



CÁLCULO IV PARA COLORIR

Carlos A. Valentim Jr. – valentim.biossistemas@gmail.com

Sergio A. David – sergiodavid@usp.br

Juan López Linares – jlopez@usp.br

Universidade de São Paulo – Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos (FZEA)

Av. Duque de Caxias Norte, 225

13635-900 – Pirassununga - SP

Resumo: Educadores que ministram as disciplinas de cálculo diferencial e integral nos cursos de ciências exatas e nas mais diversas modalidades das engenharias, não raro, se deparam com a falta de motivação para o aprendizado e dificuldade de absorção dos conteúdos da disciplina. Com o propósito de contribuir para o processo de ensino-aprendizagem das disciplinas de cálculo, este artigo procura sintetizar um trabalho de elaboração e teste de um material gráfico para colorir cujo conteúdo relaciona-se especificamente à disciplina “Cálculo com Aplicações IV”, do curso de Engenharia de Biossistemas da USP. O material, sempre elaborado na forma de pares de páginas (lâminas), uma página contemplando a figura a ser colorida (a arte) e a outra sua parte gêmea (a escrita), foi submetido a uma avaliação individual por parte dos alunos aprendizes. Os resultados obtidos apontam no sentido de que é possível enfrentar o paradigma e mostrar que um “Cálculo para Colorir” não somente é possível, como também pode ser um bom complemento no processo ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Cálculo, Colorir, Ensino

1. INTRODUÇÃO

A prática de colorir é um método que tem se mostrado muito eficiente para facilitar a aprendizagem e a memorização. O uso do código de cores aumenta a consciência das relações, facilita a visualização de desenhos complexos e pode contribuir para, o quase sempre requerido, processo de abstração de conceitos e ideias por meio do uso de símbolos.

Quando a atividade de colorir é solicitada ao aprendiz como uma tarefa complementar ou adicional no processo de aprendizagem de um determinado conceito, tal ato implica numa forma bastante ativa de consolidar conceitos. Com as mãos em atividade, há grande chance de focalizar sua atenção de maneira mais intensa enquanto se concentra em tópicos simples, um de cada vez. Ao mesmo tempo, a mente associa as formas com os conceitos, transferindo-os da memória curta para a duradoura.

É bem sabido que somos aprendizes visuais, ou seja, muito do que aprendemos vem do nosso sentido de visão. Até mesmo tarefas como, por exemplo, aquelas executadas por um

Realização:

 **ABENGE**

Organização:



**O ENGENHEIRO
PROFESSOR E O
DESAFIO DE EDUCAR**



esportista, precisam ser “visualizadas” antes de serem bem executadas.

É por esse motivo que é tão importante “visualizar os conceitos” para, por exemplo, compreender e consolidar o conteúdo de uma determinada matéria.

É possível encontrar no mercado editorial brasileiro, três excelentes livros da série “Um livro para colorir”, quais sejam: Anatomia (KAPIT & ELSON, 1987), Fisiologia (KAPIT, MACEY & MEISAMI, 2005) e Microbiologia (ALCAMO & ELSON, 2004). Nessas obras, os autores conseguem de forma eficiente e com uma série de lâminas ou cartazes ensinar ao público leigo na área a essência de seus conteúdos.

Tradicionalmente, matérias como Anatomia ou Microbiologia podem ser pensadas como mais “visuais” que disciplinas como Física e, sobretudo, a Matemática. Não obstante, um exemplo de que outras matérias ou disciplinas são passíveis de “visualização” é o caso da obra “Fisiologia, um livro para colorir”, já citada acima. A Fisiologia pode ser entendida, em certa medida, como aplicação das disciplinas Física, Química e Matemática à Medicina. Nesse caso, não se trata somente de descrever estruturas estáticas como no caso da Anatomia. Devem-se explicar processos dinâmicos como forças, reações químicas, fluxos, estados, sinais e realimentações.

