



COBENGE 2005

XXXIII - Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia

"Promovendo e valorizando a engenharia em um cenário de constantes mudanças"

12 a 15 de setembro - Campina Grande - Pb

Promoção/Organização: ABENGE/UFPE

A INTERDISCIPLINARIDADE DA ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS NA ENGENHARIA CIVIL

Prof. Dr. Eng^o Alex Alves Bandeira – alex_bandeira@mackenzie.com.br

Universidade Presbiteriana Mackenzie, Escola de Engenharia, Engenharia Civil

Rua da Consolação, 896 – Consolação, Prédio 06

CEP 01302-907 São Paulo – SP

Maurício Roberto de Pinho Chivante – mauchivante@mackenzie.com.br

***Resumo:** O mercado de trabalho vem exigindo do profissional de engenharia civil cada vez mais competência que supere a simples aquisição de informações. Suas aptidões devem privilegiar a tomada de decisões diante das diversas situações-problema de sua vida profissional, sempre buscando as melhores alternativas diante das situações mais adversas. Entretanto, para o engenheiro civil, a universidade ainda possui uma distância da vida prática. Nos dois primeiros anos do curso de engenharia, o educando não começa a ter efetivamente contato com as disciplinas profissionalizantes. Os cursos, em geral, ainda são profundamente teóricos, levando o aluno ao questionamento sobre a aplicabilidade destes conhecimentos em sua vida profissional. Tal distorção conduz à desmotivação que, mais adiante no curso, se transformará em dificuldades teóricas na assimilação dos conceitos das matérias tecnológicas. Deste modo, este artigo apresenta uma proposta de aplicação prática dos conceitos desenvolvidos durante o ciclo básico do ensino de engenharia civil, em situações de análise de sistemas estruturais, preparando o aluno para as matérias profissionalizantes. É importante mencionar que este trabalho é resultado de duas iniciações científicas realizada pelo aluno em co-autoria do artigo. A proposta é mostrar os resultados e experiências adquiridas pelo educando a ponto de propor novas metodologias de ensino no ciclo básico e médio do curso de Engenharia Civil.*

Palavras-chaves: Metodologia, Engenharia, Otimização, Não Linearidade, Interdisciplinaridade.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo visa, por meio do uso de métodos numéricos aplicados aos conceitos de otimização, apresentar e desenvolver situações que auxiliem o aluno na vivência de problemas de cunho prático, mostrando de maneira clara a importância dos conceitos que são apresentados durante o ciclo básico do curso de Engenharia Civil. Outra característica importante desta proposta encontra-se na possibilidade de desenvolvimento de diversas situações a partir destas aqui propostas, propiciando ao aluno a chance de aplicar os conceitos desenvolvidos em várias

etapas do processo de aprendizado em problemas práticos, ao mesmo tempo em que os prepara para as matérias de cunho prático.

Neste trabalho, o conceito de programação matemática ou otimização, desenvolvido nas disciplinas de métodos numéricos e pesquisa operacional, é abordado com a finalidade de estudar os diversos modelos estruturais existentes na Engenharia Civil, utilizando-se destes algoritmos implícitos para soluções incrementais. Vale ressaltar que, além da aplicabilidade prática, os exemplos aqui propostos visam apresentar aos alunos uma introdução do como solucionar problemas elementares de contato, tema este não apresentado durante o curso de engenharia civil. A idéia é estudar problemas simples, gerando um modelo físico para cada problema e deste gerar equações matemáticas com ou sem restrições. Com isto, são aplicados os conceitos matemáticos apresentados no curso básico da Engenharia para solucionar cada problema. Desta forma existe uma motivação e o educando passa a ter a certeza que todos aqueles conceitos serão necessários nas disciplinas profissionalizantes.

Como exemplo clássico desta aplicação é estudado um modelo de molas associadas em série, com equações constitutivas não-lineares, solicitadas por forças externas ao sistema e restritas em seus deslocamentos por um anteparo, simulando um problema de contato simples entre barras indeformáveis. O fato das barras serem indeformáveis tornam os problemas infinitamente mais simples, onde basicamente são estudados apenas os deslocamentos de sistemas mecânicos convencionais. Neste artigo, não nos deteremos na análise de sistemas sem restrições, uma vez que estes são estudados, mesmo que em níveis não muito profundos, no curso regular de graduação.

