



MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE ENGENHARIA: O CASO DA COBERTURA DO TELHADO COM TELHA FIBROCIMENTO

Maurício Lorenzon – mauriciolorenzon95@hotmail.com
Centro Universitário UNIVATES
Rua Avelino Tallini, 171
95900-000 – Lajeado – Rio Grande de Sul

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt – mreinfeld@univates.br

Italo Gabriel Neide – italo.neide@univates.br

Janaina Ruppel – jana13585@hotmail.com

Joeser Guimarães – joeserguim@hotmail.com

Wolmir José Böckel – wjbockel@univates.br

Resumo: *Este trabalho apresenta um estudo realizado a partir da Modelagem Matemática de uma prática laboral de Engenharia Civil. O estudo está fundamentado nas obras dos seguintes autores Bassanezi (2002; 2006), Biembengut (2003), Silva et al (2012), entre outros que trabalham na perspectiva da Modelagem Matemática. Bassanezi (2006) define a Modelagem Matemática como a arte de transformar situações de diferentes áreas do conhecimento em problemas matemáticos, na qual as respostas serão interpretadas na linguagem usual. O trabalho é resultado da investigação de um grupo de pesquisa com foco em Modelagem Matemática que tem por objetivo elaborar, desenvolver e analisar propostas de ensino envolvendo Modelagem Matemática. O estudo tem por objetivo verificar possíveis combinações de telhas fibrocimento, de diferentes dimensões, para o telhado de uma casa, respeitando determinadas variáveis, entre elas o transpasse. Após um estudo prévio, foram entrevistados alguns profissionais do ramo, e realizada saída a campo. Algumas ferramentas computacionais também foram utilizadas para facilitar a formulação de modelos e a resolução da situação. A análise revela que esta situação poderá ser constituir-se em cursos de engenharia e arquitetura como uma oportunidade de aprender matemática de forma prática.*

Palavras-chave: *Modelagem Matemática, Engenharia Civil, Telhas Fibrocimento.*

1. INTRODUÇÃO

A falta de engenheiros ou a má qualificação destes pode causar sérios problemas nos próximos anos. De acordo com o Conselho Federal de Engenharia, Arquitetura e Agronomia, CONFEA (2014, texto digital), o Brasil forma hoje cerca de 67 % dos 60 mil por ano que realmente necessitaria, o que representa um déficit de 20 mil/ano. De acordo com o *site* do Conselho, países como a Rússia, Índia e a China formam 190 mil, 220 mil e 650 mil ao ano, respectivamente.

O baixo número de formados está relacionado às altas taxas de evasão dos cursos de engenharia, o que pode chegar a 55% em determinadas escolas de engenharia. Esse fato ainda se agrava pelo fato de ter aproximadamente seis engenheiros para cada mil habitantes no país. Entrevistado o presidente da Capes Jorge Guimarães menciona que além do Pró-Engenharia, projeto elaborado pelo governo federal com o objetivo de duplicar o número de profissionais formados anualmente, as universidades estão passando por um processo de readaptação do currículo a fim aproximar o curso ao mercado de trabalho (CONFEA, 2014, texto digital).

A formação dos estudantes pode-se dar além dos currículos de engenharia, podendo estes aprender de forma científica, participando de projetos de iniciação a pesquisa de modo que seu aprendizado ocorra partir de uma metodologia científica. De acordo com Cortez e Andrade (2002, p. 17), metodologia científica "é o estudo e a aplicação dos métodos científicos, isto é, a definição da melhor maneira de se abordar determinado problema no estado atual do conhecimento, é a arte de dirigir o espírito na investigação da verdade".

Para os autores, o Método Científico é um "modo sistemático de explicar um grande número de ocorrências semelhantes, de forma objetiva e controlada, buscando resultados verificáveis e confiáveis, relevantes e indispensáveis ao conhecimento e a compreensão de certo fenômeno ou processo" (CORTEZ & ANDRADE, 2002, p. 17-18).

De acordo com Fernandes e Júnior (2012), a modelagem matemática pode ser considerada um método de pesquisa científica. Bassanezi (2002) ressalta alguns aspectos importantes da modelagem enquanto método de pesquisa: estimula novas ideias, preenche lacunas, é um método que permite fazer interpolações, extrapolações e previsões entre outros pontos relevantes.