Neste trabalho, sintetizado neste artigo, pretende-se desafiar um paradigma e mostrar que um “Cálculo para Colorir”, não somente é possível como também pode ser um bom complemento no processo ensino-aprendizagem.

Tendo isso em mente, o principal objetivo deste trabalho é desenvolver habilidades didáticas e de pesquisa elaborando e, posteriormente testando, material gráfico para colorir e texto explicativo sobre os tópicos que fazem parte da disciplina de Cálculo com Aplicações IV do curso de Engenharia de Biossistemas do campus de Pirassununga da Universidade de São Paulo.

Tem como finalidade principal contribuir para o desenvolvimento do conhecimento no campo ensino-aprendizagem do Cálculo, num contexto em que boa parte dos estudantes não tem, geralmente, uma forte motivação intrínseca para o aprendizado da referida disciplina. Além disso, no limite, pode ser encarado como uma maneira de plantar um embrião que poderia vir a contribuir para o grande desafio de melhorar a qualidade do ensino-aprendizado também numa esfera extra-universidade.

2. MÉTODOS UTILIZADOS NO TRABALHO

2.1. Tópicos selecionados e layout

No curso de Engenharia de Biossistemas da Universidade de São Paulo, a disciplina “*Cálculo com Aplicações IV*” tem como conteúdo programático, fundamentalmente, o estudo de equações diferenciais ordinárias - resolvidas pelo método de séries de potências - bem como o estudo de equações diferenciais parciais, além do uso da transformada de Laplace.

Na elaboração deste projeto, a partir desse conteúdo da referida disciplina, fez-se uma escolha pelos tópicos principais, subdividindo-os em onze partes, as quais foram chamadas de “lâminas”. Uma lâmina é composta de duas páginas.

A página esquerda exibe a ilustração a ser colorida sobre o assunto (a arte) ao qual a lâmina se refere. A página direita (a escrita), por sua vez, possui um “texto-resumo” contendo as principais informações sobre o assunto abordado. Cada lâmina se refere a um dos tópicos escolhidos da disciplina, a saber:



- a) *Transformada de Laplace;*
- b) *Funções Especiais;*
- c) *Séries de Potência;*
- d) *Séries de Fourier;*
- e) *Equações de Euler;*
- f) *Equações de Legendre;*
- g) *Equações de Bessel;*
- h) *Equações Diferenciais Parciais;*
- i) *Equação do Calor;*
- j) *Equação da Onda;*
- k) *Equação de Laplace.*

Transfigurar tais conceitos matemáticos relativamente abstratos em ilustrações que possam ser coloridas e rapidamente compreendidas não se mostrou uma tarefa trivial. Objetivando maximizar a receptividade por parte dos seus potenciais usuários (os aprendizes), o material foi confeccionado com o intuito de despertar no usuário a maior atenção e interesse possíveis.

De modo a atender a essas exigências, recorreu-se a uma pesquisa bibliográfica voltada para a literatura clássica do Cálculo, buscando inspiração nos textos e nas ilustrações interessantes dessas obras.

Algumas lâminas elaboradas nesse projeto foram submetidas aos alunos que cursavam a referida disciplina no segundo semestre do ano de 2011, a fim de que os mesmos avaliassem sua eficácia. Munidos de giz de cera, os alunos pintaram as ilustrações, leram os textos informativos, fizeram as relações entre os conteúdos apresentados e, ao final, preencheram um questionário dando suas opiniões individuais sobre o projeto. Os resultados desse questionário podem ser observados de forma detalhada na seção 3.2.

2.2. A arte

Na confecção de cada lâmina, o ponto de partida era sempre pela arte (ilustração). A partir do conceito principal do assunto abordado, um esboço era desenhado procurando exprimir a ideia central do assunto ou então alguma peculiaridade importante. O cuidado tomado durante o desenho era de que toda e qualquer parte do mesmo tivesse um aspecto de contorno, possibilitando sua pintura. Simultaneamente à confecção da arte, anotações também eram providenciadas com o objetivo de relacioná-las, em seguida, à parte escrita.

