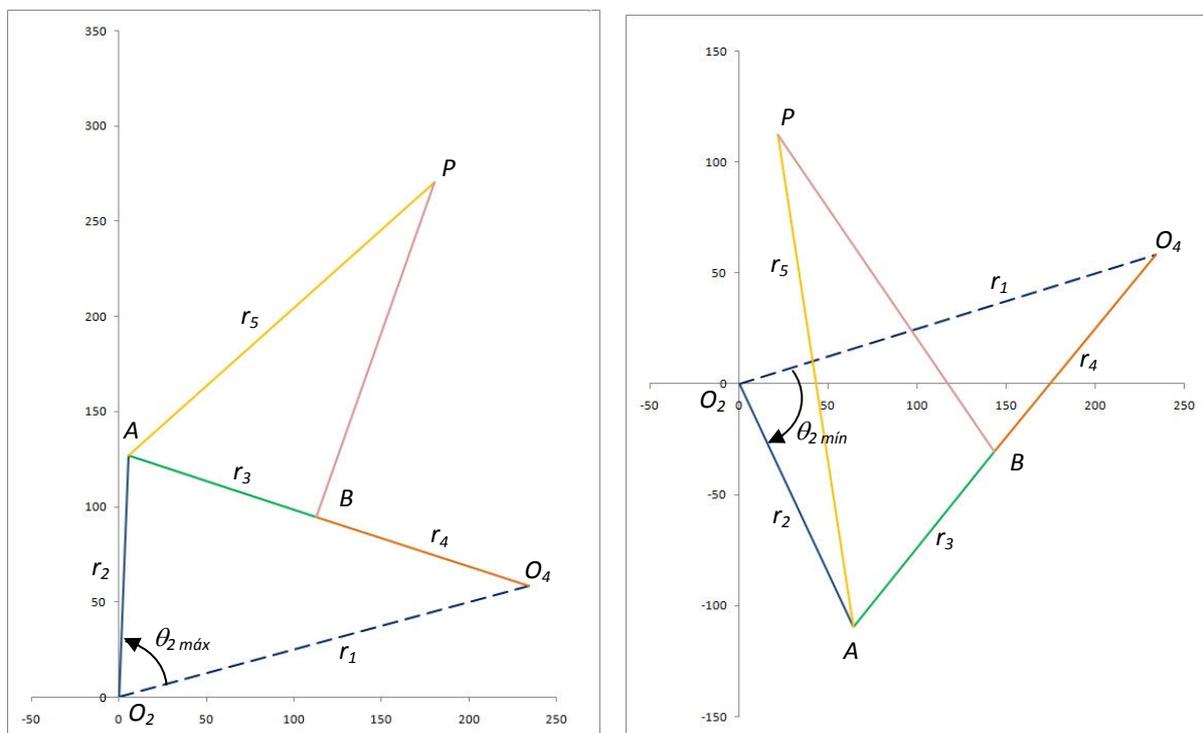


Figura 6. Posições máxima  $\theta_{2\max}$  e mínima  $\theta_{2\min}$  do mecanismo.

#### 4. RESULTADOS

Os resultados deste trabalho demonstraram que, ao se fazer a síntese pelo método de Bloch, apesar de requerer esforços matemáticos relativamente elevados, visto que necessitam de operações matriciais com inversões, permitem valores constantes para as barras quando se utilizaram os dados cinemáticos das barras nas posições de funcionamento. Os valores obtidos permanecem praticamente constantes na região de funcionamento, confirmando que a análise cinemática está correta. Nos pontos de limites de funcionamento do mecanismo ocorrem variações significativas, demonstrando que há instabilidade no funcionamento, o que pode ser visto na ilustração da Figura 8.