Frente a isso, o grupo pesquisa com foco em Modelagem Matemática, composto por professores de Matemática, Física e Química além de bolsistas de graduação, estuda diferentes situações-problema oriundas da realidade à luz da Modelagem Matemática. Este trabalho tem por objetivo apresentar resultados parciais referentes a uma situação-problema relacionada à construção de um telhado com telhas de fibrocimento.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A tecnologia atual é fruto do trabalho de profissionais altamente qualificados, entre os quais estão inseridos tecnólogos, engenheiros e cientistas. Zakon *et al* (2003) citam as possíveis funções destes profissionais na atualidade e descrevem o cientista como indivíduo que deve conhecer, o engenheiro projetar e os tecnólogos a implementar e realizar estes projetos propostos.

Neste sentido cabe ao engenheiro transformar o conhecimento científico em artefatos, produtos e processos que tendem a melhorar a qualidade de vida, ou seja, em tecnologia. Para Junior e Nardini (2005), este processo é mais complexo para alguns profissionais, principalmente nos primeiros anos de profissão. Os autores acreditam que isto esteja



relacionado ao processo de formação, e defendem a ideia de que os estudantes deveriam passar por este processo de transformação de situações durante sua formação, estando assim, mais preparados para o mercado de trabalho.

Em consonância a isto Zakon *et al* (2003) tomam por exemplo uma aula de Introdução a Engenharia Elétrica, quando trabalha-se com princípios de circuitos elétricos. Afirmam os autores: "não há necessidade de se ver os componentes na prática". Porém argumentam que a prática em laboratório tem a finalidade motivadora, para que os alunos possam comparar o material teórico estudado até então com as situações concretas. Souza (1999) realizou um estudo e verificou que as causas da evasão dos cursos de engenharia estão relacionados, entre outros aspectos, aos currículos inadequados frente às exigências do mercado de trabalho e à falta de articulação entre a teoria e a prática.

Neste sentido, a Modelagem Matemática pode ser vista como uma possibilidade de relacionar a teoria com a prática, por meio da formulação e resolução de modelos referentes a situações problemas em diversas áreas do conhecimento (BIEMBENGUT, 2003; BASSANEZI, 2006). De acordo Silva *et al* (2012) a formulação de modelos e resolução destes, instiga o espírito crítico e investigativo nos indivíduos, favorecendo a formação de cidadãos críticos e ativos na sociedade, conscientes dos problemas sociais econômicos e ambientais.

A modelagem matemática é caracterizada pela interação com o espaço em que o indivíduo se encontra. Bassanezi (2006, p. 24) define-a como: "um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão e tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual".

Um modelo pode ser classificado de diferentes formas, geralmente de acordo com as variáveis as quais ele abrange. As situações estudadas a partir da modelagem matemática originam modelos matemáticos, que são o resultado da tentativa de matematizar uma dada situação (NOGUEIRA, *et al*, 2008). Para Bassanezi (2006, p. 174), "um modelo matemático é um conjunto consistente de equações ou estruturas matemáticas, elaborado para corresponder a algum fenômeno - este pode ser físico, biológico, social, psicológico, conceitual, ou até mesmo um outro modelo matemático".

De acordo com Bassanesi (2006), a modelagem matemática pode ser considerada como a arte de transformar situações da realidade em modelos matemáticos, os quais serão interpretados na linguagem usual. Entende-se que este processo é essencial para o sucesso na vida profissional de um engenheiro, pois ele estará mais familiarizado com esta ferramenta de modelação e resolução de um problema oriundo de sua vida profissional.

O processo de formulação deste modelo enquanto iniciação científica ou utilizada para resolver situações da vida profissional, pode ser definido como modelação. Para Biembengut (2003) a relevância e a significância do modelo irão depender do conhecimento matemático e da capacidade de simplificação que o indivíduo dispuser

Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que para elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelado precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto saber

que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT 2003, p. 12).

