



FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DAS DIFICULDADES APRESENTADAS PELOS INGRESSANTES NOS CURSOS DE ENGENHARIA DA UFPA EM 2014

Pedro Santos Valente – pedrosv2010@hotmail.com

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Civil

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Ramon Lopes de Moraes – rlmoraes02@hotmail.com

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Civil.

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Rodrigo Rodrigues Paiva – rodrigor.paiva@hotmail.com

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Elétrica.

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Brenna Carolina Almeida Garcia – brennagarcia01@gmail.com

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia da Computação e Telecomunicação.

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Fabício Pinheiro Baia – fabriciopbaia@gmail.com

Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Mecânica.

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Rita de Cássia Carvalho Silva – ritaccs@gmail.com

Universidade Federal do Pará, Docente do Instituto de Tecnologia – ITEC

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Rosana Paula de Oliveira Soares – rsoares@ufpa.br

Universidade Federal do Pará, Docente do Instituto de Tecnologia – ITEC

Rua Augusto Corrêa, Nº 1, Bairro do Guamá, CEP: 66075-110 – Belém – Pará

Resumo: *A taxa de evasão nos cursos de engenharia é um problema enfrentado por muitas universidades do país. Esse problema está relacionado às dificuldades em matemática elementar que os alunos trazem do ensino médio. Essas dificuldades se refletem nas primeiras avaliações de Cálculo ocasionando reprovação, desânimo e evasão. Em meio a essa realidade, o artigo busca fazer um mapeamento das dificuldades em matemática elementar de um ingressante em engenharia, para que, conhecendo as áreas de maior dificuldade dos discentes, se possa tomar alguma medida preventiva que evite o abandono do curso. Para isso, utilizou-se como metodologia a aplicação de uma prova discursiva de 8 questões, abordando diversos assuntos do ensino médio. Nas correções dessas provas, verificou-se que as maiores dificuldades estavam nas questões, que abordavam assuntos relacionados a operações com frações, simplificações de expressões algébricas, radiciação, logaritmos e racionalização. Já nas questões, nas quais eram abordados os assuntos trigonometria e geometria analítica, houve menos dificuldades.*

Palavras-chaves: *Matemática, Dificuldades, Engenharia, Erros*



1. INTRODUÇÃO

O primeiro ano em um curso de engenharia pode ser considerado um dos mais difíceis de todo o resto do curso, pois esse significa uma mudança brusca no modo de ensino e do conteúdo em que a maioria dos ingressantes está acostumada a receber.

Consequentemente, diversos problemas persistem nos cursos, dentre eles: dificuldades de adaptação do alunato ao que se ensina na universidade, aos seus processos de instrução e às suas expectativas de aprendizagem. Aliado a isso surgem os elevados índices de abandono e insucesso (PALIS, 2009).

Uma explicação para os problemas citados está relacionada com o fato de a matemática, no contexto escolar, ainda ser vista apenas como uma ciência exata (pronta e acabada), cujo ensino e aprendizagem, erroneamente, se dão pela memorização ou por repetição mecânica de exercícios de fixação, muitas das vezes privilegiando o uso de regras e “macetes”. (DOMINGUINI et al, 2011).

Segundo Palis (2009) o professor que trabalha na área de Matemática/Cálculo com alunos recém-ingressos no ensino superior não tem, em geral, uma percepção clara dos conhecimentos anteriores dos alunos e tendem a supervalorizá-los, ministrando assuntos difíceis acreditando que automaticamente vão absorver, ou subvalorizá-los, não ministrando assuntos ditos complicados por acreditar que não vão entender.

Em muitas universidades alunos com dificuldades matemáticas acabam passando pelo seguinte decaimento: 1 - notas baixas, 2 – reprovação, 3 - desmotivação e 4 - evasão. Visando combater este problema na UFPA (Universidade Federal do Pará), foi criado em 2011, o PCNA (Projeto de Cursos de Nivelamento da Aprendizagem), o qual é um curso de nivelamento para as engenharias que acontece antes do início das aulas oficiais da universidade, e que visa suprir as dificuldades dos alunos em química, física e na matemática (a disciplina em estudo), revisando uma série de assuntos abordados desde o início da vida escolar, que são considerados de extrema importância para seu curso.

O Projeto na matemática, especificamente, atua em duas edições (uma para a primeira entrada, em fevereiro, e outra para segunda, em agosto) de duas semanas e meia. Logo no primeiro dia, é passada uma prova para avaliar como o aluno chega à universidade, em seguida são ministradas aulas presenciais com os seguintes conteúdos: aritmética e expressões algébricas; intervalos, inequações e módulo; função, geometria, trigonometria. Por fim, é aplicada, no último dia, a mesma prova do início, com o intuito de avaliar o desempenho do aluno. Além do mais, ao decorrer do semestre, no intervalo entre cada edição, funciona um plantão de dúvidas, para dar suporte aos alunos com dificuldades.