2.3. A escrita

Finalizado o esboço da arte, elaborava-se a sua parte gêmea, ou seja, a parte escrita que, além de trazer as informações mais importantes da forma mais objetiva possível relativamente à arte já esboçada, traz também orientações relativas aos procedimentos de pintura sugeridos.

A parte escrita, com o texto informativo presente em cada lâmina, foi organizada em cinco seções (perguntas), quais sejam: *a) O que é?, b) Como funciona?, c) Para que serve?, d) Curiosidades e e) Você sabia?(ou Fique atento!).*

Cada uma destas questões está descrita em detalhe logo abaixo.



a) O que é?

As respostas a essa pergunta objetivam fornecer ao aprendiz, em poucas linhas, o conceito básico e a natureza do tópico abordado pela lâmina. Desse modo, o aprendiz obtém uma noção rápida sobre o assunto logo nas primeiras linhas de leitura.

b) Como funciona?

A segunda seção do texto informativo de cada lâmina é, quase sempre, a mais longa e elaborada. Nessa seção, procura-se expor as equações e definições matemáticas mais importantes referentes ao assunto.

c) Para que serve?

Nessa seção, procura-se fornecer uma resposta a um dos questionamentos mais frequentes por parte dos alunos dos cursos de Engenharia. Permitir que os alunos conheçam a utilidade de um determinado assunto pode ser uma motivação adicional ao seu estudo.

d) Curiosidades

Nessa seção, como o próprio nome sugere, informações complementares sobre o tópico podem ser encontradas. Geralmente, é nessa parte do texto que o(s) autor(es) do assunto tratado naquela lâmina é lembrado, com uma breve descrição sobre os trabalhos do mesmo. Pequenas características (menos importantes, porém não menos interessantes) sobre o assunto da lâmina também podem ser conferidas nessa seção.

e) Você sabia? (ou Fique atento!)

A última seção fica localizada praticamente no rodapé da página, com fonte em cor diferente. A seção “**Você sabia?**” contém sempre uma informação relevante para o aprendiz, muitas vezes relacionando o assunto abordado na presente lâmina a diferentes assuntos tratados em outras lâminas. Pode ainda ter o nome “**Fique atento!**”. Nesse caso, a seção contém dicas sobre outros conteúdos que podem aprimorar o desempenho do aprendiz nos assuntos referentes àquela lâmina.

Vale lembrar que dispostas por essas cinco seções há sempre informações que conectam a ilustração da página da esquerda (a arte) com a equivalente teoria da página direita (a escrita). Na seção 3.1, apresentam-se ambas, a arte e a parte escrita.



3. RESULTADOS

Apresenta-se nesta seção, como exemplos, duas lâminas bem como os resultados da avaliação experimental submetidas aos alunos da referida disciplina. Mais especificamente, na seção 3.1, dois exemplos do conjunto – a arte e a escrita - em seu estado final (coloridos) podem ser conferidos. Na seção 3.2, pode-se encontrar na forma de gráficos uma síntese das informações sobre a impressão e avaliação que os alunos da Engenharia de Biosistemas, da Universidade de São Paulo, forneceram sobre o material.

3.1. As lâminas - dois exemplos

Figura 1 – Exemplo da lâmina “Séries de Fourier”

Séries de Fourier

Legenda

$f(x)$: pintar a função de azul nos três gráficos

harmônicos: pintar todos os harmônicos da função em vermelho

eixos matemáticos: pintar os eixos de preto

SERIES DE FOURIER

1. O que é?

a) Um eficaz método de representação de qualquer função periódica através da soma de senos e cossenos.

b) É considerada uma ferramenta mais genérica na representação de funções por séries, obtendo melhores resultados do que outros métodos.