Para Biembengut (2003), o modelador que trabalhar na perspectiva da modelagem matemática como ferramenta para a resolução de problemas deve estar ciente de que o modelo nunca está completo e é sempre parte da realidade, nunca uma representação completa de uma situação, porém serve para a melhor compreensão do fenômeno. Nogueira, *et al* (2008) comentam que uma vantagem de utilizar modelos para a resolução de problemas está relacionada à economia, no sentido de que um único modelo pode ser aplicado a situações diferentes.

Desta forma, se o modelo for elaborado de forma eficiente poderá ser utilizado em situações semelhantes. Um modelo eficaz não restringe seu uso a apenas uma dada situação, ele deve servir de suporte para outras aplicações e teorias (BIEMBENGUT, 2003). Neste sentido o modelo pode ser constantemente reajustado, adaptando-se assim a outras situações.

Sendo a modelagem uma forma de obter um modelo, quando trabalhada na perspectiva iniciação científica, pode despertar o interesse dos estudantes, pesquisadores, para estudar outras áreas a partir da matemática, como afirma Bassanezi (2006, p. 182) "a modelagem é uma estratégia de pesquisa utilizada nos mais variados campos do conhecimento. Uma discussão sobre este procedimento de pesquisa seria indispensável para motivar os estudantes de matemática".

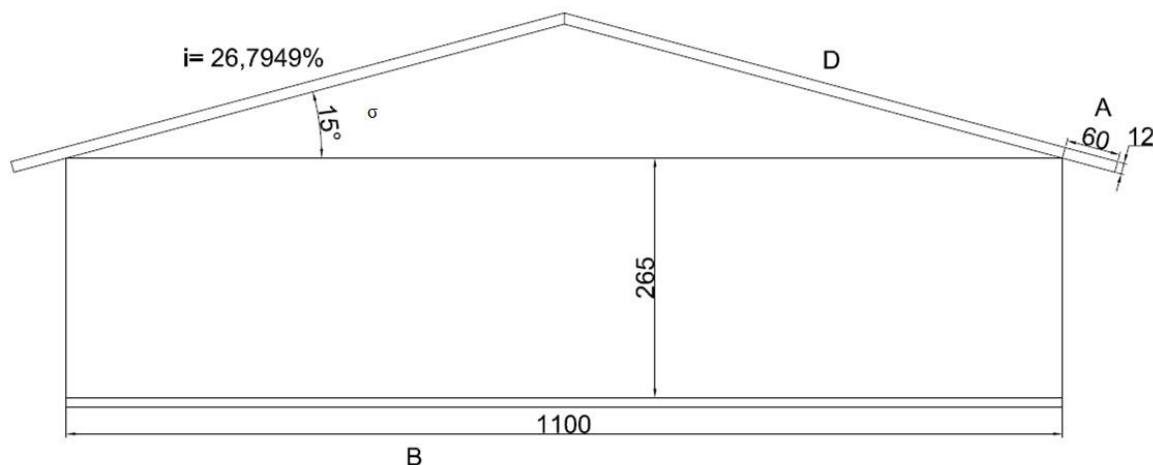
À luz de alguns conceitos relacionados à modelagem matemática, será apresentado um dos problemas estudados pelos bolsistas de iniciação científica dos cursos de engenharia e arquitetura, auxiliados pelos professores responsáveis pela pesquisa. A situação-problema é originária da prática de engenheiros e arquitetos relacionada à construção civil.

3. METODOLOGIA - DESENVOLVIMENTO

A situação-problema que será apresentada a seguir está relacionada à construção de um telhado com telhas de fibrocimento e foi relatada numa visite técnica ao grupo de pesquisa por um engenheiro civil colaborador. A situação consiste em calcular quais as possibilidades de recobrimento de um determinado telhado, mixando ou não as telhas de diferentes comprimentos e larguras.

Na Figura 1 está representada a vista frontal da casa, onde estão expressas a altura da casa, a medida da aba e a altura do espelho. O comprimento da casa, não representado na figura, é de 8 metros.

Figura 1: vista frontal



Fonte: Pesquisadores, 2014.