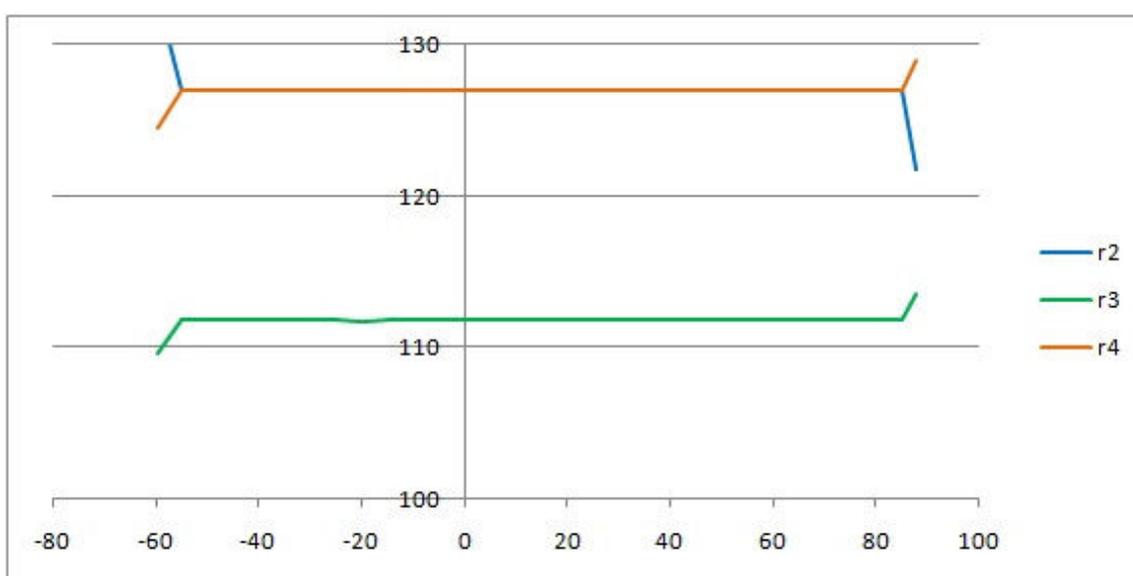


Figura 8. Resultados da síntese do mecanismo para todas as posições da barra de entrada.

#### 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pode-se concluir que o método de Bloch torna-se muito importante para auxiliar na análise cinemática de mecanismos, o que poderá sanar muitas dúvidas no ensino e no aprendizado da Engenharia.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Erdman, A. G, Sandor, G. N., 1984. *Advanced Mechanism Design: Analysis and Synthesis*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Mabie, H. H., and Reinholtz, C. F., 1987. *Mechanisms and Dinamics of Machinery*. John Wiley & Sons, New Jersey, 4th edition.
- Norton, R. L., 2010. *Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos*. Mc-Graw-Hill., Porto Alegre, 3rd edition.



- Pivetta, C. S., Rezende, O. P., Campos, M. L., Brandão, J. G. T., 2009. *Four bars linkages kinematic analysis through geometric and computational approach*. In Congresso Nacional de Engenharia Mecânica e Industrial. – CONEMI 2009. Campo Grande, Brazil.
- Souza, A. D., Pivetta, C. S., Rezende, O. P., Fonseca, A. M. F., Grechi, R., Brandão, J. G. T., 2010. *Four bars mechanisms design with coupling curve synthesis*. In Congresso Nacional de Engenharia Mecânica e Industrial. – CONEMI 2010. Vitória, Brazil.
- Rao, J. S. and Duddipati, R. V., 1992, Reprint 2006. *Mechanism and Machine Theory*. New Age International Ltd., Publishers, New Delhi.
- Soni, A. H., 1974. *Mechanism Synthesis and Analysis*. Mc-Graw-Hill Book Company., Washington.
- Tao, D. C., 1964. *Applied Linkage Synthesis*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., USA, 3rd edition.
- Uicker Jr., J. J., Pennock, G. R. and Shigley, J. E., 2010. *Theory of Machines and Mechanisms*. Oxford University Press, New York, 4rd edition.
- Yaman, Y., Akman, Y. and Söylemez, E., 2002. *Kinematic Synthesis of flight control systems for light aircraft. Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Ankara, Turkey.

## **KINEMATIC SYNTHESIS AND ANALYSIS USING BLOCH'S METHOD APPLIED TO A FOUR BARS LINKAGE**

**Abstract:** *This paper presents an application and discussion of Bloch's Method on kinematic synthesis applied to a four bars linkage. This approach uses complex numbers for the synthesis of linkage for prescribed angular velocities and accelerations of input, intermediary and output links. A polar notation was applied for this work, as well as first and second time derivatives and simultaneous equations. The set of homogeneous vector equations with complex numbers as coefficients is obtained and then the equations are solved for relative linkage dimensions. The fixed link configuration to obtain any angular position with horizontal in the "x" direction and the linkage solutions are represented by four vectors. After the synthesis, an analysis is performed for checking if it could be used for the required application. The kinematic analysis is developed using analytical and iterative method just to verify the behavior around the result position. This procedure can improve the kinematic solution. The analysis on positions, velocities and accelerations were widely discussed and applied in this paper. The results are compared to other works from technical literature and this appropriate kinematic analysis is considered of very interest. So, in this way, the mechanical linkage design could be improved.*

**Key-words:** *Four bars Bloch's synthesis; Mechanism kinematic synthesis; Articulated mechanisms design*