2. Como funciona?

a) Uma função pode ser expandida em uma série de Fourier conforme a definição:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right)$$

b) No entanto, o que define de fato a série de Fourier são os valores dos coeficientes a_n e b_n . Para encontrar os valores destes coeficientes e substituí-los na fórmula acima, devem-se utilizar as seguintes definições:

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx \quad b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx$$

c) Em a_n a integral soma todos os cossenos da função, enquanto b_n soma todos os senos, ambos no intervalo de $-L$ até L . Assim como nas séries de potência, quanto maior o número de termos n , maior a aproximação com a função desejada.

d) Uma representação simbólica do funcionamento da série de Fourier pode ser vista na ilustração da página ao lado. O comportamento da função (azul) é simulado por seus harmônicos (primeiro, segundo e terceiro respectivamente).

3. Para que serve?

a) O principal objetivo da aplicação das séries de Fourier é a simplificação de funções periódicas complexas em funções simples de visualizar e manipular. Na realidade, praticamente qualquer função pode ser representada por uma dessas séries.

b) Na física, ela foi criada para estudar a propagação de calor nos corpos sólidos, mas no futuro mostrou-se ainda mais útil, na simulação do comportamento de diferentes tipos de onda e na física moderna.

4. Curiosidades

a) Jean Baptiste Joseph Fourier foi um matemático francês nascido em 1768. Estudou arqueologia no Egito e trabalhou para o exército de Napoleão. Tornou-se famoso pelos estudos relativos ao fluxo de calor levando-o à criação das séries que levaram o seu nome.

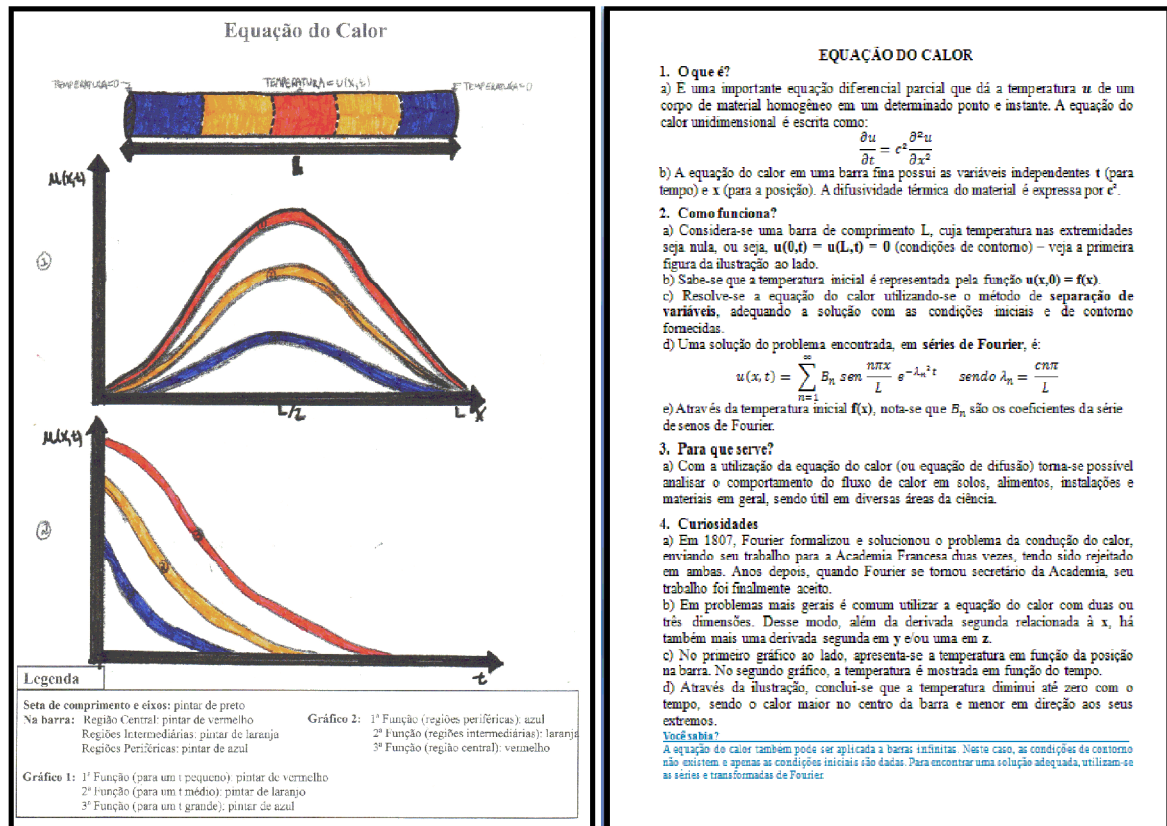
b) O método de Fourier foi tão eficaz que se a função representada for contínua e com derivadas contínuas, bastam alguns termos para uma boa aproximação.