O proprietário pretende construir o telhado com folha fibrocimento do tipo ondinha, a qual está disponível no mercado em diferentes comprimentos, larguras e espessuras, de acordo com a Tabela 1:

Tabela 1: Características das telhas

Características						
Comprimento (m)	Espessura (mm) / Largura (m) / Peso (kg)					
	e = 5 mm		e = 6 mm		e = 8 mm	
	0,92 m	1,10 m	0,92 m	1,10 m	0,92 m	1,10 m
1,22	11,5	13,5	13,8	16,3	18,4	21,7
1,53	14,4	17,0	17,3	20,4	23,0	27,2
1,83	17,2	20,3	20,6	24,4	27,5	32,5
2,13	20,0	23,6	24,0	28,4	32,0	37,9
2,44	22,9	27,1	27,5	32,5	36,7	43,4
3,05			34,4	40,7		54,0
3,66				48,8		65,0
Largura total	: 0,92 m		1,10 m			
Largura útil	: 0,87 m		1,05 m			
Vão livre	: 1,69 m			1,69 m	1,99 m	
Balanço máximo	: 0,40 m			0,40 m	0,40 m	
Inclinação mínima	: 10° (17,6%)			5° (9%)	5° (9%)	

Fonte: Adaptado de Telhas Brasilit / PINEZI MADEIRAS, 2014.

Para estudar quais as possíveis combinações, primeiramente foi calculada a diagonal do telhado, representada pela letra D, a partir de relações trigonométricas, seno e cosseno, e somada a ela a medida da aba. Um modelo foi formulado para realizar este cálculo, e está representado na Equação (1):

$$D = \frac{B}{2} * \cos \sigma + A \quad (1)$$

Onde:

D = diagonal do telhado

B = largura da casa

σ = ângulo de inclinação

A = aba

Para dar continuidade aos cálculos o engenheiro foi consultado para obter informações quanto ao recobrimento longitudinal, o qual foi definido que seria transpasse mínimo de 0,1 m, e no máximo de 0,2 m. Posteriormente foi estimado, a partir das Equações (2) e (3), um número mínimo e um número máximo de telhas, respectivamente, que poderiam ser utilizadas neste telhado. Estes valores sempre devem ser arredondados para o próximo número inteiro.

$$N_{\min} = \frac{D - T}{T - r} + 1 \quad (2)$$

Onde:

N_{\min} = Número mínimo de telhas (sempre arredondado para cima)

T = Comprimento da maior telha

r = menor transpasse permitido (0,1 m)

$$N_{\max} = \frac{D - t}{t - R} + 1 \quad (3)$$

Onde:

N_{\max} = Número máximo de telhas (sempre arredondado para cima)

t = Comprimento da menor telha

R = maior transpasse permitido (0,2 m)

Frente a isso, o proprietário tem a possibilidade de escolher quantas telhas serão utilizadas para recobrir longitudinalmente, respeitando o número máximo e o número mínimo de telhas. Este número escolhido pelo proprietário será utilizado para definir o valor de uma diagonal máxima e uma diagonal mínima. Posteriormente o somatório dos comprimentos das telhas deverá estar contemplado no intervalo entre estes dois valores.

A diagonal máxima e mínima é a relação apresentada nas Equações (4) e (5) :

$$D_{\max} = D + R * (n - 1) \quad (4)$$

Onde:

$D_{\text{máx}}$ = Diagonal máxima

R = maior recobrimento permitido (20 cm)

n = número de telhas a serem utilizadas

$$D_{\text{mín}} = D + r * (n - 1) \quad (5)$$

Onde:

$D_{\text{mín}}$ = Diagonal mínima

r = menor recobrimento permitido (10 cm)

Para esta situação problema foram estudadas as possibilidades caso fossem utilizadas três, quatro, cinco e seis folhas, de 1,22 até 2,44 metros de comprimento e 1,10 m de largura, conforme Tabela 1. Desse modo cada telha de medida diferente de comprimento foi denominada por uma letra, do "A" ao "E", sendo A = folha de 1,22 m x 1,10 m, e assim sucessivamente.

Com o auxílio do *software Excel* foram feitas todas possíveis combinações entre as letras (folhas), e posteriormente somadas o comprimento de cada folha correspondente. Foram analisados os resultados para verificar quais somatórios estavam contemplados entre a diagonal máxima e mínima para o determinado número de telhas. As dimensão das telhas utilizadas para as combinações e o valor, estão representados na Tabela 2. Na Tabela 3, estão representadas algumas possíveis combinações, e o custo para cada combinação.