Através da modelagem matemática da Energia Potencial Total de cada sistema, e da otimização por meio do Método do Lagrangiano Aumentado, pode-se verificar a interpretação geométrica e física da atualização dos multiplicadores de Lagrange. Em seguida, será estudado um sistema estrutural simples com a utilização dos algoritmos descritos.

2. A PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICO OU OTIMIZAÇÃO

Conforme apresentado no curso de pesquisa operacional, a programação matemática analisa a resolução de problemas cujo objetivo é minimizar uma função $f(x)$, sujeita às restrições. Para a solução de problemas de otimização sem restrições, do tipo *Minimizar* $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, onde a função objetivo $f(x)$ é contínua e com derivadas parciais contínuas até segunda ordem, utiliza-se, por exemplo, o Método de Newton, apresentado aos alunos no curso de Cálculo Numérico. Isto é possível uma vez que, pelas condições suficientes de segunda ordem apresentadas nas disciplinas de cálculo diferencial e integral, para que um ponto x^* seja um mínimo local do problema, a matriz Hessiana $\nabla^2 f(x^*)$ deve ser definida positiva, e desta forma, um ponto próximo à x^* também o será.

De forma a complementar os conhecimentos aplicados a este trabalho, para a solução de problemas de otimização com restrições, sendo eles de igualdade ou não, utilizaremos o Método do Lagrangiano Aumentado. Este método consiste em resolver uma seqüência de problemas de minimização sem restrições. Ele utiliza o Método Lagrangiano, acrescentando um termo que penaliza as restrições, conhecido como Método da Penalidade. Sendo ξ o parâmetro de penalidade e λ o Multiplicador de Lagrange, o Lagrangiano Aumentado pode ser definido por:

$$L(\mathbf{x}, \xi, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot \|g_i(\mathbf{x})\|^2 + \frac{1}{2 \xi} \sum_{j=1}^q \{ \langle \lambda_j + \xi \cdot g_j(\mathbf{x}) \rangle^2 - [\lambda_j]^2 \}. \quad (1)$$

O Método do Lagrangiano Aumentado consiste em minimizar a equação (01). Os valores de ξ e $\lambda^{(k)}$ são escolhidos e fixados no começo de cada minimização sem restrições e, posteriormente, o funcional $L(\mathbf{x}, \xi, \lambda^{(k)})$ é minimizado em relação à \mathbf{x} . No final de cada minimização, os valores de λ são atualizados e o processo continua até atingir a convergência. Neste método, as restrições são satisfeitas de forma exata, não permitindo qualquer violação das restrições. A atualização dos multiplicadores de Lagrange é feita, segundo BERTSEKAS (1995, p.14,15) por:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \xi \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(k)}) \quad , \text{ para as restrições de igualdade} \quad (2);$$

$$\lambda^{(k+1)} = \langle \lambda^{(k)} + \xi \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(k)}) \rangle \quad , \text{ para as restrições de desigualdade} \quad (3),$$

onde o valor delimitado por $\langle \bullet \rangle$ representa o máximo entre 0 e o resultado da função delimitada ($\langle \bullet \rangle = \max \{ 0, \bullet \}$).

Para ocorrer a convergência no Método do Lagrangiano Aumentado, basta o valor da penalidade ξ ser finito, enquanto no método da Penalidade, o valor de ξ tende ao infinito. De forma geral, podemos esquematizar o Método como sendo:

- Passo 1: Estime os valores para $\lambda^{(0)}$ e ξ e faça $k = 0$;
- Passo 2: Resolva o problema: *Minimizar* Equação (1) e obtenha $\mathbf{x}^{(k)}$ (solução);
- Passo 3: Seja TOL um parâmetro de convergência.
Se $[\mathbf{x}^{(k)}, \lambda^{(k)}]$ satisfizer $\|\nabla L(\mathbf{x}^{(k)}, \lambda^{(k)}, \xi)\| \leq \text{TOL}$, pare. Senão:
- Passo 4: Atualize $\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \xi \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}^{(k)})$, faça $k = k + 1$ e vá ao passo 2.