Últimas!

As séries de Fourier foram elaboradas para a solução de um problema físico. No entanto, o método criado pelo matemático francês era tão eficaz que foi utilizado para centenas de outras aplicações, mesmo após sua morte. Na história da física, muitas novas fronteiras matemáticas foram abertas a fim de solucionar problemas da época.



Figura 2 – Exemplo da lâmina “Equação do Calor”



3.2. Resposta experimental

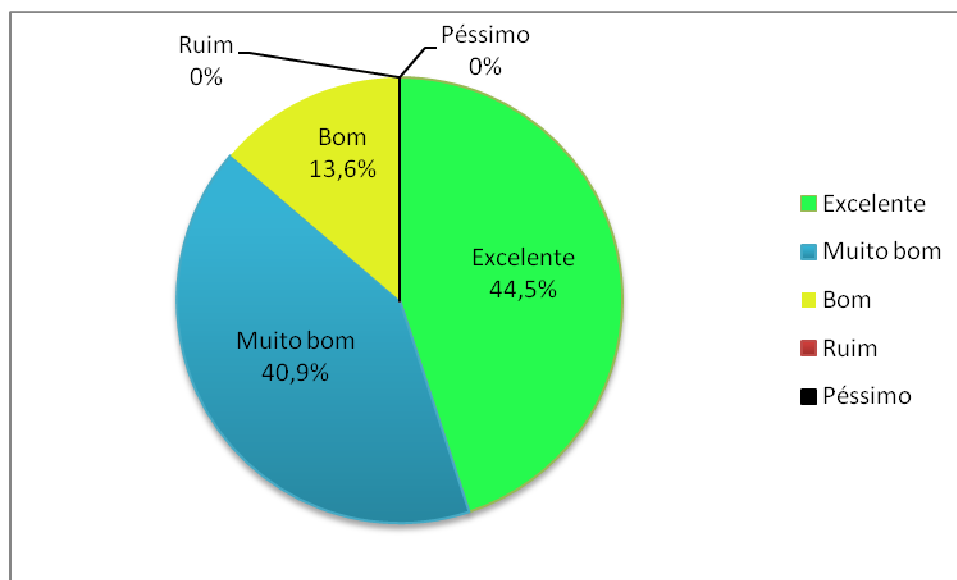
Com a intenção de testar a eficácia do trabalho realizado, fornece-se uma cópia das lâminas referentes a “*Séries de Fourier*” e “*Equação do Calor*” para um grupo de 22 alunos voluntários do curso de Engenharia de Biosistemas, da Universidade de São Paulo, que cursavam a disciplina *Cálculo com Aplicações IV*. Juntamente com as lâminas, entregou-se um questionário com três perguntas a respeito da qualidade deste trabalho. Ressalta-se que, aos alunos voluntários, nada foi oferecido como “moeda” de troca pelos apontamentos de suas impressões e avaliações. Vale informar ainda que o professor que coordenou esse trabalho e o professor da turma da referida disciplina que avaliou o material foram diferentes.