Segundo CHICK & BAKER (2005), compreender os erros cometidos e identificar pontos de tensão na aprendizagem são estratégias importantes da educação matemática a fim de se criar mecanismos de auxílio na superação de dificuldades evidenciadas. Partindo dessa ideia, objetivou-se mapear as principais dificuldades dos alunos ingressantes (primeira entrada), na universidade no ano de 2014.

2. METODOLOGIA E RESULTADOS

Com o intuito de verificar essas dificuldades em matemática básica dos ingressantes em engenharia, a metodologia da pesquisa consistiu na aplicação de uma prova discursiva de 8 questões, com um tempo de duração de 1 hora. Essa avaliação fez parte do projeto PCNA da

UFPA e foi feita no primeiro dia das aulas presenciais da edição de fevereiro de 2014. O conteúdo abordado no referido teste eram aqueles relacionados ao ensino médio e o perfil das dificuldades será traçado baseado nos erros dos alunos.

Tendo em vista que a semana de aulas presenciais do PCNA abrange todas as engenharias do instituto de tecnologia da UFPA (Campus Belém), foram coletadas 252 provas dos 10 cursos de engenharia oferecidos pela instituição. Em virtude do grande número de testes, é necessário escolher uma turma que represente esse universo e fazer o estudo baseado nessa amostra. O mais viável é utilizar a turma que teve a maior pontuação média no processo seletivo do vestibular, pois é possível que as dificuldades apresentadas por esses alunos venham a se repetir nas outras turmas que passaram no vestibular com uma média menor. Ao analisar as pontuações médias desses cursos, obteve-se o gráfico mostrado na Figura 1.

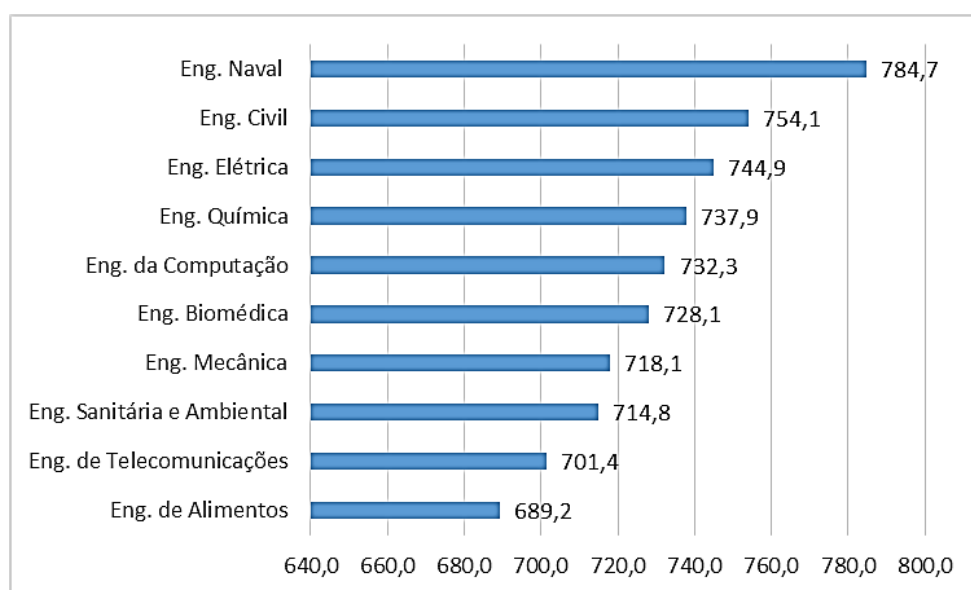


Figura 1 – Médias das notas no vestibular

Segundo esses dados, a turma escolhida para se trabalhar seria a engenharia naval. Porém, ao verificar o número de calouros deste curso inscritos no PCNA, contabilizou-se apenas 8 alunos. Esse número é muito pequeno para representar 252 acadêmicos. Devido a isso, optou-se por escolher a turma de engenharia civil, já que esta tem a segunda maior média das notas e tem um total de 54 alunos inscritos (o maior número de inscritos por curso). Portanto, o material coletado foi um total de 54 provas dos discentes de engenharia civil.

Na primeira questão, pedia-se para o aluno simplificar a seguinte expressão:

$$\left(\frac{a^2 b}{c}\right)^3 \cdot \left(\frac{c}{a^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \frac{a^{-3} \cdot a^3}{c} + (-a)^3 \cdot \frac{1}{c} - \frac{1}{c} \quad (1)$$

A habilidade exigida era o domínio dos seguintes conhecimentos: potenciação, soma e subtração de frações, fatoração e simplificação de expressões algébricas.

A segunda questão da prova pedia para simplificar a expressão abaixo:

$$\frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \sqrt{b}}{\sqrt{b} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}} \quad (2)$$

Para resolvê-la, o discente deveria dominar os conhecimentos em radiciação, soma e divisão de frações e simplificação.

O primeiro passo a ser feito, seria a soma de frações como na expressão seguinte:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (3)$$

Porém, alguns tentaram primeiramente a simplificação, como mostrado na Figura 2.