3. ESTUDO COM UM MODELO SIMPLES COM MOLAS COM RESTRIÇÕES

Para ilustrarmos o problema de otimização com restrições, consideremos um simples modelo elástico, não-linear, com dois graus de liberdade, conforme ilustra a Figura 1. Na figura, o sistema de molas se deforma até satisfazer a condição de não penetrabilidade, isto é, o nó 2 pode se movimentar até atingir o deslocamento prescrito u_p – e não mais, e o sistema tem que atingir o equilíbrio:

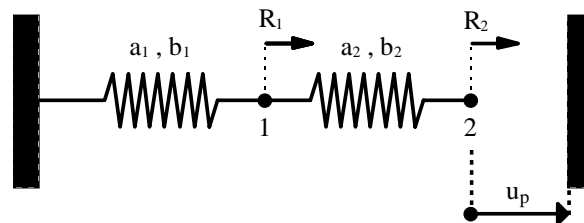


Figura 1 – Sistema com restrições

Sejam: $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2]$ o vetor dos deslocamentos nodais do sistema, $\mathbf{R} = [R_1 \ R_2]$ o vetor das forças externas aplicadas nos nós do sistema, $\mathbf{S}(\mathbf{r}) = [S_1 \ S_2]$ o vetor das forças internas e $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = [F_1 \ F_2]$ o vetor resíduo do sistema ou equação de equilíbrio. Representaremos os graus de liberdade pelos nós 1 e 2 e as constantes das molas por a_1, b_1, a_2, b_2 , onde a_i é a parcela linear e b_i é a parcela não-linear. Consideremos também que as duas molas sejam elásticas não-lineares e que a força interna da mola 1 (f_{m1}) e força interna da mola 2 (f_{m2}) sejam dadas pelas seguintes equações:

$$f_{m1} = a_1 \cdot r_1 + b_1 \cdot r_1^3 \quad (4)$$

$$f_{m2} = a_2 \cdot (r_2 - r_1) + b_2 \cdot (r_2 - r_1)^3 \quad (5)$$

Desta forma, o problema de otimização com restrições de igualdade para este exemplo pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar } U(\mathbf{r}), \text{ Sujeito } g(\mathbf{r}) = r_2 - u_p = 0, \mathbf{r} \in \mathcal{R}^n, \quad (6)$$

onde a função objetivo ou energia Potencial $U(\mathbf{r})$ é contínua, com derivadas parciais contínuas até segunda ordem. Para resolvermos este problema, utilizaremos os conceitos apresentados nas disciplinas de física e física experimental desenvolvendo a equação da Energia Potencial Total (U) deste Sistema, considerando-o como um sistema conservativo:

$$U(r_1, r_2) = [\frac{1}{2} K (\Delta)^2]_{\text{mola 1}} + [\frac{1}{2} K (\Delta)^2]_{\text{mola 2}} + W_{\text{EXT}}, \quad (7)$$

onde \mathbf{K} representa as constantes da mola, Δ representa a deformação das molas e W_{EXT} o Trabalho das forças externas ao sistema.

Um sistema estrutural apresentar-se-á em equilíbrio quando possuir sua mínima energia potencial. Assim sendo, utilizando-se as condições gerais de mínimo de uma função apresentadas nas disciplinas de cálculo diferencial e integral, temos que, derivando-se a equação de energia em relação às deformações, obteremos seu mínimo valor:

$$\nabla U(r_1, r_2) = \begin{bmatrix} \delta U / \delta r_1 \\ \delta U / \delta r_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Podemos notar que, como a equação da energia potencial total do sistema é composta de duas variáveis, seu gradiente será um vetor. Desta forma, definindo \mathbf{S} como o vetor das forças internas, \mathbf{R} o vetor das forças externas e \mathbf{F} a força resultante do sistema, temos que:

$$\nabla U = [\mathbf{S}] - [\mathbf{R}] = [\mathbf{F}] \quad (9)$$

Utilizando-se do princípio do equilíbrio estático dos corpos, quando a força resultante do sistema for nula, obteremos a equação de equilíbrio. A segunda derivada da equação de energia em relação às deformações nos trará a Matriz de Rigidez da estrutura. O valor do determinante da Matriz de Rigidez nos indica a situação geral da estrutura. Caso seu valor seja superior à zero,

podemos assegurar que a estrutura é estável. Caso seja igual à zero, a estrutura está em seu estado limítrofe. E, caso o valor seja inferior à zero, a estrutura deve ser repensada, pois se encontra instável. É importante mencionar aqui que no curso básico, nas disciplinas de Calculo I ao IV, a matriz de rigidez da estrutura é definida como “Jacobiana” ou “Hessiana”. Mais uma vez é importante mencionar o valor didático de sempre mostrar a interpretação física dos problemas matemáticos, principalmente incentivar a interdisciplinaridade do curso.