Tabela 2: Características das telhas

Dimensões (comprimento/largura/espessura)	Nomenclatura	Valor (R\$)
1,22 m x 1,10 m x 5 mm	A	16,70
1,53 m x 1,10 m x 5 mm	B	20,80
1,83 m x 1,10 m x 5 mm	C	24,90
2,13 m x 1,10 m x 5 mm	D	29,00
2,44 m x 1,10 m x 5 mm	E	33,20

Fonte: Pesquisadores, 2014.

Tabela 3: Combinações de telhas

	Diagonal mínima (m)	Diagonal máxima (m)	Combinações	Somatório (m)	Custo (R\$) Para cada combinação
3 folhas	6,53	6,73	2D + E	6,70	91,20
			2E + C	6,71	91,30
4 folhas	6,63	6,93	2A + 2D	6,70	91,40
			2B + 2C	6,72	91,40
			2A + C + E	6,71	91,50

			2B + A + E	6,72	91,50
			3B + D	6,72	91,40
			3C + A	6,71	91,40
			A + B + C + D	6,71	91,40
5 folhas	6,73	7,13	2A + 3B	7,03	95,80
			3A + B + C	7,02	95,80
6 folhas	6,83	7,33	6A	7,32	100,20

Fonte: Pesquisadores, 2014.

Essas combinações podem ser ainda utilizadas para telhas com largura de 0,92 m. O número total de telhas a serem utilizadas será relativo a quais das combinações será escolhida, dependendo também da largura de telha que será utilizada. A escolha pode ser baseada no custo total das telhas, mão de obra para a fixação, estrutura, entre outros fatores.

Foi estimado um número de telhas que seriam utilizadas para cobrir o comprimento do telhado. Esse número de telhas é o quociente do comprimento da casa, mais as duas abas, pela largura útil das telhas. Esta relação está representada na Equação 6. As larguras estão representadas na Tabela 4.

$$N_c = \frac{C_{casa} + 2 * A}{L_u} \quad (6)$$

Onde:

N_c = Número de telhas utilizadas no comprimento da casa

C_{casa} = Comprimento da casa

L_u = Largura útil de cada telha

Tabela 4

Largura Total	Largura útil
0,92 m	0,87 m
1,10 m	1,05 m

Fonte: Pesquisadores, 2014.

No entanto, nesta perspectiva também pode-se utilizar uma telha de outra largura para completar o telhado e diminuir o desperdício.

Após parcialmente resolvida, a situação foi apresentada a um professor adjunto da coordenação do curso de engenharia civil da instituição, para analisar em que disciplina e semestre, a construção de telhados é trabalhada e como os profissionais lidam frente a uma situação semelhante a essa.

Ao ser indagada sobre como é solucionada uma situação semelhante a essa ela disse que "normalmente o cliente já vem com uma ideia pré-estabelecida, bom! Eu vou usar esta telha." Quanto o cálculo de quantas telhas, e quais utilizar, ela informou que é definida mais por estimativa e não por um cálculo detalhado do telhado.

Colocou também, que o tipo de telha e o formato a ser utilizada, fibrocimento ou cerâmica, podem estar relacionados ao clima, e à prática regional.



Ainda segundo a professora esta situação problema seria interessante se trabalhada na disciplina de Tecnologia da Construção III, na qual os alunos aprendem sobre materiais de construção e técnicas de execução de coberturas", contemplada no sétimo semestre.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta situação-problema, oriunda de um problema real, ao ser apresentada a profissionais da área da engenharia e do ensino desta, mostra a possibilidade da imbricação entre a teoria e a prática. Segundo profissionais da área entrevistados tais atividades não são trabalhadas nos cursos de graduação, de modo que na ausência destas, pode ocasionar lacunas de aprendizagem e conseqüentemente uma formação deficitária dos futuros profissionais.

Acredita-se que a modelagem matemática pode ser utilizada como ferramenta para a resolução de problemas oriundos de diversas áreas do conhecimento. Neste artigo foi apresentada uma situação-problema relacionada ao curso de engenharia civil. Frente a isso, a modelagem matemática pode ser vista como uma ferramenta de ensino colaborando assim, para o desenvolvimento do espírito crítico e investigativo dos estudantes.