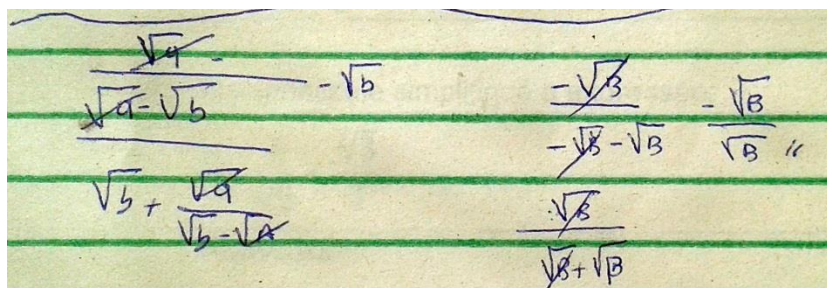


Figura 2 - Exemplo de resolução da Questão 2

Essa simplificação só poderia ser efetuada se os termos do denominador estivessem se multiplicando. Entretanto, esses termos estão se subtraindo, fato este que não permite que seja realizada a simplificação.

Na terceira questão, o acadêmico deveria dominar os conhecimentos acerca de logaritmos para resolver a seguinte expressão:

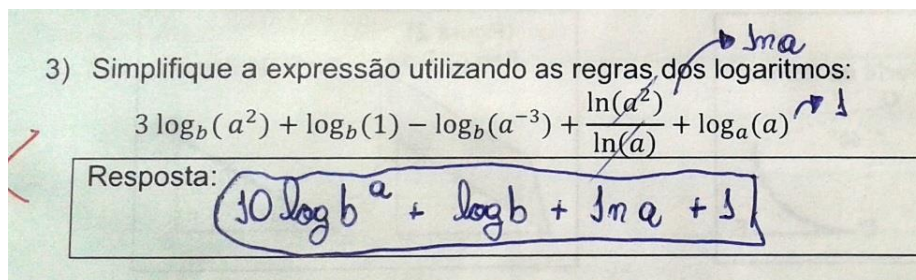
$$3 \log_b(a^2) + \log_b(1) - \log_b(a^{-3}) + \frac{\ln(a^2)}{\ln(a)} + \log_a a \quad (4)$$

Dentre as competências necessárias para desenvolver o problema, estavam o conhecimento do logaritmo natural e de algumas propriedades como: logaritmo de uma potência, logaritmo da própria base e logaritmo de 1. Baseado nisso, o aluno deveria ser capaz de resolver, por exemplo, a expressão abaixo:

$$\frac{\ln(a^2)}{\ln(a)} = \frac{2 \cdot \ln(a)}{\ln(a)} = 2 \cdot 1 = 2 \quad (5)$$

Era indispensável saber que, quando o logaritmando está elevado a algum expoente, este expoente pode ser transferido para frente do logaritmo, multiplicando-o. Em seguida, poderia ser feita a simplificação do $\ln(a)$ do denominador com o $\ln(a)$ que restou no numerador.

Todavia, muitos demonstraram deficiência nesse aspecto, como mostra a Figura 3.



3) Simplifique a expressão utilizando as regras dos logaritmos:

$$3 \log_b(a^2) + \log_b(1) - \log_b(a^{-3}) + \frac{\ln(a^2)}{\ln(a)} + \log_a(a)$$

Resposta: $10 \log_b a + \log b + \ln a + 1$

Figura 3 - Exemplo de resolução da Questão 3

Nesse caso, alguns entenderam, erroneamente, que o “2” seria o expoente de toda a expressão do logaritmo, ou seja, ele imaginou o seguinte termo: $[\ln(a)]^2$. Baseado nesse raciocínio, foi feita a simplificação, gerando o resultado $\ln(a)$. Mas, na verdade, o número “2” é expoente apenas do logaritmando “a”.

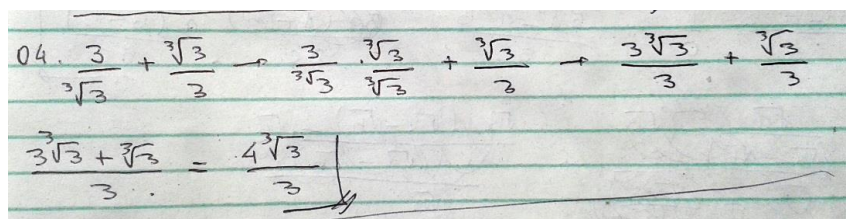
O comando da quarta questão envolvia a racionalização de uma raiz cúbica de acordo com o que é mostrado na expressão abaixo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{3}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \quad (6)$$

As habilidades exigidas eram: racionalização, soma de frações e operações com raízes. Pode-se começar o problema, racionalizando o primeiro termo da expressão abaixo:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3 \cdot 3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{3\sqrt[3]{9}}{3} = \sqrt[3]{9} \quad (7)$$

Nesta processo, para que a raiz desapareça do denominador, deve-se utilizar o termo $\sqrt[3]{3^2}$, pois só assim o índice da raiz ficará igual ao expoente do radicando. Ao verificar as resoluções, entretanto, foi percebido que alguns alunos usaram o termo $\sqrt[3]{3}$ para racionalizar, como apresentado na Figura 4.