Desta forma, para efetuamos a resolução do problema (04), considerando os graus de liberdade livres e os graus de liberdade sob as condições das restrições e escrevendo a formulação do Lagrange como:

$$L(\mathbf{r}, \xi, \lambda) = U(\mathbf{r}) + \lambda \cdot (r_2 - u_p) + \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (r_2 - u_p)^2, \quad (10)$$

onde $U(\mathbf{r}, \xi, \lambda)$ é o trabalho exercido por uma força \mathbf{F}_c que o nó aplica no sistema. Assim sendo, encontraremos a seguinte equação de equilíbrio:

$$\nabla L(\mathbf{r}, \xi, \lambda) = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \xi, \lambda) = \mathbf{S}(\mathbf{r}) + \mathbf{F}_c(\mathbf{r}, \xi, \lambda) - \mathbf{R} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

onde atualização dos multiplicadores de Lagrange é dada por:

$$\lambda^{(k+1)} = [0 \quad \lambda^{(k)} + \xi \cdot (r_2^{(k)} - u_p)] \quad (12)$$

A interpretação gráfica do algoritmo para a resolução do sistema não-linear pelo Método do Lagrangiano Aumentado é representado na Figura 2.

Podemos notar que o valor de ξ é constante, enquanto que o multiplicador de Lagrange $\lambda^{(k)}$ é escolhido e fixado no começo de cada minimização sem restrições. A seguir, o funcional $L(\mathbf{r}, \xi, \lambda)$ é minimizado em relação a \mathbf{r} e, no final de cada minimização, os valores de $\lambda^{(k)}$ são atualizados e o processo continua até que $\lambda^{(k)}$ atinja a convergência $\lambda^{(*)}$ e, conseqüentemente, $r_2^{(k)} \rightarrow u_p$.

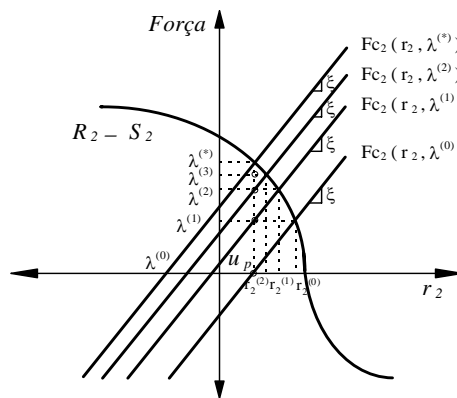


Figura 2 – Equilíbrio do nó 2 pelo Método do Lagrangiano Aumentado

De modo a ilustrar a situação inicial e final do sistema de molas, a Figura 3a representa o estado inicial de um conjunto de molas. Por meio do cálculo da Energia Potencial Total do sistema, conforme apresentado anteriormente, e adotando parâmetro de penalidade $\xi = 100$, temos sua solução representada na Figura 3b. Vale ressaltar que, no Método do Lagrangiano Aumentado, conforme se observa neste exemplo (Figura 3), o multiplicador de Lagrange convergiu linearmente para o valor de 11,5789 com parâmetro de penalidade constante ($\xi = 100$). Aplicando o algoritmo do Lagrangiano Aumentado no mesmo exemplo para uma série de carregamentos entre $0 \leq R_1 \leq 1000$ observa-se que, quando a força externa aplicada ao nó 1 for inferior ou igual à 600 kgf, o multiplicador de Lagrange será nulo, não havendo assim um problema de contato; entretanto, quando a força for superior à 600 kgf, o multiplicador de Lagrange será positivo, indicando assim o contato com o obstáculo.