Os resultados obtidos nessa avaliação são apresentados como segue:



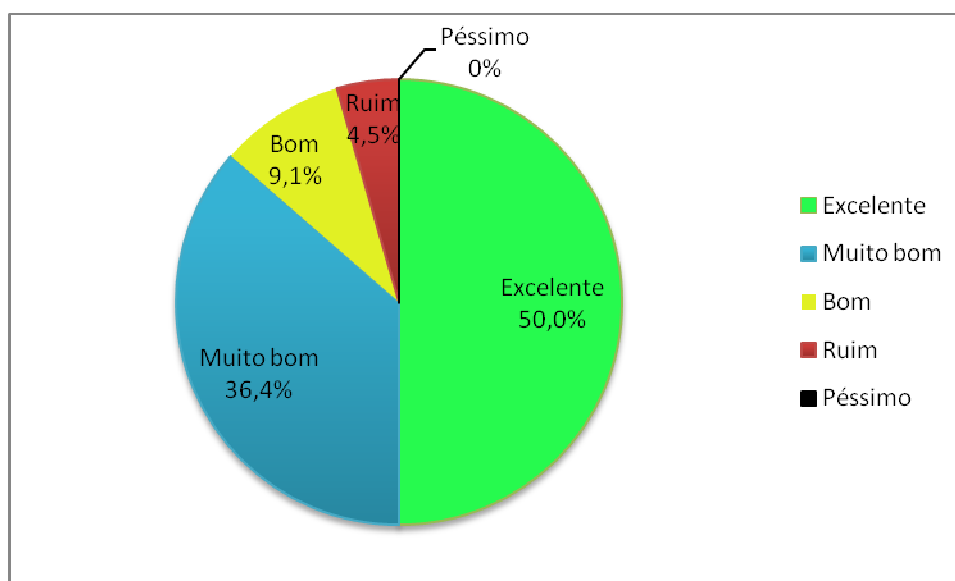
Pergunta 1: As ilustrações presentes neste material contribuíram para a absorção dos conceitos?

Gráfico 1 – Resultado referente à pergunta 1



Pergunta 2: As figuras escolhidas são apropriadas para ilustrar os conceitos propostos em cada tópico?

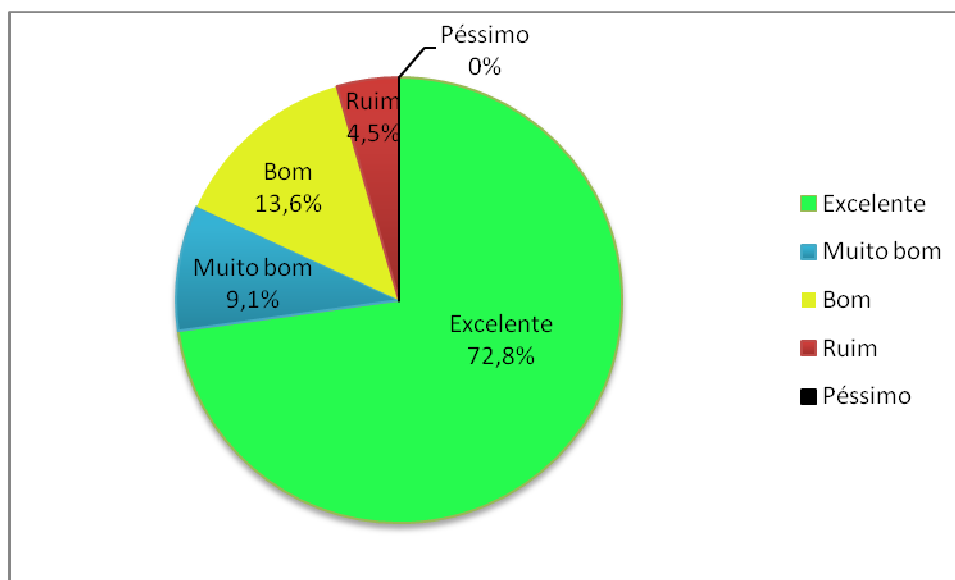
Gráfico 2 – Resultado referente à pergunta 2





Pergunta 03: A ideia de transpor este material complementar para todos os tópicos ministrados em cálculo seria interessante?