04. $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \rightarrow \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \rightarrow \frac{3\sqrt[3]{3}}{3} + \frac{\sqrt[3]{3}}{3}$

$\frac{3\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3}}{3} = \frac{4\sqrt[3]{3}}{3}$

Figura 4 - Exemplo de resolução da Questão 4

Todavia, não é possível desaparecer com a raiz do denominador utilizando $\sqrt[3]{3}$, pois, ao multiplicar este valor por ele mesmo, o resultado final do denominador seria $\sqrt[3]{3^2}$, ou seja, a raiz ainda continuaria no denominador.

A quinta questão buscava verificar os conhecimentos acerca de polinômios e pedia para que fosse resolvida a expressão abaixo:

$$\frac{p(x) \cdot q(x) - r(x)}{t(x)} \quad (8)$$

Onde $p(x) = x^2 - 3x + 2$, $q(x) = x + 1$, $r(x) = x^2 - 5x + 6$ e $t(x) = x - 2$.

Era necessário saber operar o produto, a subtração e a divisão entre polinômios como condição pré-requisito para resolver o problema.

Para realizar a subtração entre os polinômios, deve-se colocar $r(x)$ entre parênteses, já que antes dele há o sinal de subtração, o qual irá multiplicar cada um dos termos de $r(x)$, modificando os sinais dos mesmos. Muitos discentes, no entanto, não colocaram os parênteses e não modificaram os sinais dos termos de $r(x)$, como mostrado na Figura 5.

5. $\frac{(x^2 - 3x + 2)(x + 1) - x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

$$\frac{x^3 + x^2 - 3x^2 - 3x + 2x + 2 - x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$\frac{x^3 - 3x^2 - 6x + 8}{x - 2}$$

Figura 5 - Exemplo de resolução da Questão 5

Além disso, cerca de metade deles não efetuou a divisão de polinômios, como mostrado na imagem acima, deixando a resolução incompleta. Em outras palavras, muitos deles mostraram desconhecer a divisão de polinômios.

A sexta questão abordava o assunto funções, um tópico de extrema importância para a engenharia. Foi dada a função $f(x) = \sqrt{x + 4}$ e pedia-se o domínio e imagem da função, $f(0)$, $f(5)$ e o valor de x que nos dá $f(x) = 4$.

A maioria dos acadêmicos conseguiu encontrar $f(0)$, $f(5)$ e o valor de x . Porém, grande parte não conseguiu encontrar o domínio e imagem da função e nem expressar a resposta desse item numa linguagem matemática correta, ou seja, em uma linguagem de intervalos, como se pode observar na Figura 6.

A resposta correta seria: $D = [-4, +\infty[$ e $Im = [0, +\infty[$. Se o discente usasse a linguagem correta de intervalos, sua resposta seria: $D = [1, +\infty[$ e $Im = [\sqrt{5}, +\infty[$. Porém, além do raciocínio estar incorreto, houve também o equívoco ao representar esse raciocínio, já que não foi utilizada a linguagem de intervalo.

Dada a função $f(x) = \sqrt{x+4}$

a) Encontre o domínio da função f
 b) Encontre a imagem da função
 c) Calcule o valor da função quando $x = 0$ e $x = 5$
 d) Encontre o valor de x que satisfaz a equação $f(x) = 4$

Respostas:

a) Domínio = 1, 2, 3, 4 ... ↓ 00 ↓ ... ↳ (x) ↗	b) Imagem = $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8} \dots \sqrt{1005} \dots$ ↳ $\sqrt{x+4}$ ↗
c) $f(0) = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$ $f(5) = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$	d) $(\sqrt{x+4})^2 = 4^2 \quad x = 16 - 4$ $x + 4 = 16 \quad x = 12 //$

Figura 6 - Exemplo de resolução da Questão 6

A questão 7 mostrava as seguintes figuras e pedia a altura CB da rampa reta da Figura 8:

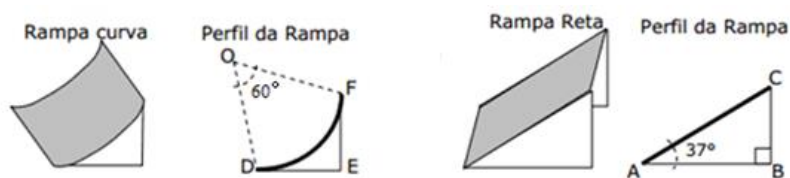


Figura 7 – Figuras de auxílio da Questão 7

Foi exigido que o acadêmico dominasse alguns conhecimentos de trigonometria na circunferência para resolver a primeira etapa da questão e foi exigido também que dominassem alguns conhecimentos de trigonometria no triângulo retângulo para resolver a segunda etapa.