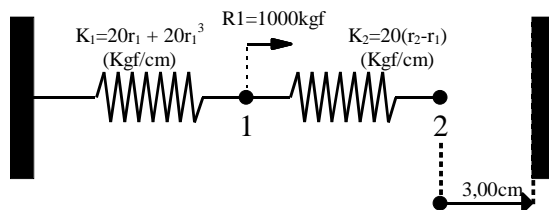


Figura 3a – Exemplo de sistema de molas sob restrição de igualdade (Configuração Inicial)

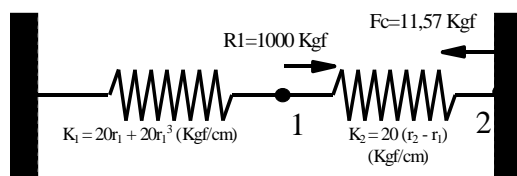


Figura 3b – Exemplo de sistema de molas sob restrição de igualdade (Configuração Final)

4. ESTUDO DE UM SISTEMA DE BARRAS RÍGIDAS

Outra possível aplicação prática pode ser verificada na análise não-linear de estruturas de barras rígidas (barras indeformáveis), como ilustra a figura 4.

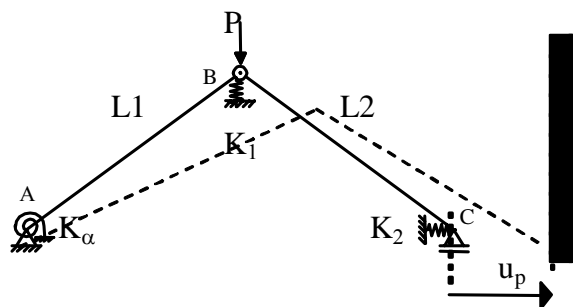


Figura 4 – Sistema de barras rígidas

O exemplo propõe que, após a aplicação de uma carga vertical P no nó B , podemos verificar que ocorrem as seguintes deformações no sistema: θ - variação angular em A ; d - recalque vertical em B ; e Δ - deslocamento horizontal do nó C .

Desta forma, considerando L o comprimento indeformável de cada uma das barras do sistema; $K\alpha$ a rigidez à rotação do apoio A , K_1 e K_2 as constantes de rigidez ao deslocamento dos apoios B e C , respectivamente; α o ângulo inicial da barra 1 com a horizontal; e θ , d e Δ os deslocamentos do sistema, podemos descrever a Equação da Energia Potencial conforme apresentada em (13). Por meio da solução de equações algébricas, encontraremos a Equação do Equilíbrio (14) e a Matriz de Rigidez (15) desta estrutura.

$$U(\theta) = \left[\frac{1}{2} K\alpha (\theta)^2 \right] + \left\{ \frac{1}{2} K_1 \left[L (\sin(\alpha) - \sin(\alpha - \theta)) \right]^2 \right\} + \left\{ \frac{1}{2} K_2 [2L \cos(\alpha - \theta) - 2L \cos(\alpha)]^2 \right\} - PL(\sin(\alpha) - \sin(\alpha - \theta)) + \left\{ \lambda \left[(2L \cos(\alpha - \theta) - 2L \cos(\alpha)) - u_p \right] + \frac{1}{2} \xi \left[(2L \cos(\alpha - \theta) - 2L \cos(\alpha)) - u_p \right]^2 \right\} \quad (13)$$

A equação acima é chamada de Energia Potencial Total do sistema estrutural. Este assunto será aprofundado na disciplina de Estabilidade das Construções. Aplicando os conceitos de cálculo diferencial adquirido nas disciplinas de cálculo, obtemos a equação de equilíbrio da estrutura:

$$F(\theta) = K\alpha(\theta) - LP \cos(\alpha - \theta) + K_1 L^2 \cos(\alpha - \theta) [\sin(\alpha) - \sin(\alpha - \theta)] + 2 K_2 L [-2L \cos(\alpha) + 2L \cos(\alpha - \theta)] \sin(\alpha - \theta) + 2L \lambda \sin(\alpha - \theta) + 2 \xi L [-u_p - 2L \cos(\alpha) + 2L \cos(\alpha - \theta)] \sin(\alpha - \theta) \quad (14)$$

Derivando mais uma vez a equação (12), obtemos a matriz de rigidez da estrutura.