Gráfico 3 – Resultado referente à pergunta 3



As respostas obtidas e representadas pelos gráficos 1, 2 e 3, podem ser sintetizadas de forma bastante objetiva. Quase 85% dos alunos acreditam que as lâminas contribuem significativamente para a absorção dos conteúdos, o que nos leva a concluir que o método de colorir tem grandes chances de obter eficácia em seu objetivo de aprimorar e facilitar a absorção de conceitos básicos. Metade (50%) dos alunos classifica como “Excelente” a escolha das imagens apresentadas nas lâminas para a representação dos conceitos desejados, enquanto outros 36% reconhecem a escolha como “Muito boa”. Essa recepção positiva é um indicativo de que as escolhas corretas das ilustrações em cada lâmina são imprescindíveis. Por fim, a expressiva parcela de 72,8% acha “Excelente” a ideia de extrapolar esse material complementar para todos os tópicos da área do Cálculo.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há diversas metodologias de ensinar e entreter ao mesmo tempo. Acreditamos que o “Cálculo para Colorir” esteja entre uma dessas metodologias. O ato de colorir, além de proporcionar uma abordagem relativamente leve comparada aos métodos tradicionais de estudo, pretende proporcionar um maior interesse e potencializar a capacidade de absorção de conteúdos por parte dos aprendizes.

Tendo em vista, fundamentalmente, os resultados obtidos por meio das respostas fornecidas pelos alunos aprendizes, pode-se notar que a impressão inicial de que é possível enfrentar o paradigma e mostrar que um “Cálculo para Colorir”, não somente é possível como também pode ser um bom complemento no processo ensino-aprendizagem, fica, em grande medida, corroborado.



Por fim, é válido ressaltar que os resultados até aqui alcançados encorajam e estimulam uma sequência e ampliação desse projeto.

Agradecimentos

À Universidade de São Paulo, que possibilitou a realização desse projeto auxiliando o aluno Carlos Alberto Valentim Junior com a bolsa “Aprender Com Cultura e Extensão”, oferecida pela Pró-Reitoria de Cultura e Extensão Universitária (PRCEU).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Livros:

BOYCE, William E. DIPRIMA, Richard C. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 8 ed. LTC Editora, 2004. 434 p, il.

ELSON, Lawrence M.; KAPIT, Wynn. Anatomia: Um livro para colorir. 3 ed. Roca, 1987. 392p, il.

KAPIT, Wynn; MACEY, Robert I.; MEISAMI, Esmail. Fisiologia: Um livro para colorir. 1 ed. Roca, 2005. 348p, il.

ALCAMO, I. Edward; ELSON, Lawrence M. Microbiologia: Um livro para colorir. 3 ed. Roca, 2004. 240p, il.

KREYSZIG, Erwin. Advanced Engineering Mathematics. 9 ed. Wiley, 2006. 1246 p, il.

CALCULUS FOR COLORING

Abstract: *Teachers who administer the differential and integral calculus classes in the hard sciences courses and in the most diverse kinds of engineering, not rarely, are faced by the lack of motivation of learning and difficulty in absorbing the concepts of the discipline. With the purpose of contributing to the teaching-learning process related to calculus classes, this paper looks for synthesizing a process of elaboration and trial of an artwork destined for coloring, which content is specifically related to the discipline “Calculus with Applications IV”, from the Biosystems Engineering course, of the University of Sao Paulo. The material, always prepared in the form of pairs of pages, one displaying the picture to be colored (the artwork) and the other one like its twin (the text), was individually rated by the apprentices students. The obtained results point to the possibility of facing the paradigm and showing that projects like “Calculus for coloring” are not only possible, but also a quality complement in the learning-teaching process.*

Key-words: *Calculus, Color, Teaching.*