Na primeira etapa, tinha que se utilizar a fórmula $L = \alpha \cdot R$ para descobrir o comprimento do arco DF. Entretanto, como mostrado na Figura 8, alguns discentes não tiveram essa habilidade e tentaram aplicar o conhecimento da lei dos cossenos, em um contexto que não havia nenhum triângulo, mas sim um setor de uma circunferência.

7) $\widehat{DF} = \widehat{AC}$

$\widehat{OD} = \widehat{OF} = 3m$
 $\widehat{DOF} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

$BAC = 37^\circ$

$x^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ$
 $x^2 = 9 + 9 - 18 \cdot \frac{1}{2}$
 $x^2 = 18 - 9 = 9 \rightarrow x = 3$

ou

triângulo equilátero $3/60/3$

$\text{sen } 37^\circ = \frac{h}{x}$

Figura 8 - Exemplo de resolução da Questão 7

Na oitava questão, foi abordado o conteúdo de geometria analítica. Era pedido que se encontrasse a distância entre as cidades A e B, representada na Figura 9.

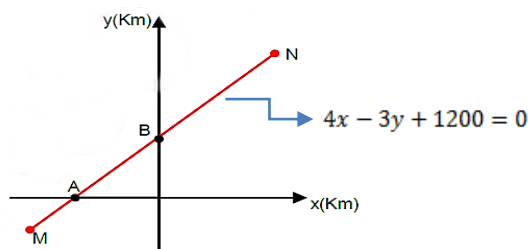


Figura 9 – Gráfico de auxílio da Questão 8

A resolução foi dividida em duas etapas. Na primeira, o aluno precisava encontrar as coordenadas das cidades A e B, isto é, encontrar a intersecção da reta com os eixos x e y. Na segunda etapa, precisava-se calcular a distância entre os dois pontos A e B.

Houve apenas 1 erro na segunda etapa, enquanto que na primeira houve alguns equívocos a mais, como no seguinte exemplo:

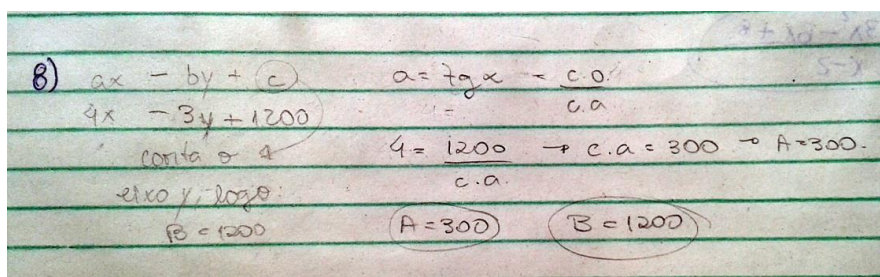


Figura 10 - Exemplo de resolução da Questão 8

Aqui, o aluno pensou que 1200 fosse o coeficiente linear da equação da reta, ou seja, que 1200 seria o ponto de intersecção da reta com o eixo y. Porém, esse coeficiente linear só é encontrado no termo independente da equação reduzida da reta, enquanto que o que a questão nos oferece é a equação geral da reta. Desta forma, o acadêmico encontrou, erroneamente, a coordenada da cidade B.

3. MAPEAMENTO DOS RESULTADOS

Para cada uma das questões, foram elencados os quesitos nos quais o aluno poderia errar. Esses erros foram contabilizados e são mostrados nos gráficos das Figuras 11 até a 18, os quais darão um diagnóstico detalhado de cada questão:

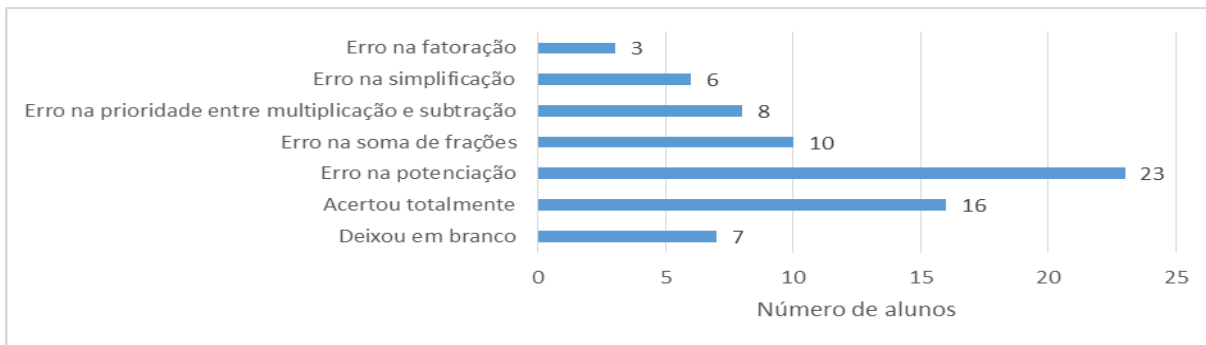


Figura 11 - Diagnóstico da questão 1

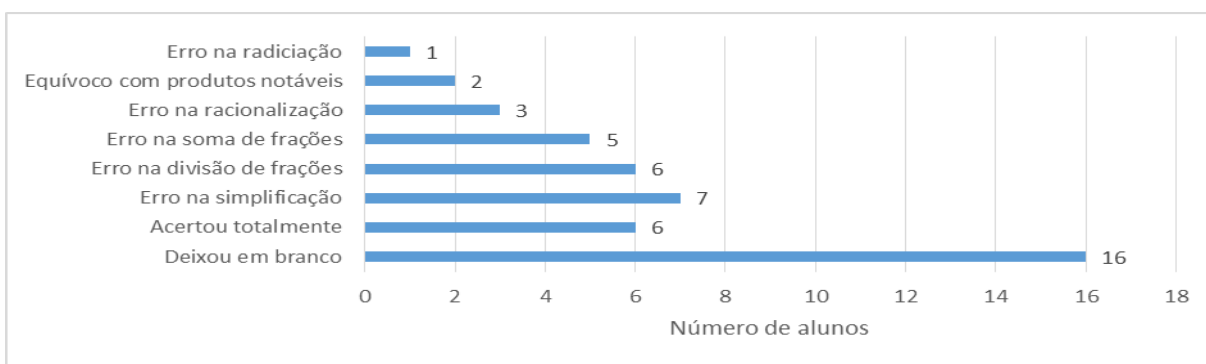


Figura 12 - Diagnóstico da questão 2

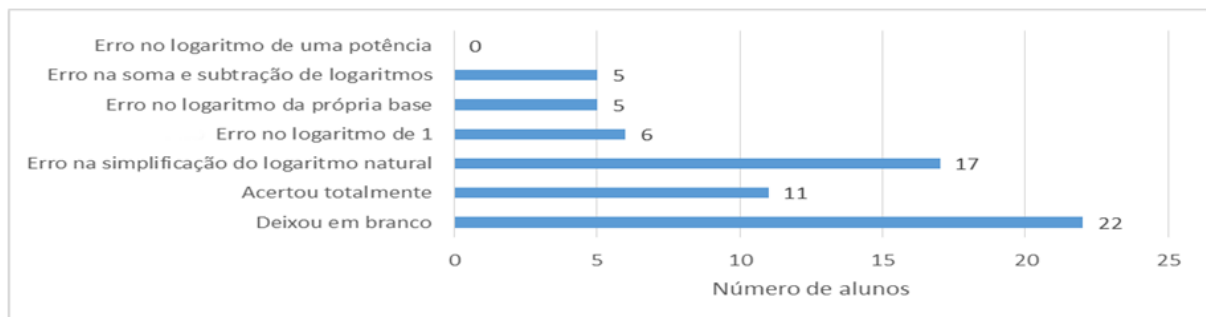


Figura 13 - Diagnóstico da questão 3

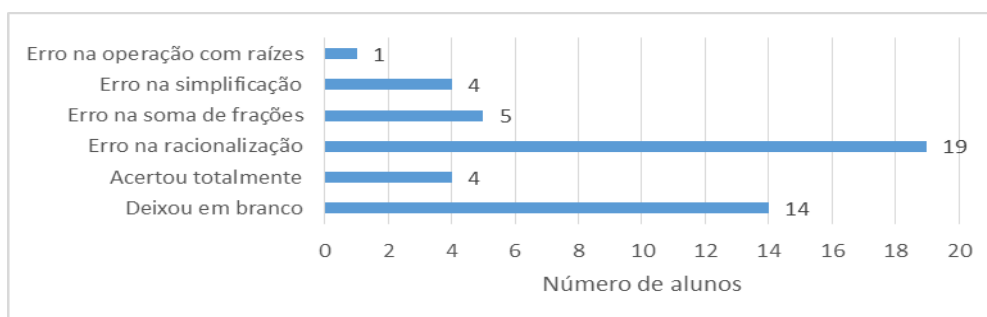


Figura 14 - Diagnóstico da questão 4

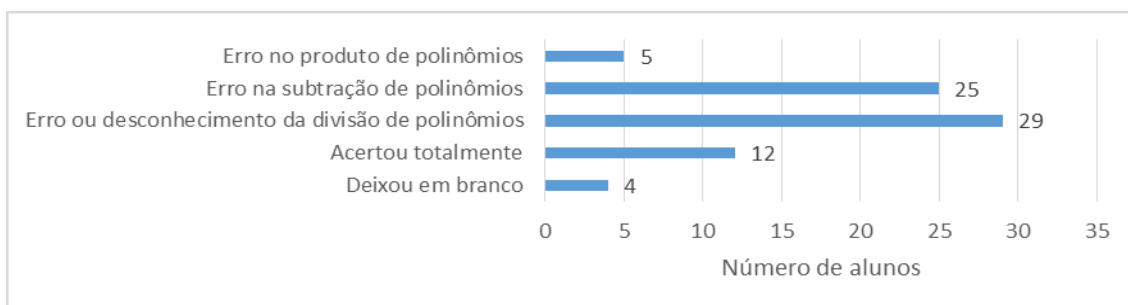


Figura 15 - Diagnóstico da questão 5

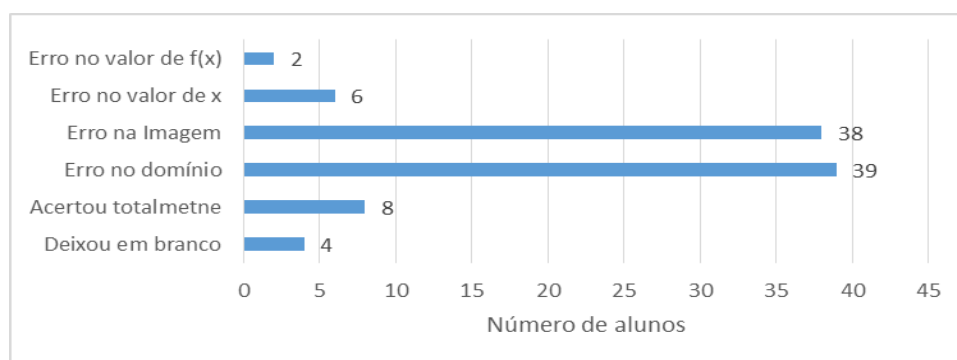


Figura 16 - Diagnóstico da questão 6

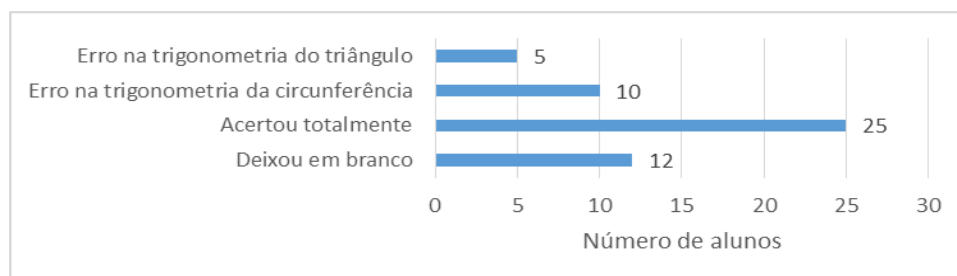


Figura 17 - Diagnóstico da questão 7

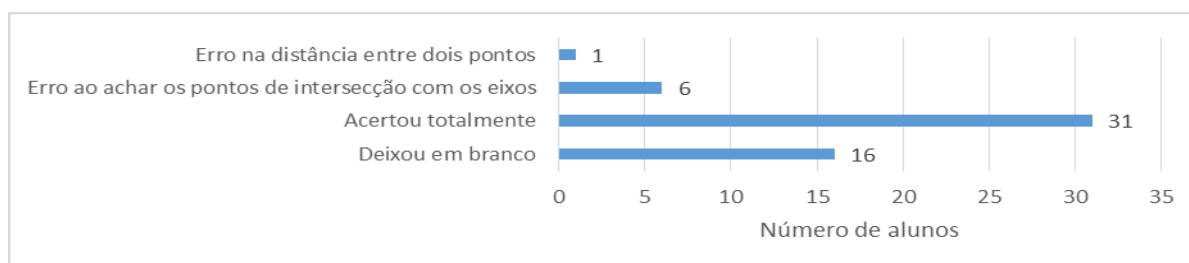


Figura 18 - Diagnóstico da questão 8

Durante o processo de correção, para cada uma das questões, foi atribuída uma nota mínima de 0 e uma nota máxima de 100 pontos. Depois que as 54 provas foram

corrigidas, foi feito uma média aritmética das pontuações desses alunos em cada questão. Os valores dessas médias são mostrados no gráfico da figura 19 logo abaixo, para que assim se possa fazer um mapeamento geral da prova. Sendo assim, pode-se perceber que as maiores dificuldades foram apresentadas nas questões 2, 3 e 4, onde estão sendo abordados assuntos relacionados à resolução de expressões algébricas, logaritmos, racionalização, operações com frações e radiciação. As questões que apresentaram uma maior taxa de acerto foram as 7 e 8, as quais abordam os assuntos trigonometria e geometria analítica.