$$K(\theta) = K\alpha + K_1 L^2 \cos(\alpha - \theta)^2 - 2 K_2 L \cos(\alpha - \theta) [-2L \cos(\alpha) + 2L \cos(\alpha - \theta)] - LP \text{Sen}(\alpha - \theta) + K_1 L^2 [\sin(\alpha) - \sin(\alpha - \theta)] \sin(\alpha - \theta) + 4 K_2 L^2 \sin(\alpha - \theta)^2 - 2L \lambda \text{Cos}(\alpha - \theta) - 2 \xi L \text{Cos}(\alpha - \theta) [-u_p - 2L \cos(\alpha) + 2L \cos(\alpha - \theta)] + 4 \xi L^2 \text{Sen}(\alpha - \theta)^2 \quad (15)$$

Agora, para ilustrar a situação proposta, consideremos para uma aplicação numérica $K\alpha = 250 \text{ kN.m/rad}$, $K_1 = 95 \text{ kN.m/rad}$ e $K_2 = 50 \text{ kN.m/rad}$, com barras de comprimentos $L_1 = L_2 = 5,00\text{m}$, ângulo $\alpha = 30^\circ$ e uma restrição $u_p = 50 \text{ cm}$. Aplicando uma carga concentrada $P = 60 \text{ kN}$, o sistema converge corretamente na 4ª iteração, gerando um valor de $\theta \cong 5^\circ$ e implicando num deslocamento do apoio C de $\Delta \cong 40 \text{ cm}$. Assim sendo, o Lagrangiano será nulo, não existindo um problema de contato. Entretanto, se aumentarmos para a carga $P=140 \text{ kN}$, o sistema se deformará de tal modo que alcançará o anteparo vertical, gerando assim um problema de contato. Através da aplicação do Método do Lagrangiano Aumentado, o sistema converge corretamente na 5ª iteração, gerando um valor de $\theta = 6^\circ 24'$ e uma força $F_c=297,6\text{kN}$, aplicada pelo anteparo no sistema.

Outra característica muito interessante deste problema encontra-se na possibilidade do acréscimo gradativo da carga aplicada, mostrando ao aluno a evolução do sistema. Até o limite da deformação $\Delta=40 \text{ cm}$, o sistema reagirá como sem restrições, entretanto, após este limite, o sistema passará a trabalhar com forças de contato, representadas pelos multiplicadores de Lagrange, mostrando ao aluno a resposta do sistema ao carregamento proposto. É importante

ressaltar que o Método do Lagrangiano Aumentado consiste em resolver uma sucessão de problemas sem restrições e para isto, é utilizado o método de Newton apresentado na disciplina de cálculo numérico.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou, de uma forma objetiva, como diversas matérias, de cunho não prático, ministradas no ciclo básico do curso de engenharia civil podem interagir de maneira prática com problemas de estruturas, mostrando ao aluno uma maior aplicabilidade dos conceitos estudados. A questão da aplicabilidade, associada à interdisciplinaridade proposta, serve como grande motivador ao estudo, uma vez que tira a capa da inutilidade que muitos conceitos possuem quando apresentados longe de seu uso prático.

Podemos notar que, por meio da modelagem da energia potencial total do sistema conservativo, conforme apresentado no curso de Física, podemos introduzir importantes conceitos da resistência dos materiais, como o da formulação estrutural e dos deslocamentos, além de servir como um preparativo para a aplicação dos diversos materiais da construção civil – como concreto ou aço – facilitados com as análises pelo Método dos Elementos Finitos.

Além disso, os conceitos de solução de derivadas e integrais (apresentados nas matérias de Cálculo), associados à álgebra linear (representados pelas análises vetoriais e matriciais, por exemplo) e aos métodos numéricos aplicados (Método de Newton e o Método de Cholesky) podem, por meio do uso de uma linguagem computacional (C++ ou Delphi) demonstrar de maneira prática como se desenvolvem as deformações em um sistema estrutural. Além disso, elas já apresentam uma introdução às matérias de estabilidade e representam de modo bem didático, um início à modelagem estrutural e aos problemas de contato.

Assim sendo, pode-se desenvolver uma proposta interdisciplinar onde, em cada semestre, o aluno aplica um novo conceito, sempre agregando mais informações e obtendo melhores resultados, de modo a estimular uma noção de avaliação de modelos físicos e dimensionamento de estruturas.