Também foi verificada a carência de aplicativos como *softwares* que facilitem o cálculo do número adequado de telhas ao menor custo.

Na aplicação desta simulação, nota-se que ocorre uma pequena variação de preço entre algumas opções, mas para telhados maiores esta diferença poderá se tornar expressiva. Além disso, por meio desta modelação matemática é possível um ganho de tempo, o recobrimento a um menor custo e uma maior certeza em se obter o número de telhas para um determinado telhado a ser coberto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A FALTA de engenheiros. **Conselho Federal de Engenharia e Agronomia, CONFEA.**

Disponível em:

<<http://www.confea.org.br/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?inford=15360&sid=1206>>. Acesso em: 19 mai. 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria Sallet. **Modelagem matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2003.

CORTEZ, Márcio Fonte-Boa; ANDRADE, Roberto Márcio de. **Prática Científica na engenharia: método científico na análise de sistemas técnicos.** Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, 2002. Disponível em: <http://www.demec.ufmg.br/port/d_online/diario/Ema015/Pr%E1tica%20Cient%EDfica%20na%20Engenharia.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2014.



FERNANDES, Rúbia Juliana Gomes; JUNIOR, Guataçara dos Santos. Modelagem matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. **Revista PRÁXIS**, ano IV, nº8, p. 21-29, agosto 2012. Disponível em < <http://web.unifoa.edu.br/praxis/numeros/08/21-29.pdf>>. Acesso em: 16 mai. 2012.

JUNIOR, Wilson Fulini; NARDINI, Jurandir Jones. O Engenheiro numa Sociedade Globalizada: um estudo para reflexão. **XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**. Campina Grande, 2005. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2005_Enegep1101_1740.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2014.

MADEIRAS, Penezi. **Telha Brasilit Ondulada**. Disponível em: <<https://www.pinezi.com/produtos.php?opc=3&subcateg=38>>. Acesso em: 20 mai. 2014.

NOGUEIRA, Eduardo Arantes; MARTINS, Luiz Eduardo Barreto; BRENZIKOFER, René **Modelos matemáticos nas ciências não-exatas**. São Paulo: Blucher, 2008

SILVA, Cíntia da; KATO, Lilian Akemi; DE PAULO, Iramaia Jorge Cabral. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 17 (1), p. 109-123, 2012. Disponível em: < http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID281/v17_n1_a2012.pdf>. Acesso em: 28 jan. 2014.

ZAKON, Abraham; NASCIMENTO, Jorge Luiz do; SZANJBERG, Mordka. Algumas diferenças entre cientistas, engenheiros, técnicos e tecnólogos. **AdUFRJ**, Opinião, (Segunda parte). Agosto de 2003. Disponível em: <http://www.ambientesquimicos.eq.ufrj.br/Nosso_ambito_5_files/2003AZ-JLN-MSJornaldaAdUFRJ-Diferencasentrecientistas,engenheiros,tecnicosetecnologos2aparte.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2014.

MATHEMATICAL MODELING IN ENGINEERING EDUCATION: THE STUDY OF FIBER CEMENT TILES

Abstract: *This work presents a study realized from a Mathematical Modeling of a labor practice of Civil Engineering. The study is based on the works of the following authors Bassanezi (2002; 2006), Biembengut (2003), Silva et al (2012), among others that are in the perspective of Mathematical Modeling. Bassanezi (2006) defines Mathematical Modeling as the art of turning situations from different areas of knowledge in mathematical problems whose answers will be interpreted in ordinary language. This work is the result of the investigation of a research group focusing on Mathematical Modeling which aims to create, develop and analyze teaching proposals involving Mathematical Modeling. The study aims to*



determine possible combinations of fiber cement tiles of different sizes for the roof of a house. This problem is constrained by a group of parameters, including the transpassive. After a preliminary study, industry professional were interviewed, and it was carried out a fieldwork. Computational tools were also used to facilitate the formulation of models and the resolution of the situation. The analysis reveals that this situation can be explored in courses of engineering and architecture as an opportunity to learn mathematics in a practical way.

Key-words: *Mathematical Modeling, Civil Engineering, Fiber Cement Tiles.*