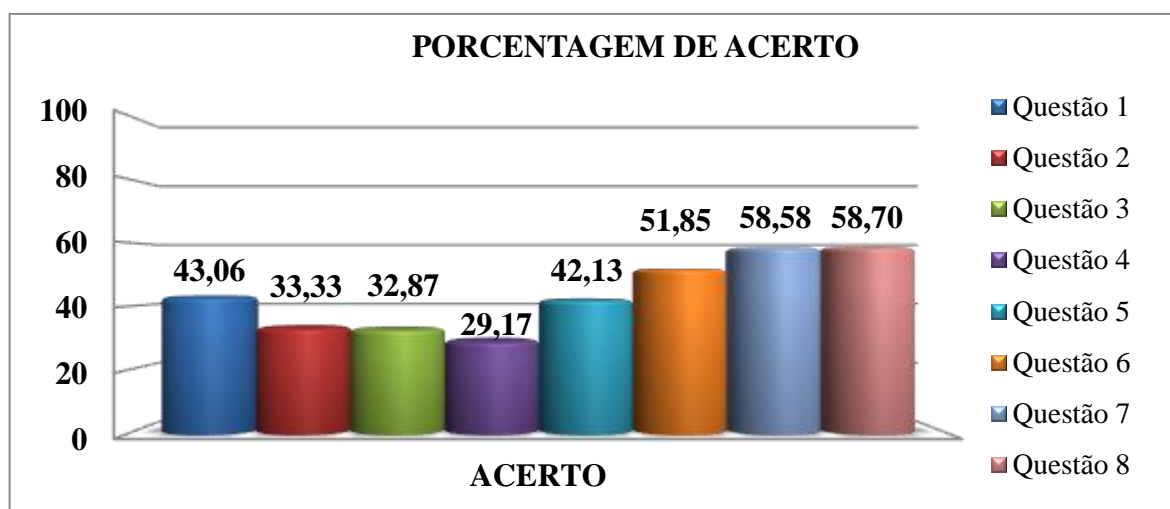


Figura 19 - Diagnóstico geral da prova

4. CONCLUSÃO

De posse do mapeamento feito e da verificação de que as maiores dificuldades estão nas questões 2, 3, e 4, as quais abordam assuntos que enveredam para resoluções de expressões algébricas, pode-se inferir que o aluno recém ingresso na universidade passou pelo ensino fundamental e médio sem ter desenvolvido de modo satisfatório essas habilidades de extrema importância para um curso de engenharia. A educação básica está deixando uma lacuna nessa área do aprendizado do estudante, área essa que o aluno precisa dominar para conseguir progredir nas disciplinas de cálculo. Neste caso, a universidade deve agir de maneira a sanar esses problemas identificados pelo presente estudo. Assim sendo, poderá ser feita a adaptação, ampliação ou variação dos conteúdos a serem trabalhados nas próximas edições de aulas presenciais do PCNA, para favorecer o desenvolvimento dessas habilidades que se mostraram mais deficientes. Fazendo isso, contribuir-se-á para a redução dos índices de reprovação e evasão nas disciplinas de cálculo dos cursos de engenharia da UFPA.

Acredita-se, também, que é preciso cada vez mais mapear e analisar os erros cometidos em conteúdos matemáticos pelos alunos recém ingressos, para contribuir com mudanças no ambiente acadêmico. Esta é uma ação que não requer muito trabalho e que pode ser associada com as disciplinas de cálculo dando informações dos assuntos de maiores dificuldades, para que os professores fiquem cientes e se preparem melhor para enfrenta-las e supri-las. Esta



pode ser uma boa alternativa para todas as universidades que apresentam uma alta taxa de evasão nos seus cursos de engenharia.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHICK, H. L.; BAKER, M. K.. *Investigating Teacher's Responses to Students Misconceptions*. IN: CHICK, Helen L. & VICENT, Jill L. (eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education, *Anais...* vol, 2, p 249-256. Melbourne: PME, 2005.

DOMINGUINI, L.; GOMES, S. F. & ALVES, E. S. B.. *Limite de uma função: conteúdo viável para o ensino médio?*. Rio Grande do Sul, 2011.

PALIS, G. L. R.. *Desenvolvimento curricular e pesquisa participante: Integração de um Sistema de Computação Algébrica na transição do ensino médio para o superior em matemática*. Rio de Janeiro, 2009.

FUNDAMENTALS OF MATHEMATICS: AN ANALYSIS OF THE PROBLEMS PRESENTED BY ENTRANTS COURSES IN ENGINEERING UFPA IN 2014

Abstract: *The dropout rate in engineering course is a problem faced by many universities. This problem is related to difficulties in elementary mathematics that students bring from high school. These difficulties are reflected in the first tests Calculus causing failure, discouragement and evasion. Amid this reality, the article seeks to map the difficulties in elementary one entrant in engineering mathematics, so that, knowing the areas of greatest difficulty for students, it can take some preventive measure to avoid the abandonment of the course. For this, we used as a methodology to apply a discursive test with 8 questions covering various topics of high school. Corrections in these tests , it was found that the greatest difficulties were in questions 2, 3 and 4, which addressed issues related to operations with fractions, simplification of algebraic expressions, root extraction, logarithms and rationalization. Already in questions 7 and 8, which were discussed the issues trigonometry and analytical geometry, there were fewer difficulties.*

Keywords: *Mathematics, Difficulties, Engineering, Mistakes.*