Desta forma podemos concluir que o educando sai da universidade com um grande diferencial em relação aos outros que não conseguiram agregar conhecimentos e ter maior versatilidade para solucionar problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. A 3D contact surface study considering elastoplastic behavior of the asperities. 4TH CONTACT MECHANICS INTERNATIONAL SYMPOSIUM, University of Hannove. 2005.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. A 3D study of the contact interface behavior using elastoplastic constitutive equations. 7TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER METHODS AND EXPERIMENTAL MEASUREMENTS FOR SURFACE EFFECTS AND CONTACT MECHANICS, Bologna, Italy. 2005.

BANDEIRA, A. A.; MERIGHI, J. V. Numerical simulation of 3D structural pavements – A finite element approach using contact mechanics techniques. 1ST EUROPEAN AIRPORT PAVEMENT WORKSHOP, Amsterdam, Netherlands. 2005.

BANDEIRA, A. A.; CHIVANTE, M. R. P.; MIRANDA, T. K. Método do Lagrangiano Aumentado aplicado à análise não linear de estruturas em regime elástico sob grandes deformações. XXVII CNMAC CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, Porto Alegre, Brasil. 2004.

BANDEIRA, A. A.; WRIGGERS, P.; PIMENTA, P. M. Numerical derivation of contact mechanics interface laws using a finite element approach for large 3D deformation. INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, England. 2004.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. Numerical simulation of 3D contact problems under finite elastic-plastic deformation. 7TH US NATIONAL CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS, Albuquerque, New Mexico, USA. 2003.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. A 3D study of contact surface microstructure using a homogenization procedure considering elastoplastic behavior of the asperities. PROCEEDINGS OF 5RD WORLD CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS WCCM V, Viena, Austria. 2002.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. Computation analysis of contact mechanics undergoing large 3D deformation. PROCEEDINGS OF 2ND EUROPEAN CONFERENCE ON COMPUTATIONAL MECHANICS ECCM II, Cracow, Poland. 2001.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; WRIGGERS, P. Homogenization methods leading to interface laws of contact mechanics - A finite element approach for large 3D deformation using Augmented Lagrangian Method. PROCEEDINGS OF 3RD CONTACT MECHANICS INTERNATIONAL SYMPOSIUM CMIS III, Peniche, Portugal. 2001.

BANDEIRA, A. A.; PIMENTA, P. M.; GOLDENBERG, P. Uma introdução à análise de problemas de contato. BOLETIM TÉCNICO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA USP, São Paulo, Brasil. 1997.

BERTSEKAS, D. P. **Nonlinear programming**. Belmont, Athena Scientific, 1995.

LOWMAN, J. **Dominando as técnicas de ensino**. Tradução Harue Ohara Avritscher. São Paulo: Atlas, 2004.

PINTO, D. P; NASCIMENTO, J. L. **Educação em engenharia: metodologia**. São Paulo: Editora Mackenzie, 2002

NON-LINEAR STRUCTURAL ANALYSES MULTI-DISCIPLINARITY APPLIED ON THE CIVIL ENGINEERING COURSE

***Abstract:** The companies are demanding, from the civil engineers, each time more the competence of overcoming the simple acquisition of information. Their aptitudes must focus the act of taking decisions on the most different problem-situations of their professional lives, always seeking for the best alternatives on the most adverse situations .However, for the civil engineer, the University still is far away from his practical life. On the first two years of the engineer course, the student does not start getting an effective contact with the professionalize subjects. The courses, in general, are still deeply theoretical, bringing to the student questions about the real application of the theory on his professional life. This situation brings a desmotivation that, later on the course, will become into theoretical difficulties on the assimilation of the concepts of the technological subjects. So, this article brings the purpose of a practical application of the concepts developed during the basic cycle of the engineer civil course, applied on situations of structural systems analyses, in a way to prepare the student for the technological subjects. Its important to mention that this article comes as a result of two graduation researches (scientific initiation with scholarship) developed by the student who is a co-author of this article. The proposal is to show the results and the experience got by the student, purposing new methods of teaching on the basic and medium cycles of the civil engineer course.*

***Key-words:** Methodology, Engineering, Optimization, Non linearity, Interdisciplinary.*